### Ασυμπτωτική θεωρία για γραμμικά συναρτησιακά

**Θεώρημα:** Έστω

* ένα γραμμικό συναρτησιακό
* με συνάρτηση επιρροής την 
* και δειγματική συνάρτηση επιρροής την 

Υποθέτουμε ότι .



Τότε η εκτιμήτρια “plug-in” του  με  θα είναι ασυμπτωτικά κανονική:







Μάλιστα το ίδιο ισχύει αν αντικαταστήσουμε το με το δειγματικό αντίστοιχο :





 και .



Αυτό το τελευταίο επιτρέπει την κατασκευήγια το 





**Απόδειξη:**





ΚΟΘ 

* 



* 
* 



#### Παραλληλισμός ΕΜΠ() με plug-in ()

#### Με και έχουμε:

#### 

* + 



* + 



* Με influence function  έχουμε:
  + 
  + 

Αυτό οφείλεται στο ότι **για ένα παραμετρικό μοντέλο με  η influence function δίνεται από**





Τότε:







### Μη γραμμικά συναρτησιακά

Παραμετρικό αντίστοιχο: η δέλτα μέθοδος για μη γραμμικό 









(γραμμική προσέγγιση της )



Ενώ **για γραμμικά συναρτησιακά είδαμε**



**Για τα μη γραμμικά συναρτησιακά ελπίζουμε**



**Αυτό συμβαίνει όταν  είναι παραγωγίσιμη κατά Hadamard**

(μια κάπως πιο ισχυρή έννοια παραγώγισης από τη Gateaux που γνωρίσαμε)

**Θεώρημα:** Αν  παραγωγίσιμη «κατά Hadamard» τότε:

, όπου . Επίσης

, όπου 

Άρα παίρνουμε ως  δ.ε για το 





Παράδειγμα. Μέσος 

* 
* 



* 
* και 

Άρα για 

Πρόταση: Αν τότε , όπου



Εφαρμογή: διακύμανση 

Άρα  και  ενώ 



Έτσι με 







#### Παραδείγματα:

##### διακύμανση

* 
* 



* 



* 



 για 



##### p-ποσοστιαία σημεία



* 



* 







* 







* Η  δεν υπάρχει γιατί η  δεν έχει πυκνότητα.
* Για δε για το p-ποσοστιαία σημείο θα χρειαστούμε εκτίμηση της 





