

# Μαθηματικός Λογισμός Ι

## Tutorial 10: Σειρές Taylor, Mc Laurin

12 Ιανουαρίου 2017

1. Να αποδείξετε τις βασικές σειρές Mc Laurin :

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots, \quad \cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

Στη συνέχεια να βρείτε τη σειρά Mc Laurin για τη συνάρτηση  $f(x) = e^x \sin(x)$  με 2 τρόπους. Να γίνει το ίδιο και για την συνάρτηση  $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

**Απάντηση**

$$f(x) = e^x \sin(x) = x + x^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{8} + \dots$$

2. Να βρείτε την σειρά Mc Laurin για την συνάρτηση  $g(x) = \ln(x+1)$ .

Στη συνέχεια να βρείτε την τιμή του  $\ln(2)$  προσεγγιστικά.

**Απάντηση**

$$\ln(x+1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n}$$
$$\ln(2) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

3. Να υπολογίσετε το ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$  και στη συνέχεια το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

**Απάντηση**

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx = \int_0^1 \left( x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \right) dx = 0.944$$

4. Να υπολογίσετε το ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$  και στη συνέχεια το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx. \text{ Τι βρίσκουμε με αυτό τον τρόπο;}$$

**Απάντηση**

Θέτοντας όπου  $x \rightarrow x^2$  στο ανάπτυγμα παίρνουμε το  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

Η απάντηση είναι το ανάπτυγμα της συνάρτησης  $\text{Arcsin}(x)$  σε σειρά.