

Μαθηματικός Λογισμός II
Φυλλάδιο ασκήσεων 7
Κανόνας Αλυσίδα- Εφαπτόμενο επίπεδο- Παράγωγος προς
κατεύθυνση

27 Απριλίου 2017

1. α) Να βρεθεί το εφαπτόμενο επίπεδο στο σημείο $A(1,1,1)$ της επιφάνειας

$$F(x, y, z) = x^3 + 3xyz + 2y^3 - z^3 - 5 = 0$$

2. Εάν $f(x, y) = e^{xy^2}$ και $x = x(t) = t\cos(t)$, $y = y(t) = t\sin(t)$ υπολογίστε την ολική παράγωγο $\frac{df}{dt}$ στο σημείο $t = \frac{\pi}{2}$

Απάντηση

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{dx} \frac{dx}{dt} + \frac{df}{dy} \frac{dy}{dt}$$

Αντικαθιστούμε για $t = \frac{\pi}{2}$, και παίρνουμε $\frac{df}{dt} |_{t=\frac{\pi}{2}} = -\frac{\pi^3}{8}$

3. α) Η θερμοκρασία των σημείων του χώρου ορίζεται από την συνάρτηση $T(x, y, z) = x^2 - y - 2z$. Ένα πτηνό που βρίσκεται στο σημείο $A(1, 2, 1)$ πετάει προς την κατεύθυνση του διανύσματος $\vec{u}(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3})$ με την ελπίδα ότι θα ζεσταθεί. Είναι οι ελπίδες του βάσιμες;
β) Η θερμοκρασία των σημείων του χώρου ορίζεται από την συνάρτηση $f(x, y, z) = x^2y + yz - e^{xy}$. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της θερμοκρασίας στο σημείο $P(1, 1, 1)$ ως προς την κατεύθυνση του διανύσματος \vec{PO} , όπου O η αρχή των αξόνων. Να βρεθεί η κατεύθυνση του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της θερμοκρασίας στο σημείο P .
4. Εάν $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ και $x = x(t) = e^t$, $y = y(t) = e^{-t}$ υπολογίστε την ολική παράγωγο $\frac{df}{dt}$ στο σημείο $t = 1$
5. Εάν $f(x, y) = x^3y$ και $x^5 + y = t$, $x^2 + y^3 = t^2$ (πεπλεγμένη) υπολογίστε την ολική παράγωγο $\frac{df}{dt}$