

TUTORIAL 1: ΜΙΓΑΛΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1. (a) Να γράψετε την παράσταση $(\cos \theta + i \sin \theta)^3$ σε μορφή $a + ib$, όπου τα a, b συναρτήσει των $\sin \theta$ και $\cos \theta$.

(b) $\text{NΔO } \cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$.

(c) Να βρεθεί η $\tan(3\theta)$

Απ. α) ταυτότητα και θ . De Moivre.

c) $\tan(3\theta) = \sin(3\theta) / \cos 3\theta = (3 \cos^2 \theta \sin \theta - \sin^3 \theta) / (4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$

2. Να βρεθεί η τετραγωνική ρίζα του αριθμού $3 + 4i$.

Απ. $2 + i, -2 - i$

3. (a) Να λυθεί η εξίσωση $z^3 = 2 + 2i$ και η απάντηση να δοθεί σε πολική μορφή..

(b) Να δείξετε ότι μια από τις λύσεις είναι η $-1 + i$ όταν γραφτεί σε Καρτεσιανη μορφή..

Απ. $\theta = \pi/12, -7\pi/12, 3\pi/4$.

4. Εάν $|z| = \sqrt{10}$, να λυθεί η $5z + \frac{10}{z^*} = 6 - 18i$, όπου z^* είναι ο συζυγής του z .

Απ. $z = 1 - 3i$.

5. Εάν $z = \cos \theta + i \sin \theta$ NΔO :

(a) $\text{Im} \left(z^n + \frac{1}{z^n} \right) = 0, n \in \mathbb{Z}^+;$

(b) $\text{Re} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = 0, z \neq -1$.

6. Να Βρείτε σε τριγωνομετρική μορφή τον αριθμό $z = 12 - 5i$

Απ. $|z| = 13, \theta = -0,395$ ακτινια.

7. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$\left(2 \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} \right) \right)^{15}$$