

ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

1	Να υπολογιστεί με απόλυτη ακρίβεια το αριθμητικό αποτέλεσμα που αντιστοιχεί στη σειρά ..	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n} + 2^n + 1^n + (-1)^{2n}}{8^n}$
2	Να διερευνηθεί ως προς τη σύγκλιση η σειρά. Να γράψετε αν ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ή ΑΠΟΚΛΙΝΕΙ και να δώσετε μία σύντομη εξήγηση	$\sum_{n=1}^{\infty} \left[7 \cos(n\pi + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{n^7} \right]$
3	Να υπολογιστεί με απόλυτη ακρίβεια το αριθμητικό αποτέλεσμα που αντιστοιχεί στη σειρά ..	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$
4	Τυπικά, για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος θα κάνω αρχικά : (α) αλλαγή μεταβλητής, (β) ανάλυση σε μερικά κλάσματα, (γ) διαίρεση πολυωνύμων ή (δ) διερεύνηση σύγκλισης	$\int \frac{x^4 - x + 1}{x^2 - 1} dx$
5	Γράψτε (σε μορφή συνάρτησης) τον τέταρτο (4ο) όρο της δυναμοσειράς που αντιστοιχεί στο ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης f(x) στο σημείο x=0. .	$f(x) = e^{x^3}$
6	Να μετασχηματίσετε το ολοκλήρωμα με αντικατάσταση (αλλαγή μεταβλητής) u=lnx και αφού κάνετε όλες τις απαραίτητες πράξεις να βρείτε τη συνάρτηση f(u)	$\int \frac{1}{x \ln x^2 + 10x} dx = \dots = \int f(u) du$
6	Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα	$\int \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} dx = \int \left(\frac{1}{x^2 + 1} - \frac{x}{x^2 + 1} + x \right) dx = \dots$
7	Να συνεχίσετε το επόμενο βήμα με αντικατάσταση (αλλαγή μεταβλητής) u=sinx	$\int \frac{\sin(x) + 3}{\tan(x)} dx = \dots$
8	Γράψτε (σε μορφή συνάρτησης) τον όγδοο (8ο) όρο της δυναμοσειράς που αντιστοιχεί στο ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης f(x) στο σημείο x=0. .	$f(x) = \cos x^2 - 1$
9	Να διερευνηθεί ως προς τη σύγκλιση η σειρά. Να γράψετε αν ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ή ΑΠΟΚΛΙΝΕΙ και να δώσετε μία σύντομη εξήγηση	$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\cos(n\pi) + \frac{1}{n^2} \right]$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

10	Να διερευνηθεί ως προς τη σύγκλιση η σειρά. Να γράψετε αν ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ή ΑΠΟΚΛΙΝΕΙ και να δώσετε μία σύντομη εξήγηση	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{2n}$
11	Βρείτε τον αριθμητικό συντελεστή του τρίτου (3ου) όρου της δυναμοσειράς που αντιστοιχεί στο ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης $f(x)$ στο σημείο $x=0$.	$f(x) = e^{x^2} + \ln(1+x)$
12	Να συνεχίσετε το επόμενο βήμα με αντικατάσταση (αλλαγή μεταβλητής) $u=\cos x$, αφού πρώτα αναπτύξετε το $\sin(2x)$ με βάση τον τύπο του διπλάσιου ημιτόνου	$\int \frac{\sin(2x)}{1+\cos^2 x} dx = \dots$
13	Βρείτε τον αριθμητικό συντελεστή του τρίτου (3ου) όρου της δυναμοσειράς που αντιστοιχεί στο ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης $f(x)$ στο σημείο $x=0$.	$f(x) = \cos x^2 - 1$
14	Να συνεχίσετε το επόμενο βήμα αναλύοντας τον παρανομαστή σε γινόμενο παραγόντων. Προσδιορίστε τα $f(x)$, $g(x)$ και $h(x)$	$\int \frac{x+2}{x^4-1} dx = \dots \int \left[\frac{\dots}{f(x)} + \frac{\dots}{g(x)} + \frac{\dots}{h(x)} \right] dx$
15	Να υπολογίσετε το όριο χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor των συναρτήσεων (χωρίς να εφαρμόσετε κανόνα De l'Hospital)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x}$
16	Βρείτε τον αριθμητικό συντελεστή του τρίτου (3ου) όρου της δυναμοσειράς που αντιστοιχεί στο ανάπτυγμα Taylor της συνάρτησης $f(x)$ στο σημείο $x=0$.	$f(x) = e^x + \cos(x^2)$
17	Να διερευνηθεί ως προς τη σύγκλιση η σειρά. Να γράψετε αν ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ή ΑΠΟΚΛΙΝΕΙ και να δώσετε μία σύντομη εξήγηση	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+1}}{n+1}$
18	Να υπολογίσετε το όριο χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor των συναρτήσεων (χωρίς να εφαρμόσετε κανόνα De l'Hospital)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$
19	Να υπολογίσετε τα α, β, γ και τους αντίστοιχους εκθέτες κ, λ, μ	$\int \frac{2x^2+3x-5}{x^3-2x^2+4x-8} dx = \int \frac{\dots}{(x-\alpha)^\kappa} + \frac{\dots}{(x-\beta)^\lambda} + \frac{\dots}{(x-\gamma)^\mu} dx$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

20	Ο προσεγγιστικός υπολογισμός της αριθμητικής τιμής της σειράς βασίζεται στο αντίστοιχο ολοκλήρωμα. Να προσδιορίσετε τα a,b,c και τη συνάρτηση f(x)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \quad \text{-----} \quad \int_a^b \frac{c}{f(x)} dx$
21	Να συνεχίσετε το επόμενο βήμα με παραγοντική ολοκλήρωση	$\int \ln^3(x) dx = \int (x)' \cdot \ln^3(x) dx = \dots$
22	Να συνεχίσετε το επόμενο βήμα με αντικατάσταση (αλλαγή μεταβλητής) u=cosx	$\int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \dots$
23	Να διερευνηθεί ως προς τη σύγκλιση η σειρά. Να γράψετε αν ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ή ΑΠΟΚΛΙΝΕΙ και να δώσετε μία σύντομη εξήγηση	$\sum_{n=1}^{\infty} [\ln(n+2) - \ln(n)]$
24	Να μετασχηματίσετε το ολοκλήρωμα με αντικατάσταση (αλλαγή μεταβλητής) u=cosx και αφού κάνετε όλες τις απαραίτητες πράξεις να βρείτε τη συνάρτηση f(u)	$\int e^{\phi^5 x} dx = \dots \int f(u) du$
25	Να υπολογίσετε το όριο χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor των συναρτήσεων (χωρίς να εφαρμόσετε κανόνα De l'Hospital).	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x}$
26	Να διερευνηθεί ως προς τη σύγκλιση η σειρά. Να γράψετε αν ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ή ΑΠΟΚΛΙΝΕΙ και να δώσετε μία σύντομη εξήγηση	$\sum_{n=1}^{\infty} n \mu \left(\frac{1}{n+1} \right)$
27	Γράψτε (σε μορφή συνάρτησης) τον έβδομο (7ο) όρο της δυναμοσειράς που αντιστοιχεί στο ανάπτυγμα Taylor συνάρτησης f(x) στο σημείο x=0.	$f(x) = \frac{1}{1-x^2}$
28	Υπολογίστε τα a,b για την εξίσωση της εφαπτομένης y=ax+b στο σημείο (1,1) της καμπύλης y=y(x), που δίνεται από την πεπλεγμένη μορφή. ..	$xy + 2 - x^5 y^2 = 2x^3$
29	Υπολογίστε τα a,b για την εξίσωση της εφαπτομένης y=ax+b στο σημείο (1,1) της καμπύλης y=y(x), που δίνεται από την πεπλεγμένη μορφή. ..	$xy^3 + 5y^2 - x^3 y^2 = 7x^2 - y$