

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ 1

## TUTORIAL 2

- 1) Να απλοποιηθεί η παράσταση  $(A-AB)UB$
- 2) Να δειχθεί επαγωγικά ότι  $(1+x)^n \approx 1+nx$ ,  $x > -1$  και  $n \in \mathbb{N}$  (Bernoulli)
- 3) Έστω  $z = \sqrt{3} + i$ . Χρησιμοποιώντας το Θεώρημα του De Moivre, να υπολογίσετε το  $z^{1998}$ .
- 4) Να λυθεί η εξίσωση  $z^5 = \sqrt{3} + i$ .

### **N-στή ρίζα μιγαδικού αριθμού**

**Το πρόβλημα του υπολογισμού της n-στής ρίζας του  $w$  ανάγεται στην επίλυση της εξίσωσης  $z^n = w$ .**

Γενικά, για την επίλυση της εξίσωσης  $z^n = w$ , όπου  $w \in \mathbb{C}$  και  $w \neq 0$ , ισχύει το παρακάτω σημαντικό θεώρημα:

Η εξίσωση  $z^n = w$  έχει  $n$  διακεκριμένες λύσεις που δίνονται από τον τύπο:

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left( \cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) \quad k=0,1,\dots,n-1,$$

όπου  $r$  είναι το μέτρο του  $w$  και  $\varphi$  είναι το όρισμά του.

- 5) Αν  $az^3 + 3z^2 + 2z + 3 = 0$  και γνωρίζουμε μία ρίζα την  $z = -i$ , να βρεθεί η τιμή της  $a$  και οι ρίζες  $z_2$  και  $z_3$
- 6) Να λυθεί στο  $\mathbb{C}$  η εξίσωση  $|z| + z = 2 + i$
- 7) Να βρεθεί εξίσωση που ικανοποιεί την  $|z - 2| = 4$