

Γραμμική Άλγεβρα II

Tutorial 2
Τμήμα Στατιστικής
ΟΠΑ

2 Μαρτίου 2018

1. Να απαντήσετε εαν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή Λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

1. Εστω A ένας 3×3 πίνακας. Τότε $\det(5A) = 5\det(A)$. **Λάθος:** $5^3\det(A)$
2. Εστω ένας $n \times n$ πίνακας A . Τότε $\det(-A) = -\det(A)$. **Λάθος:** $(-1)^n\det(A)$
3. Εστω ένας $n \times n$ πίνακας A . Εάν $A^3 = 0$ τότε $\det(A) = 0$. **Σωστό**
4. Εστω ένας $n \times n$ πίνακας A . Τότε $\det(AA^T) \geq 0$. **Σωστό:** $\det(AA^T) = \det(A)\det(A^T) = \det(A)^2 \geq 0$

2. Να γίνει παραγοντοποίηση QR στον πίνακα $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

Απάντηση Με Gram Schmidt, $Q = \begin{bmatrix} \frac{11}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$

και μετά, $R = Q^T A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \frac{2}{\sqrt{2}} \\ 0 & 4\sqrt{2} \end{bmatrix}$

3. α) Να βρεθεί η τιμή του x ώστε ο πίνακας να μην αντιστρέφεται $Q = \begin{bmatrix} e^x & e^{-x} \\ e^x + 2 & 1 \end{bmatrix}$

Απάντηση

Πρέπει $\det(Q) = 0 \Rightarrow x = \ln(2)$

β) α) Να βρεθεί η τιμή του k ώστε ο πίνακας να μην αντιστρέφεται $A = \begin{bmatrix} k & 1 & 1 \\ 0 & 2 & k-1 \\ k & 0 & k-2 \end{bmatrix}$

Απάντηση Πρέπει $\det(A) = 0 \Rightarrow k = 0, \frac{7}{3}$

4. Να γίνει ορθοκανονικοποίηση Gram Schmidt, στα παρακάτω διανύσματα:

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad u_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix},$$

Απάντηση

$$v_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \frac{1}{\sqrt{10}} \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \frac{1}{\sqrt{9.1}} \begin{bmatrix} \frac{8}{5} \\ \frac{17}{10} \\ \frac{13}{10} \\ \frac{7}{5} \end{bmatrix},$$