



## **ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

### **Φυλλάδιο 5**

#### **Άσκηση 5.1**

Να προσδιορίσετε την τάξη (*order*) και τη χαρακτηριστική εξίσωση των παρακάτω εξισώσεων διαφορών:

(α)  $y_t = 2y_{t-1}$       (β)  $y_t = 5y_{t-1} - 6y_{t-2}$

#### **Άσκηση 5.2**

Να λύσετε τις παρακάτω ομογενείς εξισώσεις διαφορών πρώτης τάξης:

(α)  $y_t - 2y_{t-1} = 0$       (β)  $y_t - 2y_{t-1} = 0$  όπου  $y_0 = 10$

#### **Άσκηση 5.3**

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις διαφορών πρώτης τάξης:

(α)  $y_t - 2y_{t-1} = 5$       (β)  $y_t = y_{t-1} + 5$

(γ)  $y_t - 2y_{t-1} = 5t$       (δ)  $y_t - 2y_{t-1} = 5^t$

#### **Άσκηση 5.4**

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις διαφορών δεύτερης τάξης:

(α)  $y_t + y_{t-1} - 6y_{t-2} = 0$       (β)  $y_t - 5y_{t-1} + 6y_{t-2} = 0$  όπου  $y_{-1} = 0$  και  $y_0 = 1$

(γ)  $y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} = 0$       (δ)  $y_t - 2y_{t-1} + 10y_{t-2} = 0$

(ε)  $y_t + y_{t-1} - 6y_{t-2} = 5$

#### **Άσκηση 5.5**

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις διαφορών και να εξετάσετε τη δυναμική ευστάθεια της ισορροπίας τους:

(α)  $5y_t - 15y_{t-1} = 10$  όπου  $y_0 = 1$

(β)  $4y_t + 12y_{t-1} + 5y_{t-2} = 21$  όπου  $y_0 = 0$  και  $y_1 = 2$

(γ)  $4y_t + 4y_{t-1} + y_{t-2} = 4$  όπου  $y_0 = 0$  και  $y_1 = 1$

(δ)  $y_t + y_{t-1} + 6y_{t-2} = 0$  όπου  $y_0 = 0$  και  $y_1 = 1$

### Άσκηση 5.6

Να υπολογίσετε τη συγκεκριμένη λύση της παρακάτω διαφορικής εξίσωσης αν είναι γνωστό ότι για  $t = 0$ ,  $y(0) = 100$ :

$$\frac{dy}{dt} = -2y$$

### Άσκηση 5.7

Να υπολογίσετε τη γενική λύση των παρακάτω διαφορικών εξισώσεων:

(α)  $25 \frac{d^2 y}{dt^2} + 20 \frac{dy}{dt} + 4y = 0$

(β)  $\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + y = 0$

(γ)  $\dot{y} + 3y = 22$

(δ)  $4\dot{y} + 8y = e^{3t}$  όπου  $y_0 = 0$

### Άσκηση 5.8

Να υπολογίσετε τη γενική λύση των παρακάτω διαφορικών εξισώσεων:

(α)  $\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} - 6y = 0$

(β)  $2\ddot{y} - 3\dot{y} + y = 0$