

**Άσκηση 1.** Θεωρήστε το αρχείο δεδομένων `nerve_data.txt` που είναι διαθέσιμο στο e-class (κατηγορία Έγγραφα/Υλικό Παπασταμούλη/datasets), το οποίο καταγράφει  $n = 799$  χρόνους αναμονής μεταξύ διαδοχικών συσπάσεων νευρικής ίνας (πηγή: Cox and Lewis, 1966).

1. Για  $x = 0.1, 0.2, \dots, 1.2$  υπολογίστε τα 95% ασυμπτωτικά διαστήματα εμπιστοσύνης ίσων ουρών για την  $F(x)$  μέσω

(α) της μεθόδου Wald (αυτό το κάνατε ήδη στη 2η εργασία)

$$\left[ \hat{F}_n(x) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{F}_n(x)(1 - \hat{F}_n(x))}{n}}, \hat{F}_n(x) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{F}_n(x)(1 - \hat{F}_n(x))}{n}} \right],$$

(β) της μη παραμετρικής μεθόδου Δέλτα

$$\left[ \hat{F}_n(x) - z_{\alpha/2} \hat{s}\hat{e}, \hat{F}_n(x) + z_{\alpha/2} \hat{s}\hat{e} \right],$$

όπου  $\hat{s}\hat{e} = \frac{\hat{\tau}}{\sqrt{n}}$  και

$$\hat{\tau}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{\delta_{X_i}(x) - \hat{F}_n(x)\}^2.$$

Τι παρατηρείτε; Δικαιολογήστε.

2. Εκτιμήστε σημειακά και με ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης τη διάμεσο ( $m$ ), χρησιμοποιώντας

(α) Διωνυμικά διαστήματα εμπιστοσύνης για ποσοστημόρια (αυτό το κάνατε ήδη στη 2η εργασία)

(β) Ασυμπτωτικά διαστήματα εμπιστοσύνης μέσω της μη παραμετρικής μεθόδου Δέλτα.

$$\left[ \hat{m} - z_{\alpha/2} \frac{\hat{\tau}}{\sqrt{n}}, \hat{m} + z_{\alpha/2} \frac{\hat{\tau}}{\sqrt{n}} \right].$$

Σε αυτήν την περίπτωση, να δείξετε πρώτα ότι η ασυμπτωτική διασπορά του εκτιμητή αντικατάστασης  $\hat{m} = T(\hat{F}_n)$  είναι ίση με

$$\frac{\tau^2}{n} = \frac{1}{n} \int IF_F^2(x) dF = \frac{1}{4nf^2(m)},$$

όπου  $f(\cdot)$  η συνάρτηση πυκνότητας της  $F$ . Παρατηρήστε ότι για να εκτιμήσετε το τυπικό σφάλμα  $\tau/\sqrt{n}$  θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε μία εκτίμηση  $\hat{f}(\hat{m})$  της  $f(m)$ . Τι θα κάνετε για αυτό; (Βάλτε φαντασία!)