

Μαθηματικός Λογισμός II
Φυλλάδιο ασκήσεων 4
Σειρές Fourier, Διανύσματα στον χώρο

28 Μαρτίου 2010

1. Βρείτε τη σειρά Fourier για την συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -5 < x < 0 \\ 3 & 0 < x < 5 \end{cases}$$

Πως πρέπει να οριστεί η συνάρτηση στο $x = 0$ έτσι ώστε η σειρά να συγκλίνει στο $f(x)$ στο διάστημα $(-5, 5)$;

2. Δείξτε την ταυτότητα του Parseval δηλαδή ότι

$$\frac{1}{L} \int_{-L}^L f^2(x) dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

αν υποθέσουμε ότι η σειρά Fourier για την $f(x)$ συγκλίνει ομοιόμορφα.

3. Να αποδείξετε με την χρήση διανυσμάτων τον νόμο των ημιτόνων.
4. Να αποδειχτεί ότι $(a \times b)^2 = a^2 b^2 - (ab)^2$
5. Να εξεταστεί αν τα διανύσματα : $\vec{u} = (3, 2, 1)$, $\vec{v} = (5, -1, 2)$, $\vec{w} = (8, 1, 3)$ είναι γραμμικά ανεξάρτητα.