

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

1.1) Μια βιομηχανία παράγει τρία προϊόντα  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  καθένα από τα οποία απαιτεί τρεις πρώτες ύλες  $Y_1, Y_2, Y_3$  και επεξεργασία σε δύο στάδια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . Οι απαιτούμενες ποσότητες πρώτων υλών σε κατάλληλες μονάδες καθώς και ο απαιτούμενος αριθμός ωρών σε κάθε στάδιο επεξεργασίας για την παραγωγή μίας μονάδας προϊόντος, δίνονται από τον παρακάτω πίνακα.

	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$\Sigma_1$	$\Sigma_2$	$K$
$\Pi_1$	3	2	1	12	7	50
$\Pi_2$	2	3	5	3	15	70
$\Pi_3$	1	4	0	10	10	60
$\Delta$	200	200	150	500	600	

Στην τελευταία γραμμή του πίνακα δίνεται η διαθέσιμη ποσότητα από κάθε πρώτη ύλη καθώς και ο διαθέσιμος αριθμός ωρών σε κάθε στάδιο επεξεργασίας για μία ημέρα. Στην τελευταία στήλη δίνεται το κέρδος σε ευρώ ανά μονάδα προϊόντος. Η βιομηχανία θέλει να προγραμματίσει την ημερήσια παραγωγή έτσι ώστε να μεγιστοποιείται το συνολικό κέρδος της. Να γίνει η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος αναλυτικά και με μορφή πινάκων.

1.2) Μια βιομηχανία διαθέτει δύο εργοστάσια  $E_1, E_2$  που παράγουν τρία προϊόντα  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ . Η ωριαία δυναμικότητα των εργοστασίων, δηλαδή ο αριθμός των μονάδων προϊόντων που παράγουν σε μία ώρα λειτουργίας δίνεται από τον πίνακα

	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$
$E_1$	4	2	3
$E_2$	3	6	5

Το κόστος ωριαίας λειτουργίας για τα  $E_1, E_2$  είναι 20 και 40 χρηματικές μονάδες αντίστοιχα, ενώ η υπερωριακή λειτουργία τους επι-

βαρύνε  
για κα  
70 και  
διάρκει  
ώρες κ  
3 ώρες  
ώστε τ  
κή διατ

1.3)  
κες  $A_1$   
αντίστο  
τόνους  
κάθε απ

Ο συ  
μεταφορ

i) Να γ

ii) Αν τ

συνε

κόστ

διατι

iii) Αν τ

ση ο

για τ

τόνο

κή δυ

14) Σ

επιπλέον

γάρσον δ

Διαδικασία	Είσοδος (αργό πετρέλαιο)		Έξοδος (βενζίνη)	
	A	B	X	Y
P	6	4	5	2
Q	3	5	2	4

Οι διαθέσιμες ποσότητες αργού πετρελαίου τύπου A, B είναι 180 και 200 μονάδες αντίστοιχα. Οι απαιτήσεις της αγοράς επιβάλλουν την παραγωγή τουλάχιστον 100 μονάδων βενζίνης από κάθε τύπο. Το κέρδος ανά κύκλο παραγωγής είναι 2 και 3 μονάδες αντίστοιχα για τις διαδικασίες P και Q. Ζητείται ο προσδιορισμός του αριθμού των κύκλων παραγωγής από κάθε διαδικασία που αποφέρει το μέγιστο δυνατό κέρδος.

- Να γίνει η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, με μορφή πινάκων.
- Να λυθεί γραφικά.

**1.5)** Ένας αγρότης έχει 100 στρέμματα γης και θέλει να καλλιεργήσει σιτάρι και καλαμπόκι. Το ετήσιο κέρδος είναι 1500 ευρώ για κάθε στρέμμα σιτάρι και 1000 ευρώ για κάθε στρέμμα καλαμπόκι. Ο αγρότης έχει εκτιμήσει ότι με μιας ώρας δουλειά το χρόνο μπορεί να καλλιεργήσει 0,04 στρέμματα σιτάρι ή 0,1 στρέμματα καλαμπόκι και επίσης δεν θέλει να δουλέψει παραπάνω από 2000 ώρες το χρόνο. Πόσα στρέμματα πρέπει να καλλιεργήσει από κάθε είδος για να μεγιστοποιήσει το κέρδος του;

**1.6)** Να γραφούν τα παρακάτω π.γ.π. στην κανονική τους μορφή.

$$\begin{aligned}
 \text{i)} \quad & \min (x_1 - x_2 + 3x_3) \\
 & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\
 & x_2 + x_3 \geq 2 \\
 & x_2, x_3 \geq 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ii)} \quad & \max (3x_1 - 4x_2 + x_3) \\
 & x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 20 \\
 & 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geq 40 \\
 & 2x_1 - 6x_2 = 25 \\
 & |3x_1 - x_2 + 2x_3| \leq 60 \\
 & x_1, x_2 \geq 0, \quad x_3 \leq 0.
 \end{aligned}$$

~~1.7)~~ Δίνεται το π.γ.π.

$$\begin{aligned} \max (x_1 - x_2) \\ x_1 + x_2 &\leq 4 \\ 2x_1 - x_2 &\geq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

- i) Να λυθεί γραφικά.  
ii) Να γραφεί στην κανονική του μορφή και να βρεθούν οι κορυφές του.

1.8) Να λυθεί το π.γ.π.

$$\begin{aligned} \max (-x_1 + 2x_2 - 3x_3) \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 &= 10 \\ 2x_2 - x_3 &\leq 1 \\ x_2 + 2x_4 &\leq 8 \\ x_i &\geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4). \end{aligned}$$

1.9) Να λυθεί το π.γ.π.

$$\begin{aligned} \max (-x_1 + 2x_2 - 3x_3) \\ x_1 - 1/2x_2 + x_3 + x_4 &= 11 \\ 2x_2 - x_3 + x_5 &= 0 \\ 2x_4 + x_6 &= 8 \\ x_i &\geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 6). \end{aligned}$$

1.10) Να λυθεί το π.γ.π.

$$\begin{aligned} \min (x_1 - 3x_2 + 4x_3) \\ -7x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 &\leq 1 \\ -2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 &\leq 2 \\ x_i &\geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4). \end{aligned}$$

1.11) Να λυθεί το π.γ.π.

$$\begin{aligned} \min (x_2 - 3x_3 + 2x_5) \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_5 &= 7 \\ -2x_2 + 4x_3 + x_4 &= 12 \\ 4x_2 - 3x_3 - 8x_5 &\geq -10 \\ x_i &\geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 5), \end{aligned}$$

με τον αλγόριθμο Simplex μικρότερου tableau.