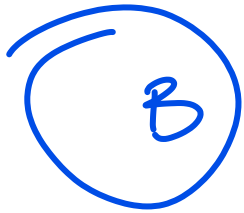


11 Μαθ



Ορθογώνιοι Πίνακες

$$Q \cdot Q^T = I = Q^T \cdot Q$$

Ορισμός

$$\Leftrightarrow Q^T = Q^{-1}$$

$A^{n \times n}$: | Σ ΟΔΥΝΑΜΑ: | $A^T = A^{-1}$

2) Γραμμές = 0.κ. σύνολο

3) Στήλες = 0.κ. σύνολο

π.χ

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

στήλες 0.κ.?

$$\begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} =$$

$$\cos \theta \sin \theta - \cos \theta \sin \theta = 0$$

ΚΑΘΕΤΕΣ :

ΚΑΝΟΝΙΚΟ: $\left\| \begin{pmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \end{pmatrix} \right\| =$

$$\sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta} = 1 \quad \checkmark$$

ny

Σ^{-1}

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 7 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

- 1) Γραμμές ορθογώνιες? Σ
- 2) Ορθογώνιος πίνακας? \wedge
(οχι $\|A\|=1$)
- 3) Στήλες ορθογώνιες? \wedge

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

$$\langle A, B \rangle = A^T \cdot B$$

- Διατηρούν μήκος $\|Qx\| = \|x\|$

Απόδ: $\|Qx\|^2 = \langle Qx, Qx \rangle = (Qx)^T Qx =$
 $x^T \underbrace{Q^T Q}_I x = x^T x = \|x\|^2$

- Διατηρούν εσω. γινόμενο \Leftrightarrow φωνίες

$$\langle Qx, Qy \rangle = (Qx)^T \cdot Qy = x^T \underbrace{Q^T Q}_I y =$$

$$x^T \cdot y = \langle x, y \rangle$$

$\mathbb{C}^{n \times n}$ Μιγαδικοί πίνακες

ΟΡΘΟΜΟΝΑΣΙΑΙΟΙ

$$Q \cdot Q^* = I = Q^* \cdot Q$$



ανάστροφος-συζυγής

(συζυγής $z = 4 + 5i \Rightarrow z^* = 4 - 5i$)

$$A = \begin{bmatrix} 3+i & 2-i \\ 5 & 9+4i \end{bmatrix} \quad , \quad A^* = \begin{bmatrix} 3-i & 5 \\ 2+i & 9-4i \end{bmatrix}$$
