

Εφαρμογή: (Άσκηση 1.12 σελ. 78 βιβλίο Οικονομικού-Φακίνου
Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα)

Να λυθεί το π.γ.π

$$\min(3x_1 - x_2 + 2x_3)$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 9$$

$$5x_2 - x_3 \leq 1$$

$$4x_1 - x_2 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

με την M-μέθοδο.

Λύση:

Το φέρνω στην κανονική των μορφή:

$$-\max(-3x_1 + x_2 - 2x_3)$$

προσδέτω την μεταβλητή x_4 για να φτάσω το 9 που είναι μεγαλύτερο!!!

αφαιρώ την μεταβλητή x_6 για να φτάσω το 1 που είναι μικρότερο!!!

$$\begin{array}{r} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 9 \\ 5x_2 - x_3 + x_5 = 1 \\ 4x_1 - x_2 - x_6 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_7 = 3 \end{array}$$

$$x_1, x_2, \dots, x_7 \geq 0$$

έχω 4 εξισώσεις, άρα πρέπει να εμφανίσει ο πίνακας $I_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Δεν έχω τον πίνακα I_4 : βασικό πίνακα!!!

Χρησιμοποιώ την M-μέθοδο!!!

για πρόβλημα max: ο συντελεστής της x_8 είναι
 επί της εξίσωσης μικρός για να ΜΗΝ επιλέγει από τον αλγόριθμο!!! $M \ll 0$

$$\begin{aligned}
 & \text{max} (-3x_1 + x_2 - 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + Mx_8) \\
 & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 9 \\ 5x_2 - x_3 + x_5 = 7 \\ 4x_1 - x_2 - x_6 + x_8 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_7 = 3 \end{cases} \\
 & x_1, x_2, \dots, x_8 \geq 0
 \end{aligned}$$

οι στήλες των ταυτοτικού I4
 αρχική βάση ~ λύση!

C_B	Βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Λύση	θ
0	x_4	3	2	-1	1	0	0	0	0	9	
0	x_5	0	5	-1	0	1	0	0	0	7	
M	x_8	4	-1	0	0	0	-1	0	1	7	
0	x_7	1	1	1	0	0	0	1	0	3	
Z		3	-1	2	0	0	0	0	-M	0	(*)

Παίρνω τους ανίδεους συντελεστές
 προφανώς της κανονικής μορφής!!!

$$x_6=0, x_1=0, x_2=0, x_3=0$$

$$Βάση = 0$$

αρχική βασική εφικτή λύση!!!
 Λύση το σύστημα και βρίσκω προφανή
 λύση $x_4=9, x_5=1, x_8=1, x_7=3$

αντικειμενική συνάρτηση: αντικαθιστώ τα x_i

$$Z = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + M \cdot 1 = M \neq 0 \quad (*)$$

Διόρθωση της z-γραμμής:

$$z \rightarrow z + M \cdot r_3 \quad z \mid 3+4M \quad -1-M \quad 2 \quad 0 \quad 0 \quad -M \quad 0 \quad 0 \mid M$$

(**) (*)

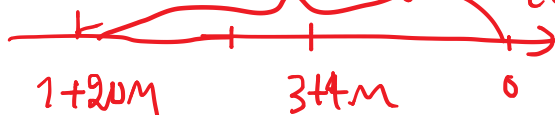
μακρύνω στην βάση
στην x_8 βγαίνει!!!

C_B	Βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Λύση	θ
0	x_4	3	2	-1	1	0	0	0	0	9	$9/3 = 3$
0	x_5	0	5	-1	0	1	0	0	0	1	-
M	x_8	4	-1	0	0	0	-1	0	1	1	$1/4 = 0.25$ ^{min}
0	x_7	1	1	1	0	0	0	1	0	3	$3/1 = 3$
	Z	$3+4M$	$-1-M$	2	0	0	$-M$	0	0	M	

Το έκανα πρόβλημα max : δέλω τον max και' απόλυτη τιμή
ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ!!!

$M < 0 \rightarrow 3+4M < 0$: ΜΟΝΑΔΙΚΟΣ ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ!!!

(αν πχ. είχα και $1+20M < 0$ θα επέλεγα $1+20M$ γιατί είναι μεγαλύτερος κατά απόλυτη τιμή αφού $20M < 4M$)
μεγαλύτερη απόλυτη τιμή!!!



$r_3 \rightarrow r_3/4$

νέο σιδηρό στοιχείο
 $\omega = a_{22} = 5$

δεν την βάζω από: M-μεταβλητή έφoge από βάση

ζ_B	Βάση	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Λύση	θ
0	x_4	0	$1/4$	-1	1	0	$3/4$	0	$-3/4$	$33/4$	$33/17$
0	x_5	0	5	-1	0	1	0	0	0	1	$(1/5)_{\min}$
-3	x_1	1	$-1/4$	0	0	0	$-1/4$	0	$1/4$	$1/4$	-
0	x_7	0	$5/4$	1	0	0	$1/4$	1	$-1/4$	$11/4$	$11/5$
	Z	0	$-1/4$	2	0	0	$3/4$	0	$-3/4 - M$	$-3/4$	

$r_1 \rightarrow r_1 - 3r_3$

$r_4 \rightarrow r_4 - r_3$

$Z \rightarrow Z - (3+4M)r_3$

$-1 - M - (3+4M)(-1/4) =$

$-1 - M + 3/4 + M = -1/4$

$0 - (3+4M)1/4 =$
 $-3/4 - M >> 0$

Διαλέγω τον max κατά αύξηση τιμής αρνητικό συντελεστή της Z

$\omega - 1/4$ είναι ο μόνος ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ

☆ $M < 0 \rightarrow -3/4 - M >> 0$: αφού θετικό \rightarrow δεν το επιδέχω!
 Έτσι κι αλλιώς είναι ο συντελεστής της M-μεταβλητής x_8 η οποία αφού βγήκε από την βάση δεν υπολογίζεται ΚΑΘΟΛΟΥ ΠΑ!!!

Αρα μπαίνει στην βάση η x_4 και βγαίνει η x_5

γραφοποιήσεις:

C_B	Βασή	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Λύση
0	x_4	0	0	*	1	*	*	0	*	$77/10$
1	x_2	0	1	*	0	*	*	0	*	$1/5$
-3	x_1	1	0	*	0	*	*	0	*	$3/10$
0	x_7	0	0	*	0	*	*	1	*	$5/2$
	Z	0	0	$39/20$	0	$1/20$	$3/4$	0	*	$-7/10$

Δεν έχω αρνητικό Z-συντελεστή
αρα ο αλγόριθμος τερματίζει!!!

Βέλτιστη λύση: $x_1 = 0.3$, $x_2 = 0.2$, $x_4 = 7.7$, $x_7 = 2.5$

$x_3 = x_5 = x_6 = x_8 = 0$

$x = (0.3, 0.2, 0, 7.7, 0, 0, 2.5, 0)$

$\max = -0.7$

αλλά το αρχικό πρόβλημα είναι $\min Z$

$\max(-2)$ Κανονική μορφή!!!
 $-(-0.7)$
 $+0.7$