

14ο ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

1) Ο χρόνος ζωής ενός ανθρώπου είναι μία τ.μ. X που ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέσο χρόνο ζωής 75 χρόνια. Να υπολογιστεί η πιθανότητα ο άνθρωπος αυτός να ζήσει:

- το πολύ εβδομήντα χρόνια
- ακριβώς εβδομήντα χρόνια
- τουλάχιστον εβδομήντα χρόνια
- πάνω από εβδομήντα χρόνια αν είναι τριάντα χρονών.

2) Έστω ότι η διάρκεια X μιας τηλεφωνικής συνδιάλεξης ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση διάρκεια τα 15 λεπτά.

- Αν κάποιος φτάσει σε ένα τηλεφωνικό θάλαμο ακριβώς πριν από εμάς, ποια είναι η πιθανότητα να χρειαστεί να περιμένουμε περισσότερο από 15 λεπτά;
- Αν τη στιγμή που φτάνουμε στον τηλεφωνικό θάλαμο, το άτομο που είναι μέσα, μιλάει ήδη για 15 λεπτά, ποια είναι η πιθανότητα να χρειαστεί να περιμένουμε περισσότερο από 15 λεπτά;

3) Η διάρκεια λειτουργίας μιας λυχνίας ραδιοφώνου ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση διάρκεια λειτουργίας 200 ώρες. Το εργοστάσιο που κατασκευάζει τις λυχνίες επιθυμεί να δώσει εγγύηση στους πελάτες για ορισμένο αριθμό ωρών. Εάν μία λυχνία καεί νωρίτερα, επιστρέφεται στο εργοστάσιο. Ποιος αριθμός ωρών πρέπει να δοθεί σαν εγγύηση έτσι ώστε το πολύ 5% των λυχνιών να επιστρέφονται στο εργοστάσιο;

4) Ο χρόνος ζωής ενός ραδιοφώνου ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση ζωή 8 χρόνια. Αν ένας φοιτητής αγοράσει ένα ραδιόφωνο το οποίο λειτουργεί κατά τη στιγμή της αγοράς του, ποια είναι η πιθανότητα να λειτουργεί και μετά από οκτώ χρόνια;

5) Σε ένα τηλεφωνικό κέντρο εκτιμήθηκε ότι ο χρόνος t της διάρκειας των τηλεφωνικών συνδιαλέξεων είναι μια τ.μ. που ακολουθεί μια κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μορφής

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{5} e^{-kt}, & t > 0 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

α. Ναδειχθεί ότι για να είναι η $f(t)$ πράγματι σ.π.π θα πρέπει $k = \frac{1}{5}$

β. Να υπολογιστεί η πιθανότητα η διάρκεια μιας υπεραστικής συνδιάλεξης:

- να υπερβεί τα 5 λεπτά,
- να διαρκέσει μεταξύ 3 και 6 λεπτών
- να διαρκέσει λιγότερο από 3 λεπτά, και
- να διαρκέσει λιγότερο από 6 λεπτά δεδομένου ότι ξεπέρασε σε διάρκεια τα 3 λεπτά.