

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1

TUTORIAL 3+

1) Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω ακολουθίες είναι μηδενικές.

$$\text{i. } a_n = \frac{(-1)^n}{(n+1)^2} \quad \text{ii. } a_n = n^{3/2} (\sqrt{n^4+4} - n^2)$$

(Υπόδειξη: Να αποδείξετε ότι η $|a_n|$ φράσσεται από μηδενική ακολουθία)

2) Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω ακολουθίες είναι φραγμένες.

$$\text{i. } a_n = \frac{n \sin 3n}{n^2+1} \quad \text{ii. } a_n = \frac{2n+5}{3^n}$$

3) Να υπολογίσετε τα όρια των ακολουθιών a_n , $n = 1, 2, \dots$ με γενικούς όρους:

$$\text{i. } a_n = \frac{3^n}{n^n} \quad \text{ii. } a_n = \left(\frac{2n^2-3}{3n^2-2} \right)^2 \quad \text{iii. } a_n = \frac{2^n+3^n}{5^n+4^n} \quad \text{iv. } a_n = \frac{n^2-3n+9}{2n+1}$$

4) Εξετάσετε μονοτονία ακολουθιών a_n , $n = 1, 2, \dots$ με γενικούς όρους:

$$\text{i. } a_n = (-1)^n \quad \text{ii. } a_n = \frac{-n!}{n^n}$$

5) Να βρεθούν τα όρια των ακολουθιών:

$$\alpha) a_n = \left(\frac{7n+1}{7n-1} \right)^n, \quad \beta) a_n = \left(1 + \frac{1}{5n} \right)^n, \quad \gamma) a_n = \left(\frac{n^2-1}{n^2+1} \right)^{n^2}, \quad \delta) a_n = \left(1 - \frac{2}{n+2} \right)^n$$

6) ΝΔΟ η αναδρομική ακολουθία $a_{n+1} = \frac{1}{8}(4a_n^2+1)$ με $a_1 = \frac{1}{4}$ είναι μονότονη, φραγμένη,

συγκλίνει και να βρεθεί το όριό της