

Μαθηματικός Λογισμός II
Φυλλάδιο ασκήσεων 6
Όρια - Παράγωγος προς κατεύθυνση - κλίση

4 Μαΐου 2017

1. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τα όρια:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x+y)}{x+y} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$$

2. Να βρεθούν οι μερικές παράγωγοι μέχρι 2ης τάξης των παρακάτω συναρτήσεων :

$$f(x, y) = \sin(2x + 3y) \quad g(x, y) = e^{x^2 + xy}$$

3. Να βρεθεί το διάνυσμα κλίσης ∇f των παρακάτω συναρτήσεων στο σημείο (1,1,1):

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + 3y^2 - 1, \quad g(x, y, z) = e^{xyz} + x^2 - y^2 + z^2, \quad h(x, y, z) = x^2 y - z, xyz, x - yz^2$$

4. Να υπολογιστεί η κατευθυνόμενη παράγωγος $D_u f(x_0)$ της συνάρτησης $f(x, y) = xy + 4\sin(x)$ στο σημείο $x_0 = (0, 1)$ κατά την κατεύθυνση του διανύσματος $u = (3, 4)$