

Φυλλάδιο 5

1. (Άσκηση 2.1.2 από Strang)

Ποια από τα επόμενα υποσύνολα του \hat{A}^3 είναι πράγματι υπόχωροι;

- Το επίπεδο των διανυσμάτων με πρώτη συνιστώσα $b_1 = 0$.
- Το επίπεδο των διανυσμάτων b με $b_1 = 1$.
- Τα διανύσματα b με $b_1 \neq b_2 = 0$ (αυτή είναι η ένωση δύο υποχώρων του επιπέδου $b_1 = 0$ με $b_2 = 0$).
- Το μεμονωμένο διάνυσμα $b = (0,0,0)$.
- Όλοι οι συνδυασμοί των δυο διανυσμάτων $x = (1,1,0)$ και $y = (2,0,1)$.
- Τα διανύσματα (b_1, b_2, b_3) που ικανοποιούν την $b_3 - b_2 + 3b_1 = 0$.

(Άσκηση 2.1.3 από Strang)

(Άσκηση 2.2.3 από Strang)

2. (Άσκηση 2.2.4 από Strang)

Προσδιορίστε την κλιμακωτή μορφή U , τις βασικές μεταβλητές, τις ελεύθερες μεταβλητές καθώς και τη

γενική λύση του $Ax = 0$ για τον $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 8 & 0 \end{pmatrix}$, Κατόπιν εφαρμόστε απαλοιφή στην $Ax = b$,

με συνιστώσες b_1 και b_2 στη δεξιά πλευρά και βρείτε τις συνθήκες έτσι ώστε το $Ax = b$ να είναι συμβιβαστό (δηλαδή να έχει λύση) καθώς και τη γενική λύση στην ίδια μορφή μ'αυτή της εξίσωσης (3).

Ποια είναι η τάξη του A ;

3. (Άσκηση 2.2.6 από Strang)

Γράψτε τη γενική λύση του

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

σαν άθροισμα μιας ειδικής λύσης του $Ax = b$ και της γενικής λύσης του $Ax = 0$, όπως στην (3).

4. (Άσκηση 2.2.9 από Strang)

Υπό ποιες συνθήκες για τα b_1 και b_2 (εφόσον χρειάζονται) έχει το $Ax = b$ λύση, όταν

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 7 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

Βρείτε δυο διανύσματα x στον μηδενόχωρο του A καθώς και τη γενική λύση του $Ax = b$.