

3^ο ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ – ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ

1) Έστω μεταβλητή X που παίρνει τις τιμές 2, 3 και 5 με αντίστοιχες πιθανότητες $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$ και $\frac{1}{3}$. Να βρεθεί η ροπογεννήτρια της X και εξ' αυτής η μέση τιμή της.

2) Η ροπογεννήτρια της διακριτής τ.μ. X δίνεται από τον τύπο: $M_X(t) = e^{(e^t-1)}$. Να υπολογιστεί η μέση τιμή και η διακύμανση της τ.μ. X

3) Έστω X μια τ.μ. με συνάρτηση πιθανότητας $P(X=x) = c^x$, $x=1,2,\dots$ όπου c είναι μια πραγματική σταθερά.

α) Να Βρεθεί η τιμή της σταθεράς c

β) Να βρεθεί η ροπογεννήτρια $M_X(t)$ της X

γ) Να υπολογιστεί η μέση τιμή και η διακύμανση της X .

4) Η τ.μ. X έχει συνάρτηση πιθανότητας που δίνεται από τον πίνακα:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$

Να βρεθεί η κατανομή της τ.μ. $Y=(X-1)^2$.

5) Έστω X συνεχής τ.μ. με

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} x e^{-\frac{x^2}{4}}, & x \geq 0 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

Αν $Y=X^2$, να βρείτε την συνάρτηση κατανομής της Y και τη συνάρτηση πυκνότητάς της. Ποια η μέση τιμή της;