Διάλεξη 2-4: Κατασκευάζοντας το Νεοκεϋνσιανό υπόδειγμα

Από τα νοικοκυριά και τις επιχειρήσεις στις τρεις εξισώσεις

Νατάσα Ζερβού-Velez

Διεθνείς Νομισματικές Σχέσεις • ΟΠΑ • Χειμερινό εξάμηνο 2026–27

Διάγραμμα

Γιατί κατασκευάζουμε το υπόδειγμα

Νοικοκυριά: η πλευρά της ζήτησης

Επιχειρήσεις: ορισμός τιμών και άκαμπτες τιμές

Από το οριακό κόστος στο παραγωγικό κενό

Πώς λειτουργεί το υπόδειγμα

Σκοπός

Από την προηγούμενη εβδομάδα στη σημερινή

- Προηγούμενη εβδομάδα: ο κανόνας Taylor ως **περιγραφή** του τι κάνει η Fed: το επιτόκιο πολιτικής αυξάνεται όταν ο πληθωρισμός είναι πάνω από τον στόχο και όταν το προϊόν είναι πάνω από το δυνητικό.
- Αυτή και η επόμενη διάλεξη: **γιατί** μια κεντρική τράπεζα συμπεριφέρεται έτσι; Είναι καλός τρόπος να ορίζει τα επιτόκια;
- Για να απαντήσουμε, χρειαζόμαστε ένα υπόδειγμα στο οποίο
  - η νομισματική πολιτική **επηρεάζει** το προϊόν και τον πληθωρισμό, και
  - μπορούμε να ρωτήσουμε ποια πολιτική είναι **άριστη**, δηλαδή η καλύτερη για τα νοικοκυριά.

Το σχέδιο για δύο διαλέξεις

1. **Σήμερα:** κατασκευάζουμε το Νεοκεϋνσιανό (ΝΚ) υπόδειγμα από τις αποφάσεις νοικοκυριών και επιχειρήσεων και παράγουμε τις τρεις εξισώσεις του.
2. **Επόμενη:** η άριστη νομισματική πολιτική σε αυτό το υπόδειγμα — και γιατί μοιάζει με κανόνα Taylor.

Γιατί έχουν σημασία οι άκαμπτες τιμές

Σημείο αναφοράς: ευέλικτες τιμές

- Οι επιχειρήσεις θεωρούν τις τιμές δεδομένες (τέλειος ανταγωνισμός).
- Οι τιμές προσαρμόζονται αμέσως σε κάθε διαταραχή.
- Μια μεταβολή του i_t αντισταθμίζεται από μεταβολή του αναμενόμενου πληθωρισμού: το **πραγματικό** επιτόκιο δεν κινείται.
- Το χρήμα είναι **ουδέτερο**: η νομισματική πολιτική δεν επηρεάζει το προϊόν.

Νεοκεϋνσιανό

- Οι επιχειρήσεις έχουν **δύναμη αγοράς** (μονοπωλιακός ανταγωνισμός).
- Οι επιχειρήσεις **ορίζουν** τις ονομαστικές τιμές τους.
- Η αλλαγή τιμών είναι **δαπανηρή**: οι τιμές είναι άκαμπτες (sticky prices).
- Η νομισματική πολιτική κινεί το **πραγματικό** επιτόκιο και το προϊόν βραχυχρόνια.

Τρία βήματα

(1) Επιχειρήσεις που ορίζουν τιμές $\rightarrow$ (2) προσθέτουμε κόστος αλλαγής τιμών $\rightarrow$ (3) μελετάμε την άριστη νομισματική πολιτική.

Η οικονομία

- **Νοικοκυριά:** καταναλώνουν, εργάζονται και αποταμιεύουν σε ένα ονομαστικό ομόλογο. Οικονομία «χωρίς μετρητά» (cashless): δεν υπάρχει χρήμα στη συνάρτηση χρησιμότητας ή στον περιορισμό του προϋπολογισμού.
- **Επιχειρήσεις**, σε δύο επίπεδα:
  - **Επιχειρήσεις λιανικής** (retail): τελείως ανταγωνιστικές· συνδυάζουν πολλά διαφοροποιημένα αγαθά σε ένα τελικό αγαθό που αγοράζουν τα νοικοκυριά.
  - **Επιχειρήσεις χονδρικής** (wholesale): ένα συνεχές με δείκτη $i \in [0, 1]$· καθεμία παράγει ένα διαφοροποιημένο αγαθό, **ορίζει την τιμή του** και πληρώνει κόστος για να την αλλάξει.
- **Κεντρική τράπεζα:** ορίζει το ονομαστικό επιτόκιο i_t.

Γιατί χωρίς μετρητά;

Στις σύγχρονες οικονομίες η κεντρική τράπεζα ορίζει ένα επιτόκιο, όχι την προσφορά χρήματος. Το χρήμα υπάρχει στο παρασκήνιο, αλλά η πολιτική λειτουργεί μέσω του i_t.

Οδικός χάρτης: τι θα κάνουμε σήμερα

1. **Νοικοκυριά.** Λύνουμε το πρόβλημά τους $\Rightarrow$ δύο συνθήκες:
   - πόσο να καταναλώσουν σήμερα σε σχέση με αύριο (**εξίσωση Euler**)·
   - πόσο να εργαστούν (**προσφορά εργασίας**).
2. **Επιχειρήσεις.** Λύνουμε το πρόβλημά τους $\Rightarrow$
   - τη ζήτηση για κάθε αγαθό και το **περιθώριο κέρδους** (markup) με ευέλικτες τιμές·
   - με κόστος αλλαγής τιμών: μια **καμπύλη Phillips** που συνδέει τον πληθωρισμό με το οριακό κόστος.
3. **Συνδυασμός.** Εκφράζουμε το οριακό κόστος ως συνάρτηση του **κενού παραγωγής** (output gap).
4. **Αποτέλεσμα:** τρεις εξισώσεις — καμπύλη IS, καμπύλη Phillips, κανόνας πολιτικής.

Πώς διαβάζουμε τις παραγωγές

Κάθε βήμα είναι: γράφουμε το πρόβλημα $\rightarrow$ παίρνουμε τις συνθήκες πρώτης τάξης $\rightarrow$ ερμηνεύουμε $\rightarrow$ προσεγγίζουμε γύρω από τη σταθερή κατάσταση. Η διαίσθηση μετράει περισσότερο από την άλγεβρα.

Εργαλεία: συμβολισμός

- **Κεφαλαία** για επίπεδα, **πεζά** για λογαρίθμους: $c_t \equiv \ln C_t$, $y_t \equiv \ln Y_t$, $n_t \equiv \ln N_t$.
- **Σταθερή κατάσταση** (steady state): το σημείο όπου όλες οι μεταβλητές είναι σταθερές και δεν υπάρχουν διαταραχές. Μια μπάρα δηλώνει τιμή σταθερής κατάστασης: $\bar{c}$, $\bar{n}$.
- Η διαφορά λογαρίθμων είναι **ποσοστιαία απόκλιση**: $c_t - \bar{c} = \ln(C_t/\bar{C}) \approx (C_t - \bar{C})/\bar{C}$.
- Μετά τη γραμμικοποίηση, οι μεταβλητές με πεζά θα δηλώνουν αυτές τις **ποσοστιαίες αποκλίσεις από τη σταθερή κατάσταση**. Χρησιμοποιούμε καπέλο μόνο για το οριακό κόστος, $\widehat{mc}_t$.
- Οι ρυθμοί (επιτόκιο, πληθωρισμός) μένουν ρυθμοί: i_t, π_t.
- E_t: προσδοκία με βάση την πληροφόρηση που είναι διαθέσιμη την περίοδο t.

Νοικοκυριά

Το πρόβλημα του νοικοκυριού

$$\max_{\{C_t, N_t, B_t\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \chi \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right]$$

υπό τον περιορισμό του προϋπολογισμού σε κάθε περίοδο:

$$P_t C_t + B_t = (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + W_t N_t + D_t$$

- C_t: κατανάλωση του τελικού αγαθού· N_t: ώρες εργασίας.
- B_t: ονομαστικό ομόλογο μίας περιόδου, με ονομαστικό επιτόκιο i_t.
- W_t: ονομαστικός μισθός· D_t: μερίσματα — τα κέρδη των επιχειρήσεων, που καταβάλλονται στα νοικοκυριά, ιδιοκτήτες των επιχειρήσεων.
- σ: αντίστροφο της διαχρονικής ελαστικότητας υποκατάστασης· φ: αντίστροφο της ελαστικότητας Frisch της προσφοράς εργασίας.

Η συναρτησιακή μορφή (σταθερή σχετική αποστροφή κινδύνου στην κατανάλωση, σταθερή ελαστικότητα Frisch της προσφοράς εργασίας) κάνει τη γραμμικοποίηση διαφανή.

Τι επιλέγει το νοικοκυριό και τι θεωρεί δεδομένο

Επιλέγει το νοικοκυριό

- Κατανάλωση C_t
- Ώρες εργασίας N_t
- Αποταμίευση σε ομόλογα B_t

Θεωρεί δεδομένα

- Τιμές: P_t, W_t, i_t
- Μερίσματα D_t
- Προηγούμενη αποταμίευση B_{t-1}

- Κάθε νοικοκυριό είναι μικρό: δεν μπορεί να επηρεάσει τιμές, μισθούς ή το επιτόκιο.
- Οι τιμές και το επιτόκιο προσδιορίζονται στην ισορροπία (από τις επιχειρήσεις και την κεντρική τράπεζα).
- Το D_t εισπράττεται εφάπαξ: δεν εξαρτάται από τις επιλογές του νοικοκυριού, άρα δεν υπάρχει συνθήκη πρώτης τάξης γι' αυτό.
- **Χρονισμός**: ένα ομόλογο που αγοράζεται την t αποδίδει $(1 + i_t)$ την $t + 1$. Το επιτόκιο είναι γνωστό όταν αγοράζεται το ομόλογο.

Διαβάζοντας το πρόβλημα του νοικοκυριού

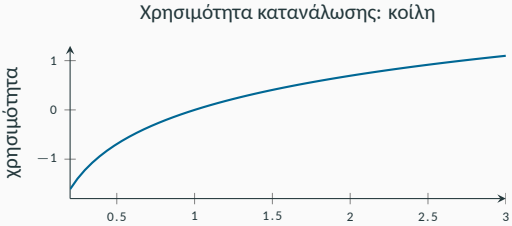
- **Αντικειμενική συνάρτηση:** το νοικοκυριό εκτιμά την κατανάλωση και αντιπαθεί την εργασία, σήμερα και σε όλες τις μελλοντικές περιόδους.
  - $\beta \in (0, 1)$: ο **παράγοντας προεξόφλησης** (discount factor). Η μελλοντική χρησιμότητα μετράει λιγότερο από την τρέχουσα. Σε τριμηνιαία βάση, $\beta \approx 0.99$.
- **Περιορισμός προϋπολογισμού**, σε ευρώ:
  - Χρήσεις κεφαλαίων (αριστερά): δαπάνη για αγαθά $P_t C_t$ και νέα αποταμίευση σε ομόλογα B_t.
  - Πηγές κεφαλαίων (δεξιά): ομόλογα της προηγούμενης περιόδου με τόκο, εισόδημα από εργασία και μερίσματα.
- **Επιλογές:** σε κάθε περίοδο, πόσο να καταναλώσει, πόσο να εργαστεί και πόσο να αποταμιεύσει.

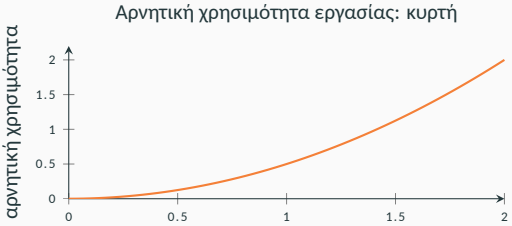
Δύο επιλογές με αντιστάθμισμα (trade-offs)

Κατανάλωση ή αποταμίευση; (σήμερα έναντι αύριο)

Εργασία ή ανάπαυση; (κατανάλωση έναντι σχόλης)

Κοίλη χρησιμότητα, κυρτή αρνητική χρησιμότητα της εργασίας





- Η οριακή χρησιμότητα $C_t^{-\sigma}$ **μειώνεται** με το C_t: κάθε επιπλέον μονάδα κατανάλωσης προσθέτει λιγότερη χρησιμότητα.
- Η οριακή αρνητική χρησιμότητα χN_t^{φ} **αυξάνεται** με το N_t: κάθε επιπλέον ώρα κοστίζει περισσότερο.
- Γιατί $1-\sigma$ και $1+\varphi$; Η διαίρεση με τον εκθέτη κρατά τις παραγώγους απλές: $C_t^{-\sigma}$ και χN_t^{φ}.
- $\sigma = 1$: $\ln C_t$, επίσης κοίλη. Μεγαλύτερο σ: πιο κοίλη, ισχυρότερη επιθυμία εξομάλυνσης. $\sigma = 0$: γραμμική, καμία επιθυμία εξομάλυνσης.

Διαγράμματα: $\ln C$ ($\sigma = 1$) και $N^2/2$ ($\chi = 1$, $\varphi = 1$).

Τι σημαίνουν τα σ και φ;

σ: προθυμία υποκατάστασης στον χρόνο

- Το $1/\sigma$ είναι η **διαχρονική ελαστικότητα υποκατάστασης**. Από την εξίσωση Euler (επόμενες διαφάνειες):

$$E_t \Delta c_{t+1} = \frac{1}{\sigma}\left(r_t - \rho\right)$$

- Μεγάλο σ: ισχυρή επιθυμία εξομάλυνσης της κατανάλωσης· η δαπάνη αντιδρά **λίγο** στο πραγματικό επιτόκιο.

φ: προθυμία μεταβολής των ωρών

- Το $1/\varphi$ είναι η **ελαστικότητα Frisch** της προσφοράς εργασίας. Από τη ΣΠΤ της εργασίας:

$$n_t = \frac{1}{\varphi}\left(w_t - \sigma c_t\right)$$

- Μεγάλο φ: οι ώρες αντιδρούν **λίγο** στον πραγματικό μισθό· οι επιχειρήσεις πρέπει να πληρώσουν πολύ υψηλότερους μισθούς για περισσότερες ώρες.

Τυπικές τιμές: σ μεταξύ 1 και 2 στα μακροοικονομικά υποδείγματα· ελαστικότητα Frisch περίπου 0.5 σε μικροοικονομικές μελέτες, συχνά υψηλότερη στα μακροοικονομικά υποδείγματα (Chetty et al., 2011, *AER P&P*).

Τι συνεπάγονται τα σ και φ για τη νομισματική πολιτική

Θα το δούμε τυπικά αργότερα στη διάλεξη. Εδώ είναι η διαίσθηση.

Μεγάλο $\sigma \Rightarrow$ ασθενέστερη επίδραση των επιτοκίων στη δαπάνη

Αν τα νοικοκυριά νοιάζονται πολύ για ομαλή κατανάλωση, μια αύξηση του επιτοκίου μεταβάλλει λίγο τη δαπάνη τους. Στην καμπύλη IS, το $1/\sigma$ θα είναι η αντίδραση της ζήτησης στο πραγματικό επιτόκιο.

Μεγάλο $\sigma + \varphi \Rightarrow$ ο πληθωρισμός πιο ευαίσθητος στο προϊόν

Αν οι εργαζόμενοι χρειάζονται πολύ υψηλότερους μισθούς για να εργαστούν περισσότερο, το κόστος των επιχειρήσεων αυξάνεται γρήγορα όταν αυξάνεται το προϊόν, και αυξάνουν περισσότερο τις τιμές. Στην καμπύλη Phillips, το $\sigma + \varphi$ θα εμφανιστεί στην κλίση.

Λύνοντας το πρόβλημα: η Λαγκρανζιανή

Μεγιστοποιούμε τη χρησιμότητα υπό έναν περιορισμό προϋπολογισμού ανά περίοδο. Αντιστοιχούμε έναν πολλαπλασιαστή λ_t στον περιορισμό της περιόδου t:

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \chi \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda_t \Big[(1+i_{t-1}) B_{t-1} + W_t N_t + D_t - P_t C_t - B_t \Big] \right\}$$

- Το λ_t είναι η **οριακή χρησιμότητα ενός επιπλέον ευρώ** την περίοδο t.
- Παίρνουμε την παράγωγο ως προς κάθε επιλογή και τη θέτουμε ίση με μηδέν.
- Προσοχή στο B_t: εμφανίζεται την περίοδο t (ως αποταμίευση, $-B_t$) και την περίοδο $t+1$ (ως εισόδημα, $(1+i_t)B_t$, προεξοφλημένο με β).

Συνθήκες πρώτης τάξης (ΣΠΤ, FOCs)

$$C_t: \; C_t^{-\sigma} = \lambda_t P_t \qquad N_t: \; \chi N_t^{\varphi} = \lambda_t W_t \qquad B_t: \; \lambda_t = \beta(1+i_t)\, E_t \lambda_{t+1}$$

Βήμα προς βήμα: κοιτάμε μόνο τις περιόδους t και $t+1$

Το άθροισμα έχει άπειρους όρους, αλλά οι επιλογές της περιόδου t (C_t, N_t, B_t) εμφανίζονται σε **μόνο δύο από αυτούς**: την περίοδο t και την περίοδο $t+1$. Γράφουμε αυτούς τους δύο και αγνοούμε τους υπόλοιπους.

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = \ldots &+ \beta^t \left\{ \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \chi \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda_t \left[(1+i_{t-1}) B_{t-1} + W_t N_t + D_t - P_t C_t - B_t \right] \right\} \\ &+ \beta^{t+1} E_t \left\{ \frac{C_{t+1}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \chi \frac{N_{t+1}^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda_{t+1} \left[(1+i_t) B_t + W_{t+1} N_{t+1} + D_{t+1} - P_{t+1} C_{t+1} - B_{t+1} \right] \right\} \\ &+ \ldots\end{aligned}$$

- Τα «$\ldots$» είναι όλες οι άλλες περίοδοι: δεν περιέχουν C_t, N_t ή B_t, άρα οι παράγωγοί τους είναι μηδέν.
- Τα C_t και N_t εμφανίζονται **μόνο την περίοδο** t.
- Το B_t εμφανίζεται **και στις δύο**: $-B_t$ σήμερα (χρήματα που παραμερίζονται) και $(1+i_t)B_t$ αύριο (χρήματα που επιστρέφουν με τόκο).
- Βρισκόμαστε στην περίοδο t, άρα οι προσδοκίες για το μέλλον είναι E_t.

ΣΠΤ για την κατανάλωση και την εργασία

Κατανάλωση C_t. Μόνο ο όρος της περιόδου t περιέχει το C_t:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = \beta^t \Big[\underbrace{C_t^{-\sigma}}_{\text{από } \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}} \quad \underbrace{-\lambda_t P_t}_{\text{από } -\lambda_t P_t C_t} \Big] = 0 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{C_t^{-\sigma} = \lambda_t P_t}$$

Εργασία N_t. Πάλι μόνο ο όρος της περιόδου t:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = \beta^t \Big[\underbrace{-\chi N_t^{\varphi}}_{\text{από } -\chi \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}} \quad \underbrace{+\lambda_t W_t}_{\text{από } \lambda_t W_t N_t} \Big] = 0 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\chi N_t^{\varphi} = \lambda_t W_t}$$

- Το $\beta^t > 0$ πολλαπλασιάζει τα πάντα, οπότε απαλείφεται.
- Κατανάλωση: η χρησιμότητα μιας ακόμη μονάδας αγαθών $=$ η χρησιμότητα των P_t ευρώ που κοστίζει.
- Εργασία: η αρνητική χρησιμότητα μιας ακόμη ώρας $=$ η χρησιμότητα των W_t ευρώ που αποδίδει.

ΣΠΤ για τα ομόλογα: η μόνη διαχρονική επιλογή

Ομόλογα B_t. Το B_t εμφανίζεται την περίοδο t *και* την περίοδο $t+1$, άρα παίρνουμε δύο κομμάτια:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_t} = \underbrace{\beta^t\big(-\lambda_t\big)}_{\text{περίοδος } t:\ -\lambda_t B_t} + \underbrace{\beta^{t+1}E_t\big[\lambda_{t+1}(1+i_t)\big]}_{\text{περίοδος } t+1:\ \lambda_{t+1}(1+i_t)B_t} = 0$$

Διαιρούμε με β^t και μεταφέρουμε το λ_t αριστερά. Αφού το i_t είναι γνωστό την περίοδο t, βγαίνει έξω από το E_t:

$$\boxed{\lambda_t = \beta(1+i_t)\,E_t\lambda_{t+1}}$$

- **Αριστερά:** η χρησιμότητα που χάνεται αποταμιεύοντας ένα ευρώ σήμερα.
- **Δεξιά:** η χρησιμότητα που κερδίζεται αύριο από τα $1+i_t$ ευρώ που επιστρέφει, προεξοφλημένη με β.
- Στο άριστο, το νοικοκυριό είναι αδιάφορο μεταξύ του να ξοδέψει το τελευταίο ευρώ σήμερα και του να το αποταμιεύσει.

Οι τρεις ΣΠΤ μαζί

Συνθήκες πρώτης τάξης

$$C_t: \; C_t^{-\sigma} = \lambda_t P_t \qquad N_t: \; \chi N_t^{\varphi} = \lambda_t W_t \qquad B_t: \; \lambda_t = \beta(1+i_t)\, E_t \lambda_{t+1}$$

- Τα ίδια βήματα ισχύουν για κάθε t, άρα οι συνθήκες αυτές ισχύουν σε κάθε περίοδο.
- Η συνταγή: (i) βρίσκουμε τους όρους που περιέχουν τη μεταβλητή, (ii) παραγωγίζουμε μόνο αυτούς, (iii) θέτουμε το αποτέλεσμα ίσο με μηδέν.
- Το λ_t δεν παρατηρείται. Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τις ΣΠΤ για να το απαλείψουμε:
  - C_t και $B_t \Rightarrow$ η **εξίσωση Euler** (αποταμίευση έναντι κατανάλωσης στον χρόνο)·
  - C_t και $N_t \Rightarrow$ η **προσφορά εργασίας** (εργασία έναντι κατανάλωσης σήμερα).

Ερμηνεία των συνθηκών πρώτης τάξης

- Το λ_t μετατρέπει ευρώ σε χρησιμότητα: ένα επιπλέον ευρώ την περίοδο t αυξάνει τη χρησιμότητα κατά λ_t.
- C_t: η χρησιμότητα από μία ακόμη μονάδα κατανάλωσης, $C_t^{-\sigma}$, ισούται με το κόστος της σε χρησιμότητα: P_t ευρώ $\times$ λ_t ανά ευρώ.
- N_t: το κόστος σε χρησιμότητα μιας ακόμη ώρας, χN_t^{φ}, ισούται με το όφελός της σε χρησιμότητα: W_t ευρώ $\times$ λ_t ανά ευρώ.
- B_t: η αποταμίευση ενός ευρώ κοστίζει λ_t σε χρησιμότητα σήμερα· επιστρέφει $(1 + i_t)$ ευρώ αύριο, το καθένα αξίας $\beta\lambda_{t+1}$ σε σημερινή χρησιμότητα.

Επόμενο βήμα

Το λ_t δεν παρατηρείται. Συνδυάζουμε τις ΣΠΤ για να το απαλείψουμε.

Συνδυάζοντας τις συνθήκες πρώτης τάξης

Κατανάλωση–σχόλη. Διαιρούμε τη ΣΠΤ του N_t με τη ΣΠΤ του C_t· το λ_t απαλείφεται:

Κατανάλωση–σχόλη (προσφορά εργασίας)

$$\frac{\chi N_t^{\varphi}}{C_t^{-\sigma}} = \frac{W_t}{P_t} \qquad \text{(οριακός λόγος υποκατάστασης = πραγματικός μισθός)}$$

Κατανάλωση–αποταμίευση. Από τη ΣΠΤ του C_t, $\lambda_t = C_t^{-\sigma}/P_t$, και ομοίως για την $t+1$. Αντικαθιστούμε στη ΣΠΤ του B_t:

$$\frac{C_t^{-\sigma}}{P_t} = \beta(1+i_t)\, E_t\left[\frac{C_{t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1}}\right]$$

Πολλαπλασιάζουμε και τις δύο πλευρές με P_t:

Κατανάλωση–αποταμίευση (εξίσωση Euler)

$$C_t^{-\sigma} = \beta\,(1+i_t)\, E_t\left[C_{t+1}^{-\sigma}\,\frac{P_t}{P_{t+1}}\right]$$

Η εξίσωση Euler: διαίσθηση

$$\underbrace{C_t^{-\sigma}}_{\text{χρησιμότητα που χάνεται αποταμιεύοντας 1 μονάδα σήμερα}} = \underbrace{\beta\,(1+i_t)\,\frac{P_t}{P_{t+1}}\,C_{t+1}^{-\sigma}}_{\text{χρησιμότητα που κερδίζεται αύριο}}$$

- Θυσιάζουμε μία μονάδα κατανάλωσης σήμερα. Αποταμιεύουμε την αξία της, P_t ευρώ, στο ομόλογο.
- Αύριο εισπράττουμε $(1+i_t)P_t$ ευρώ, που αγοράζουν $(1+i_t)P_t/P_{t+1}$ μονάδες αγαθών: η **ακαθάριστη πραγματική απόδοση**.
- Στο άριστο, το νοικοκυριό είναι αδιάφορο: οι δύο πλευρές είναι ίσες.

Αυτό που μετράει είναι το πραγματικό επιτόκιο

- Το ονομαστικό επιτόκιο εμφανίζεται **μόνο** σε αυτό το περιθώριο κατανάλωσης–αποταμίευσης.
- Τα νοικοκυριά ενδιαφέρονται για το $(1+i_t)P_t/P_{t+1}$: ένα υψηλότερο ονομαστικό επιτόκιο αυξάνει την αποταμίευση **μόνο αν** δεν αντισταθμίζεται από υψηλότερο αναμενόμενο πληθωρισμό.
- Γι' αυτό χρειάζονται άκαμπτες τιμές για να επηρεάζει η νομισματική πολιτική τη δαπάνη.

Γιατί λογαριθμική γραμμικοποίηση;

- Οι συνθήκες αριστοποίησης είναι **μη γραμμικές**: δυνάμεις ($C_t^{-\sigma}$), λόγοι (P_t/P_{t+1}), προσδοκίες μη γραμμικών συναρτήσεων. Γενικά δεν λύνονται με το χέρι.
- Όμως οι οικονομικοί κύκλοι είναι **μικρές** διακυμάνσεις γύρω από μια σταθερή κατάσταση: το προϊόν, οι τιμές και τα επιτόκια κινούνται κατά λίγες ποσοστιαίες μονάδες.
- Κοντά σε αυτό το σημείο, μια μη γραμμική συνάρτηση προσεγγίζεται καλά από μια **ευθεία** — την εφαπτομένη της.

Τι κερδίζουμε

- Γραμμικές εξισώσεις που **λύνονται** εύκολα.
- Συντελεστές που είναι **ελαστικότητες**, με άμεση οικονομική ερμηνεία ($1/\sigma$, $1/\varphi$).
- Εξισώσεις που μπορούν να **εκτιμηθούν** με παλινδρόμηση — όπως ο κανόνας Taylor.

Το κόστος: η προσέγγιση είναι ακριβής μόνο κοντά στη σταθερή κατάσταση. Μεγάλες διαταραχές ή το μηδενικό κατώτατο όριο απαιτούν μη γραμμικές μεθόδους.

Πώς κάνουμε λογαριθμική γραμμικοποίηση

Βήμα 1: παίρνουμε λογαρίθμους (ακριβές)

Οι λογάριθμοι μετατρέπουν γινόμενα σε αθροίσματα και δυνάμεις σε πολλαπλάσια:

$$\ln\left(X^a Y^b\right) = a \ln X + b \ln Y$$

π.χ. $\ln C_t^{-\sigma} = -\sigma c_t$, με $c_t \equiv \ln C_t$.

Βήμα 2: προσέγγιση Taylor πρώτης τάξης

Γύρω από το $z = 0$: $\ln(1+z) \approx \ln 1 + \frac{1}{1+0} z = z$

z	$\ln(1+z)$	σφάλμα
0.01	0.00995	0.00005
0.05	0.0488	0.0012

- Το σφάλμα είναι τάξης z^2 (**δεύτερης τάξης**)· μια προσέγγιση πρώτης τάξης το αγνοεί. Τα τριμηνιαία επιτόκια είναι γύρω στο 1%, άρα το σφάλμα είναι αμελητέο.
- Οι μεταβολές λογαρίθμων είναι **ποσοστιαίες μεταβολές**: $\Delta c_{t+1} = 0.01$ σημαίνει ότι η κατανάλωση αυξάνεται κατά 1%.
- **Βήμα 3: αποκλίσεις από τη σταθερή κατάσταση.** Αφαιρούμε την εκδοχή σταθερής κατάστασης της εξίσωσης· οι σταθερές απαλείφονται.

Λογαριθμική γραμμικοποίηση της εξίσωσης Euler (1/2)

Αφετηρία: $C_t^{-\sigma} = \beta\,(1+i_t)\,E_t\left[C_{t+1}^{-\sigma}\,\dfrac{P_t}{P_{t+1}}\right]$

1. **Λογάριθμοι** και στις δύο πλευρές· ο λογάριθμος γινομένου είναι το άθροισμα των λογαρίθμων (ακριβές):

$$-\sigma\, c_t = \ln\beta + \ln(1+i_t) + \ln E_t\left[C_{t+1}^{-\sigma}\,\tfrac{P_t}{P_{t+1}}\right]$$

2. **Γραμμικοποίηση όρο προς όρο (α): ο όρος της προσδοκίας.** Μεταφέρουμε το E_t μέσα στον λογάριθμο:

$$\ln E_t[X] \approx E_t[\ln X]$$

Η διαφορά εξαρτάται από τη διακύμανση του X και είναι δεύτερης τάξης (σε πρώτη τάξη αγνοούμε την αβεβαιότητα). Άρα:

$$-\sigma\, c_t = \ln\beta + \ln(1+i_t) - \sigma\, E_t c_{t+1} - E_t \ln\tfrac{P_{t+1}}{P_t}$$

Λογαριθμική γραμμικοποίηση της εξίσωσης Euler (2/2)

3. **Γραμμικοποίηση όρο προς όρο (β): οι υπόλοιποι όροι.**
   - Τα $-\sigma c_t$ και $-\sigma E_t c_{t+1}$ είναι ήδη γραμμικά.
   - Το $\ln \beta = -\rho$ είναι σταθερά. Το $\rho \equiv -\ln \beta$ είναι ο ρυθμός προεξόφλησης ($\approx 1\%$ ανά τρίμηνο όταν $\beta = 0.99$).
   - Για τους ρυθμούς χρησιμοποιούμε $\ln(1+z) \approx z$: $\ln(1+i_t) \approx i_t$ και $\ln(P_{t+1}/P_t) = \ln(1+\pi_{t+1}) \approx \pi_{t+1}$.

$$-\sigma\, c_t = -\rho + i_t - E_t \pi_{t+1} - \sigma\, E_t c_{t+1}$$

4. **Διαιρούμε με** $-\sigma$ και αναδιατάσσουμε.

Γραμμικοποιημένη εξίσωση Euler

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho\right)$$

Τα βήματα 2 και 3 είναι και τα δύο προσεγγίσεις πρώτης τάξης· η σειρά τους δεν έχει σημασία.

Η εξίσωση Euler σε σταθερή κατάσταση: το φυσικό πραγματικό επιτόκιο

Σταθερή κατάσταση: Η κατανάλωση είναι σταθερή, $c_t = E_t c_{t+1} = \bar{c}$· ο πληθωρισμός και το επιτόκιο είναι σταθερά, $\bar{\pi}$ και $\bar{i}$. Η εξίσωση Euler γίνεται

$$\bar{c} = \bar{c} - \tfrac{1}{\sigma}\left(\bar{i} - \bar{\pi} - \rho\right) \quad \Longrightarrow \quad \bar{r} \equiv \bar{i} - \bar{\pi} = \rho$$

Σε σταθερή κατάσταση, το πραγματικό επιτόκιο ισούται με τον ρυθμό προεξόφλησης.

- **Γιατί;** Το ρ μετρά την ανυπομονησία. Ένα πολύ ανυπόμονο νοικοκυριό (υψηλό ρ) χρειάζεται υψηλό πραγματικό επιτόκιο για να θυσιάσει κατανάλωση σήμερα και να αποταμιεύσει. Αν $r > \rho$, η αποταμίευση αποδίδει περισσότερο από όσο κοστίζει η ανυπομονησία, οπότε το νοικοκυριό αποταμιεύει και η κατανάλωση αυξάνεται. Αν $r < \rho$, δανείζεται και η κατανάλωση μειώνεται. Η κατανάλωση μένει σταθερή μόνο όταν $r = \rho$.
- Αυτό είναι το **φυσικό** (ή **ουδέτερο**) πραγματικό επιτόκιο, συχνά r^*: το πραγματικό επιτόκιο που συνάδει με σταθερή οικονομία, ούτε τονώνει ούτε περιορίζει τη ζήτηση.
- Προσδιορίζεται από τις προτιμήσεις (β), όχι από την κεντρική τράπεζα.

Η εξίσωση Euler σε αποκλίσεις από τη σταθερή κατάσταση

Αφαιρούμε την εξίσωση σταθερής κατάστασης από τη γραμμικοποιημένη:

$$(c_t - \bar{c}) = E_t(c_{t+1} - \bar{c}) - \tfrac{1}{\sigma}\Big[(i_t - E_t\pi_{t+1}) - \rho\Big]$$

- Το $\bar{c}$ εμφανίζεται και στις δύο πλευρές και απαλείφεται: η εξίσωση έχει την **ίδια μορφή** σε αποκλίσεις.
- Το $(i_t - E_t\pi_{t+1}) - \rho$ είναι η απόκλιση του πραγματικού επιτοκίου από το φυσικό του επίπεδο.

Στο εξής, το c_t δηλώνει την ποσοστιαία απόκλιση της κατανάλωσης από τη σταθερή κατάσταση

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(r_t - \rho), \qquad r_t \equiv i_t - E_t\pi_{t+1} \text{ (αναμενόμενο πραγματικό επιτόκιο)}$$

- **Σύνδεση με τον κανόνα Taylor:** $i_t = r^* + \pi^* + \phi_\pi(\pi_t - \pi^*) + \phi_x x_t$. Με πληθωρισμό στον στόχο και μηδενικό κενό, $i_t = r^* + \pi^*$, άρα το πραγματικό επιτόκιο ισούται με r^*: η πολιτική είναι ουδέτερη. Στο υπόδειγμά μας $\pi^* = 0$ και $r^* = \rho$, άρα η σταθερά είναι ρ. (Taylor, 1993: $r^* = 2\%$.)
- Αργότερα, το φυσικό επιτόκιο θα κινείται και με τις διαταραχές (r_t^n)· το ρ είναι η τιμή του σε σταθερή κατάσταση.

Ερμηνεία της εξίσωσης Euler (1/2): το ρ και η σταθερή κατάσταση

- $\rho \equiv -\ln \beta \approx 1 - \beta$**: ο ρυθμός χρονικής προτίμησης**, δηλαδή η **ανυπομονησία**: πόσο λιγότερο εκτιμά το νοικοκυριό τη χρησιμότητα μία περίοδο αργότερα.
- Με $\beta = 0.99$, $\rho \approx 1\%$ ανά τρίμηνο, περίπου 4% ετησίως.
- **Σταθερή κατάσταση:** $r = \rho$**.** Για να θυσιάσει κατανάλωση σήμερα, το νοικοκυριό πρέπει να κερδίζει πραγματική απόδοση που αντισταθμίζει την ανυπομονησία του.
- Ένα πιο ανυπόμονο νοικοκυριό (χαμηλότερο β, υψηλότερο ρ) απαιτεί υψηλότερο πραγματικό επιτόκιο για να αποταμιεύσει.

Εκτός σταθερής κατάστασης

- $r_t > \rho$: αντισταθμίζει με το παραπάνω την ανυπομονησία· η αποταμίευση είναι ελκυστική· η σημερινή κατανάλωση μειώνεται σε σχέση με την αυριανή.
- $r_t < \rho$: ο δανεισμός είναι ελκυστικός· η σημερινή κατανάλωση αυξάνεται.
- Το $1/\sigma$ μετρά πόσο έντονα αντιδρά η κατανάλωση.

Ερμηνεία της εξίσωσης Euler (2/2): προσδοκίες

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(r_t - \rho)$$

- **Οι προσδοκίες μετράνε**: υψηλότερη αναμενόμενη μελλοντική κατανάλωση αυξάνει την κατανάλωση σήμερα (τα νοικοκυριά θέλουν εξομάλυνση).
- **Επαναλαμβάνοντας προς τα εμπρός**: αντικαθιστούμε το $E_t c_{t+1}$ χρησιμοποιώντας την ίδια εξίσωση μία περίοδο μετά, μετά το $E_t c_{t+2}$, κ.ο.κ.:
$$c_t = -\frac{1}{\sigma}\sum_{k\geq 0} E_t(r_{t+k} - \rho) + \lim_{k\to\infty} E_t c_{t+k}$$
- Η κατανάλωση σήμερα εξαρτάται από **όλη τη διαδρομή** των αναμενόμενων πραγματικών επιτοκίων, όχι μόνο από το σημερινό.
- Γι' αυτό οι κεντρικές τράπεζες ενδιαφέρονται για την **αναμενόμενη μελλοντική** πολιτική, και γι' αυτό η επικοινωνία (καθοδήγηση προσδοκιών, forward guidance) μπορεί να έχει σημασία.

Αυτός είναι ο σπόρος της καμπύλης IS

Μόλις επιβάλουμε ότι η κατανάλωση ισούται με το προϊόν, αυτή γίνεται η πλευρά της ζήτησης του υποδείγματος.

Προσφορά εργασίας, σε λογαρίθμους και αποκλίσεις

Αφετηρία η συνθήκη κατανάλωσης–σχόλης: $\chi N_t^{\varphi} C_t^{\sigma} = W_t/P_t$

Λογάριθμοι. Δεν χρειάζεται προσέγγιση — μόνο γινόμενα και δυνάμεις. Με $w_t \equiv \ln(W_t/P_t)$:

$$w_t = \ln \chi + \sigma\, c_t + \varphi\, n_t$$

Αποκλίσεις από τη σταθερή κατάσταση. Η ίδια εξίσωση ισχύει σε σταθερή κατάσταση: $\bar{w} = \ln \chi + \sigma \bar{c} + \varphi \bar{n}$. Την αφαιρούμε:

$$(w_t - \bar{w}) = \sigma\,(c_t - \bar{c}) + \varphi\,(n_t - \bar{n})$$

Η σταθερά $\ln \chi$ απαλείφεται και οι συντελεστές δεν αλλάζουν. Όπως και με την κατανάλωση, στο εξής τα w_t και n_t δηλώνουν ποσοστιαίες αποκλίσεις από τη σταθερή κατάσταση.

Προσφορά εργασίας

$$w_t = \sigma\, c_t + \varphi\, n_t \qquad \Longleftrightarrow \qquad n_t = \tfrac{1}{\varphi}\,(w_t - \sigma\, c_t)$$

Ερμηνεία της προσφοράς εργασίας

$$w_t = \sigma\, c_t + \varphi\, n_t$$

- Για να εργαστούν περισσότερες ώρες (n_t πάνω), τα νοικοκυριά απαιτούν υψηλότερο πραγματικό μισθό· πόσο υψηλότερο εξαρτάται από το φ.
- **Μικρότερο** φ: η προσφορά εργασίας είναι πιο ελαστική (η ελαστικότητα Frisch $1/\varphi$ είναι μεγαλύτερη). Μια μικρή αύξηση μισθού φέρνει πολύ περισσότερες ώρες. Καθώς $\varphi \to 0$, τα νοικοκυριά προσφέρουν οποιεσδήποτε ώρες στον τρέχοντα μισθό.
- Όταν τα νοικοκυριά καταναλώνουν περισσότερο (c_t πάνω), εκτιμούν περισσότερο τη σχόλη και επίσης απαιτούν υψηλότερο μισθό (**φαινόμενο πλούτου**), που ρυθμίζεται από το σ.
- Διαβάστε την ως τον μισθό που πρέπει να πληρώσουν οι επιχειρήσεις για να πάρουν n_t ώρες, δεδομένης της κατανάλωσης c_t.

Πού οδηγεί αυτό

Το κόστος των επιχειρήσεων εξαρτάται από τους μισθούς. Με αυτή την εξίσωση, οι μισθοί — και άρα το κόστος των επιχειρήσεων — θα κινούνται με το προϊόν: όσο μικρότερο το φ, τόσο πιο αργά. Αυτός είναι ο σύνδεσμος από την πραγματική οικονομία στον πληθωρισμό.

Νοικοκυριά: σύνοψη

Εξίσωση Euler: $c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\,(i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho)$ Προσφορά εργασίας: $w_t = \sigma c_t + \varphi n_t$

Επιχειρήσεις

Γιατί δύο επίπεδα επιχειρήσεων;

- Για να **ορίζουν** τιμές οι επιχειρήσεις, χρειάζονται **δύναμη αγοράς**: καθεμία πρέπει να πουλά ένα αγαθό που δεν είναι τέλειο υποκατάστατο των άλλων.
- Όμως τα νοικοκυριά αγοράζουν ένα τελικό αγαθό. Τα δύο επίπεδα κάνουν το πρόβλημα διαχειρίσιμο:
  - Οι **επιχειρήσεις χονδρικής**, με δείκτη $i \in [0, 1]$, παράγουν καθεμία μια διαφορετική ποικιλία (π.χ. μάρκες) και ορίζουν την τιμή της.
  - Οι **επιχειρήσεις λιανικής** αγοράζουν όλες τις ποικιλίες και τις συνδυάζουν στο τελικό αγαθό, σε συνθήκες τέλειου ανταγωνισμού.
- Το πρόβλημα των επιχειρήσεων λιανικής δίνει την **καμπύλη ζήτησης** που αντιμετωπίζει κάθε επιχείρηση χονδρικής.
- Το πρόβλημα των επιχειρήσεων χονδρικής δίνει τον **ορισμό των τιμών**: πρώτα με ευέλικτες τιμές, μετά με κόστος αλλαγής τιμών.

Συμβολισμός

Το i διατρέχει **όλες** τις ποικιλίες (μέσα στα ολοκληρώματα)· το j δηλώνει **μία συγκεκριμένη** ποικιλία ή επιχείρηση, της οποίας την απόφαση μελετάμε.

Επιχειρήσεις λιανικής: ο συναθροιστής CES

Μια επιχείρηση λιανικής συνδυάζει τις ποικιλίες με τεχνολογία σταθερής ελαστικότητας υποκατάστασης (CES, Dixit–Stiglitz):

$$Y_t = \left[\int_0^1 Y_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \, di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \qquad \varepsilon > 1$$

- Y_{it}: ποσότητα της ποικιλίας i που χρησιμοποιείται ως εισροή· Y_t: παραγωγή του τελικού αγαθού.
- Το ολοκλήρωμα είναι ένα «άθροισμα» πάνω σε ένα συνεχές ποικιλιών.
- ε: πόσο εύκολα οι ποικιλίες μπορούν να **υποκαταστήσουν** η μία την άλλη.
  - Μεγάλο ε: οι ποικιλίες είναι στενά υποκατάστατα· κάθε επιχείρηση έχει μικρή δύναμη αγοράς.
  - $\varepsilon \to \infty$: τέλεια υποκατάστατα, τέλειος ανταγωνισμός.
- Αν όλες οι ποικιλίες χρησιμοποιούνται στην ίδια ποσότητα, $Y_{it} = Y_t$: ο συναθροιστής απλώς τις αθροίζει.

Το πρόβλημα της επιχείρησης λιανικής

- Η επιχείρηση λιανικής είναι **τελείως ανταγωνιστική**: θεωρεί δεδομένες την τιμή του τελικού αγαθού P_t και τις τιμές όλων των ποικιλιών P_{it}.
- Επιλέγει πόσο από κάθε ποικιλία να αγοράσει, ώστε να μεγιστοποιήσει τα κέρδη:

$$\max_{\{Y_{it}\}_{i\in[0,1]}} \underbrace{P_t Y_t}_{\text{έσοδα}} - \underbrace{\int_0^1 P_{it} Y_{it}\, di}_{\text{κόστος εισροών}}, \qquad Y_t = \left[\int_0^1 Y_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

Τι θα βρούμε

- Από τη ΣΠΤ για **μία** ποικιλία, την j: τη **ζήτηση** για το αγαθό j, ως συνάρτηση της τιμής του σε σχέση με τις άλλες. Το ίδιο ισχύει για κάθε j.
- Τον **δείκτη τιμών** P_t: την τιμή του τελικού αγαθού.

Παραγωγή της ζήτησης για το αγαθό j (1/2)

Γράφουμε τα κέρδη με το Y_t **αντικατεστημένο**, ώστε να βλέπουμε κάθε σημείο όπου εμφανίζεται το Y_{jt}:

$$\Pi_t = \underbrace{P_t \left[\int_0^1 Y_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \, di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}}_{\text{έσοδα } P_t Y_t} - \underbrace{\int_0^1 P_{it} \, Y_{it} \, di}_{\text{κόστος εισροών}}$$

- Σκεφτείτε κάθε ολοκλήρωμα ως **άθροισμα** πάνω στις ποικιλίες: μόνο ο όρος $i = j$ περιέχει το Y_{jt}.
- **Έσοδα**: κανόνας της αλυσίδας — παράγωγος της εξωτερικής αγκύλης $\times$ παράγωγος του όρου $i = j$ μέσα της.
- **Κόστος**: ο όρος $i = j$ είναι $P_{jt} Y_{jt}$, με παράγωγο P_{jt}.

Παραγωγίζουμε ως προς Y_{jt} και θέτουμε ίσο με μηδέν:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial Y_{jt}} = P_t \underbrace{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \left[\int_0^1 Y_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \, di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}-1}}_{\text{εξωτερική: } \frac{d}{dz} z^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}} \underbrace{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} Y_{jt}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}-1}}_{\text{εσωτερική: } \frac{d}{dY_{jt}} Y_{jt}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}} - \underbrace{P_{jt}}_{\text{κόστος}} = 0$$

Παραγωγή της ζήτησης για το αγαθό j (2/2)

Απλοποίηση. Οι σταθερές απαλείφονται, $\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} = 1$, και οι εκθέτες είναι $\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} - 1 = \frac{1}{\varepsilon-1}$ και $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} - 1 = -\frac{1}{\varepsilon}$:

$$P_t \left[\int_0^1 Y_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \, di \right]^{\frac{1}{\varepsilon-1}} Y_{jt}^{-\frac{1}{\varepsilon}} = P_{jt}$$

Αναγνωρίζουμε το Y_t. Γράφουμε τον εκθέτη ως $\frac{1}{\varepsilon-1} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \cdot \frac{1}{\varepsilon}$:

$$P_t \left(\underbrace{\left[\int_0^1 Y_{it}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \, di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}}_{=Y_t} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} Y_{jt}^{-\frac{1}{\varepsilon}} = P_{jt} \quad \Longrightarrow \quad P_t \, Y_t^{\frac{1}{\varepsilon}} \, Y_{jt}^{-\frac{1}{\varepsilon}} = P_{jt}$$

Λύνουμε ως προς Y_{jt}. Διαιρούμε με $P_t Y_t^{1/\varepsilon}$ και υψώνουμε και τις δύο πλευρές στη δύναμη $-\varepsilon$:

$$Y_{jt}^{-\frac{1}{\varepsilon}} = \frac{P_{jt}}{P_t} \, Y_t^{-\frac{1}{\varepsilon}} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{Y_{jt} = \left(\frac{P_{jt}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} Y_t}$$

Ερμηνεία της ζήτησης και ο δείκτης τιμών

$$Y_{jt} = \left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t$$

- Η ζήτηση για το αγαθό j μειώνεται όταν η τιμή του αυξάνεται **σε σχέση με τη μέση** τιμή P_t.
- Το ε είναι η **ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή**: μια κατά 1% υψηλότερη σχετική τιμή μειώνει τη ζήτηση κατά ε%.
- Η ζήτηση αυξάνεται ένα προς ένα με το συνολικό προϊόν Y_t.

Ο δείκτης τιμών. Η λιανική είναι ανταγωνιστική, άρα τα κέρδη είναι μηδέν: $P_t Y_t = \int_0^1 P_{it} Y_{it}\, di$. Αντικαθιστούμε τη ζήτηση για κάθε ποικιλία i:

$$P_t Y_t = \int_0^1 P_{it} \left(\frac{P_{it}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t\, di \quad \Longrightarrow \quad P_t^{1-\varepsilon} = \int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon}\, di$$

Συνολικός δείκτης τιμών

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{it}^{1-\varepsilon}\, di\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

Αν όλες οι επιχειρήσεις χρεώνουν την ίδια τιμή: $P_t = P_{it}$.

Επιχειρήσεις χονδρικής: τεχνολογία και οριακό κόστος

- Η επιχείρηση j παράγει μόνο με εργασία: $Y_{jt} = A_t N_{jt}$, όπου A_t η παραγωγικότητα (κοινή για όλες τις επιχειρήσεις).
- Για να παραγάγει μία ακόμη μονάδα, η επιχείρηση χρειάζεται $1/A_t$ επιπλέον ώρες, καθεμία με κόστος τον ονομαστικό μισθό W_t.
- Ονομαστικό οριακό κόστος: W_t/A_t. Διαιρούμε με P_t για να το εκφράσουμε σε μονάδες αγαθών:

Πραγματικό οριακό κόστος

$$mc_t = \frac{W_t/P_t}{A_t} \qquad \text{σε λογαρίθμους:} \quad \ln mc_t = w_t - a_t$$

- Ίδιο για όλες τις επιχειρήσεις: προσλαμβάνουν στην ίδια αγορά εργασίας και χρησιμοποιούν την ίδια τεχνολογία.
- Το οριακό κόστος **αυξάνεται** όταν αυξάνονται οι πραγματικοί μισθοί και **μειώνεται** όταν αυξάνεται η παραγωγικότητα.
- Το οριακό κόστος θα είναι ο βασικός σύνδεσμος μεταξύ πραγματικής οικονομίας και πληθωρισμού.

Μονοπωλιακός ανταγωνισμός

Κάθε επιχείρηση χονδρικής j είναι **μονοπωλητής για τη δική της ποικιλία**, αλλά μία από πολλές επιχειρήσεις:

- **Ορίζει την τιμή της** P_{jt} και αντιμετωπίζει φθίνουσα καμπύλη ζήτησης, $Y_{jt} = \left(P_{jt}/P_t\right)^{-\varepsilon} Y_t$.
- Είναι **μικρή**: η τιμή της δεν επηρεάζει τον δείκτη τιμών P_t ή το συνολικό προϊόν Y_t, οπότε τα θεωρεί δεδομένα.
- Δεν υπάρχει στρατηγική αλληλεπίδραση: η επιχείρηση δεν χρειάζεται να μαντέψει πώς θα αντιδράσουν οι άλλες.

	Τέλειος ανταγωνισμός	Μονοπωλιακός ανταγωνισμός	Μονοπώλιο
Αριθμός επιχειρήσεων	πολλές	πολλές	μία
Προϊόν	ομοιογενές	διαφοροποιημένο	μοναδικό
Ορίζει την τιμή του;	όχι	ναι	ναι
Επηρεάζει τα συνολικά μεγέθη;	όχι	όχι	ναι
Τιμή	$=$ οριακό κόστος	markup $\times$ οριακό κόστος	markup $\times$ οριακό κόστος

Dixit and Stiglitz (1977), *AER*· σημειώσεις μαθήματος, Κεφάλαιο 22.

Γιατί το NK υπόδειγμα χρειάζεται μονοπωλιακό ανταγωνισμό

- **Οι άκαμπτες τιμές απαιτούν επιχειρήσεις που ορίζουν τιμές.** Στον τέλειο ανταγωνισμό, οι επιχειρήσεις θεωρούν την τιμή της αγοράς δεδομένη· δεν υπάρχει τιμή που να μπορούν να κρατήσουν σταθερή.

- **Τιμή πάνω από το οριακό κόστος.** Με περιθώριο κέρδους, μια επιχείρηση είναι **πρόθυμη να πουλήσει περισσότερο** στην τρέχουσα τιμή της όταν αυξάνεται η ζήτηση: κάθε επιπλέον μονάδα είναι ακόμη κερδοφόρα.

- **Το προϊόν καθορίζεται από τη ζήτηση βραχυχρόνια.** Όταν οι τιμές είναι άκαμπτες, οι επιχειρήσεις καλύπτουν τη ζήτηση που αντιμετωπίζουν στην ανακοινωμένη τιμή τους. Άρα μια μεταβολή της ζήτησης — για παράδειγμα, από μεταβολή του πραγματικού επιτοκίου — μεταβάλλει το προϊόν.

Επόμενο

Πώς επιλέγει η επιχείρηση j την τιμή της; Πρώτα με ευέλικτες τιμές (χωρίς κόστος αλλαγής), μετά με άκαμπτες τιμές.

Σημείο αναφοράς: ευέλικτες τιμές και περιθώριο κέρδους

Αν η αλλαγή τιμών δεν κοστίζει, η επιχείρηση j μεγιστοποιεί τα κέρδη λαμβάνοντας υπόψη την καμπύλη ζήτησής της:

$$\max_{P_{jt}} \underbrace{P_{jt}\, Y_{jt}}_{\text{έσοδα}} - \underbrace{\frac{W_t}{A_t}\, Y_{jt}}_{\text{κόστος}} \qquad \text{υπό} \qquad Y_{jt} = \left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t$$

Άσκηση

Αντικαταστήστε την καμπύλη ζήτησης στα κέρδη, παραγωγίστε ως προς P_{jt} και δείξτε ότι $P_{jt} = \mathcal{M}\, \dfrac{W_t}{A_t}$, με $\mathcal{M} \equiv \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$, ή σε πραγματικούς όρους $\dfrac{P_{jt}}{P_t} = \mathcal{M}\, mc_t$.

- Η τιμή είναι ένα **περιθώριο κέρδους** (markup) $\mathcal{M} > 1$ πάνω από το οριακό κόστος: για να πουλήσει μία ακόμη μονάδα, η επιχείρηση πρέπει να μειώσει την τιμή σε **όλες** τις μονάδες, άρα πουλά λιγότερο και χρεώνει περισσότερο απ' ό,τι στον τέλειο ανταγωνισμό.
- Το $\mathcal{M}$ εξαρτάται **μόνο** από το ε: στενά υποκατάστατα σημαίνουν μικρό περιθώριο· καθώς $\varepsilon \to \infty$, $\mathcal{M} \to 1$. Με $\varepsilon = 6$, οι τιμές είναι 20% πάνω από το οριακό κόστος.
- Σε ισορροπία $P_{jt} = P_t$, άρα $mc_t = 1/\mathcal{M}$: με ευέλικτες τιμές, το πραγματικό οριακό κόστος είναι σταθερό.

Οι τιμές είναι άκαμπτες στα δεδομένα

- Μικροδεδομένα για μεμονωμένες τιμές: οι τιμές αλλάζουν **σπάνια**.
  - Ευρωζώνη: κατά μέσο όρο περίπου το 15% των τιμών αλλάζει σε έναν μήνα — μια τυπική τιμή διαρκεί περίπου έναν χρόνο.
  - Ηνωμένες Πολιτείες: οι τιμές αλλάζουν συχνότερα, περίπου 25% ανά μήνα.
- Οι τιμές των υπηρεσιών και των επεξεργασμένων τροφίμων αλλάζουν σπανιότερα· της ενέργειας και των νωπών τροφίμων συχνότερα.

Γιατί οι επιχειρήσεις δεν αλλάζουν τις τιμές συνεχώς;

- **Κόστος καταλόγου** (menu costs): κάθε κόστος που προκύπτει από την ίδια την αλλαγή μιας τιμής — εκτύπωση καταλόγων, αλλαγή ετικετών, χρόνος των στελεχών, δυσαρέσκεια των πελατών.
- **Σταθερό** κόστος καταλόγου: ανεξάρτητο από το μέγεθος της αλλαγής.
- **Κυρτό** κόστος: οι μεγαλύτερες αλλαγές κοστίζουν δυσανάλογα περισσότερο.

Dhyne et al. (2006), "Price Changes in the Euro Area and the United States," *Journal of Economic Perspectives*· Nakamura and Steinsson (2008), *QJE*.

Rotemberg (1982): τετραγωνικό κόστος προσαρμογής

Κόστος αλλαγής της τιμής, που πληρώνει η επιχείρηση j σε μονάδες αγαθών

$$\frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}}-1\right)^2 Y_t$$

- $\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}} - 1$: η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής της επιχείρησης.
- Το $\psi > 0$ μετρά τη σημασία του κόστους· το $\psi = 0$ επαναφέρει τις ευέλικτες τιμές.
- Χωρίς αλλαγή τιμής, χωρίς κόστος. Αυξήσεις και μειώσεις κοστίζουν το ίδιο.
- Το κόστος είναι **πραγματικό**: καταναλώνει αγαθά, σε κλίμακα ανάλογη με το μέγεθος της οικονομίας Y_t.
- Η κυρτότητα δίνει κίνητρο για **σταδιακή** προσαρμογή: δύο αλλαγές 5% κοστίζουν $2 \times \frac{\psi}{2}(0.05)^2$, το μισό από μία αλλαγή 10%, $\frac{\psi}{2}(0.10)^2$. Οι τιμές γίνονται άκαμπτες.

Rotemberg, J. (1982), "Sticky Prices in the United States," *JPE*. Η εναλλακτική, η τιμολόγηση Calvo (1983) — σε κάθε περίοδο μόνο ένα τυχαίο ποσοστό επιχειρήσεων μπορεί να αλλάξει τιμή — δίνει την ίδια γραμμική καμπύλη Phillips.

Το πρόβλημα της επιχείρησης γίνεται δυναμικό

- Μια τιμή που επιλέγεται σήμερα επηρεάζει το κόστος προσαρμογής **αύριο**, επειδή η αυριανή αλλαγή μετράται από τη σημερινή τιμή.
- Η επιχείρηση δεν μπορεί πλέον να επιλέγει την τιμή κάθε περιόδου χωριστά: πρέπει να κοιτάζει μπροστά.
- Μεγιστοποιεί την **παρούσα αξία** όλων των τρεχόντων και μελλοντικών πραγματικών κερδών.

Προεξόφληση των μελλοντικών κερδών

- Τα κέρδη της περιόδου t πολλαπλασιάζονται με έναν **παράγοντα προεξόφλησης** Q_t: μία μονάδα αγαθών την περίοδο t αξίζει Q_t μονάδες σήμερα. $Q_0 = 1$.
- Το Q_t παίζει τον ίδιο ρόλο με το β^t για τα νοικοκυριά: τα μελλοντικά κέρδη μετράνε λιγότερο από τα σημερινά.
- Τι καθορίζει το Q_t; Θα επανέλθουμε αφού παραγάγουμε την καμπύλη Phillips.

Το δυναμικό πρόβλημα της επιχείρησης χονδρικής

$$\max_{\{P_{jt}\}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} Q_t \left[\underbrace{\left(\frac{P_{jt}}{P_t} - mc_t\right)\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t}_{\text{κέρδη από πωλήσεις}} - \underbrace{\frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}} - 1\right)^2 Y_t}_{\text{κόστος αλλαγής τιμής}} \right]$$

- Πρώτος όρος: ο ίδιος με τις ευέλικτες τιμές — κέρδος ανά μονάδα επί μονάδες που πωλούνται.
- Δεύτερος όρος: το κόστος προσαρμογής.
- Η επιχείρηση θεωρεί δεδομένα τα P_t, mc_t, Y_t και Q_t· επιλέγει μόνο τη δική της τιμή.

Μια χρήσιμη αναδιατύπωση. Κάνουμε τον πολλαπλασιασμό στα κέρδη από πωλήσεις: $\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} = \left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{1-\varepsilon}$, άρα

$$\left(\frac{P_{jt}}{P_t} - mc_t\right)\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t = \underbrace{\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{1-\varepsilon} Y_t}_{\text{έσοδα}} - \underbrace{mc_t\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t}_{\text{κόστος παραγωγής}}$$

Κάθε κομμάτι είναι τώρα μια απλή δύναμη του P_{jt}.

Βήμα προς βήμα: κοιτάμε μόνο τις περιόδους t και $t+1$

Όπως στα νοικοκυριά, το P_{jt} εμφανίζεται σε **μόνο δύο** όρους του αθροίσματος. Γράφουμε αυτούς τους δύο:

$$\Pi = \ldots + Q_t \Bigg[\underbrace{\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{1-\varepsilon} Y_t}_{(1)\ \text{έσοδα}} - \underbrace{mc_t \left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t}_{(2)\ \text{κόστος παραγωγής}} - \underbrace{\frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}} - 1\right)^2 Y_t}_{(3)\ \text{κόστος προσαρμογής σήμερα}} \Bigg]$$

$$+ E_t\, Q_{t+1} \Bigg[\underbrace{\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{t+1}}\right)^{1-\varepsilon} Y_{t+1} - mc_{t+1} \left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{t+1}}\right)^{-\varepsilon} Y_{t+1}}_{\text{χωρίς } P_{jt}} - \underbrace{\frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}} - 1\right)^2 Y_{t+1}}_{(4)\ \text{κόστος προσαρμογής αύριο}} \Bigg] + \ldots$$

- **Περίοδος** t: το P_{jt} εμφανίζεται σε τρεις όρους — έσοδα (1), κόστος παραγωγής (2) και σημερινό κόστος προσαρμογής (3).
- **Περίοδος** $t+1$: το P_{jt} εμφανίζεται **μόνο** στο αυριανό κόστος προσαρμογής (4), επειδή η αυριανή αλλαγή τιμής μετράται από τη σημερινή τιμή. Οι πωλήσεις της $t+1$ εξαρτώνται από το $P_{j,t+1}$, όχι από το P_{jt}.
- Οι άλλες περίοδοι δεν περιέχουν P_{jt}: οι παράγωγοί τους είναι μηδέν.

Άρα η ΣΠΤ έχει **τέσσερα** κομμάτια. Τα παίρνουμε ένα ένα.

Κομμάτια (1) και (2): κέρδη από πωλήσεις την περίοδο t

$$\Pi = \ldots + Q_t\left[\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{1-\varepsilon} Y_t - mc_t\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t - \frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}} - 1\right)^2 Y_t\right]$$
$$+ E_t\, Q_{t+1}\left[\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{t+1}}\right)^{1-\varepsilon} Y_{t+1} - mc_{t+1}\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{t+1}}\right)^{-\varepsilon} Y_{t+1} - \frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}} - 1\right)^2 Y_{t+1}\right] + \ldots$$

Κανόνας: $\frac{d}{dP_{jt}}\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^k = k\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{P_t}$ (κανόνας δύναμης, επί την παράγωγο του εσωτερικού, $\frac{1}{P_t}$).

(1) $\frac{\partial}{\partial P_{jt}}\left[\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{1-\varepsilon} Y_t\right] = (1-\varepsilon)\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon}\frac{Y_t}{P_t}$ (2) $\frac{\partial}{\partial P_{jt}}\left[-mc_t\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t\right] = \varepsilon\, mc_t\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon-1}\frac{Y_t}{P_t}$

- Το (1) είναι αρνητικό ($\varepsilon > 1$): με ελαστική ζήτηση, μια υψηλότερη τιμή **μειώνει τα έσοδα**, επειδή οι χαμένες πωλήσεις υπερβαίνουν την υψηλότερη τιμή ανά μονάδα.
- Το (2) είναι θετικό: υψηλότερη τιμή σημαίνει λιγότερες μονάδες που πωλούνται, άρα **χαμηλότερο κόστος παραγωγής**. (Το μείον μπροστά επί τον εκθέτη $-\varepsilon$ δίνει $+\varepsilon$.)
- Με ευέλικτες τιμές ($\psi = 0$), το (1) + (2) = 0 είναι ολόκληρη η ΣΠΤ: δίνει τον κανόνα του περιθωρίου κέρδους $\frac{P_{jt}}{P_t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} mc_t$.

Κομμάτια (3) και (4): το κόστος προσαρμογής, σήμερα και αύριο

$$\Pi = \ldots + Q_t\left[\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{1-\varepsilon} Y_t - mc_t\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t - \frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}} - 1\right)^2 Y_t\right]$$
$$+ E_t\, Q_{t+1}\left[\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{t+1}}\right)^{1-\varepsilon} Y_{t+1} - mc_{t+1}\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{t+1}}\right)^{-\varepsilon} Y_{t+1} - \frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}} - 1\right)^2 Y_{t+1}\right] + \ldots$$

Κανόνας: $\frac{d}{dz}\frac{\psi}{2}(z-1)^2 = \psi(z-1)$, επί την παράγωγο του εσωτερικού z.

$$(3)\quad \frac{\partial}{\partial P_{jt}}\left[-\frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}} - 1\right)^2 Y_t\right] = -\psi\left(\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}} - 1\right)\frac{Y_t}{P_{j,t-1}} \qquad \text{εσωτερικό: } \frac{d}{dP_{jt}}\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}} = \frac{1}{P_{j,t-1}}$$

$$(4)\quad \frac{\partial}{\partial P_{jt}}\left[-\frac{\psi}{2}\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}} - 1\right)^2 Y_{t+1}\right] = -\psi\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}} - 1\right)\left(-\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}^2}\right) Y_{t+1} \qquad \text{εσωτερικό: } \frac{d}{dP_{jt}}\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}} = -\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}^2}$$

- (3): αν η επιχείρηση αυξάνει την τιμή της, ένα υψηλότερο P_{jt} σημαίνει μεγαλύτερη αλλαγή σήμερα και μεγαλύτερο κόστος.
- (4): το P_{jt} βρίσκεται στον **παρονομαστή**· τα δύο μείον κάνουν τον όρο **θετικό**. Ένα υψηλότερο P_{jt} σημαίνει ότι χρειάζεται **μικρότερη** αλλαγή αύριο, άρα το αυριανό κόστος μειώνεται.

Συνδυάζοντας τα κομμάτια

Προσθέτουμε τα τέσσερα κομμάτια, το καθένα με τη στάθμισή του (Q_t για την περίοδο t, $E_t Q_{t+1}$ για την περίοδο $t+1$), εξισώνουμε το άθροισμα με μηδέν και διαιρούμε με Q_t:

$$\underbrace{(1-\varepsilon)\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon}\frac{Y_t}{P_t} + \varepsilon\, mc_t \left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon-1}\frac{Y_t}{P_t}}_{(\alpha)=(1)+(2):\ \text{πωλήσεις}} \underbrace{-\psi\left(\frac{P_{jt}}{P_{j,t-1}}-1\right)\frac{Y_t}{P_{j,t-1}}}_{(\beta)=(3):\ \text{κόστος σήμερα}} \underbrace{+E_t\left[\frac{Q_{t+1}}{Q_t}\,\psi\left(\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}}-1\right)\frac{P_{j,t+1}}{P_{jt}^2}\,Y_{t+1}\right]}_{(\gamma)=(4):\ \text{κόστος αύριο}} = 0$$

- Η διαίρεση με Q_t αφήνει τους όρους της περιόδου t χωρίς στάθμιση· ο όρος της περιόδου $t+1$ σταθμίζεται με Q_{t+1}/Q_t, την αξία των αυριανών αγαθών σε σημερινά αγαθά.
- **(α)**: ο μόνος όρος χωρίς ψ. Μόνος του (ευέλικτες τιμές, $\psi = 0$), δίνει τον κανόνα του επιθυμητού περιθωρίου: επόμενη διαφάνεια.
- **(β)**: η αύξηση της τιμής σήμερα αυξάνει το σημερινό κόστος προσαρμογής.
- **(γ)**: η αύξηση της τιμής σήμερα **μειώνει** την αύξηση που θα χρειαστεί αύριο, και άρα το αυριανό κόστος.

Η επιχείρηση σταθμίζει τρία πράγματα

Να είναι κοντά στο επιθυμητό περιθώριο (με ευέλικτες τιμές) σήμερα, το κόστος αλλαγής της τιμής σήμερα και το κόστος αλλαγής της τιμής αύριο. Αν περιμένει να αυξήσει τις τιμές αύριο, αρχίζει **σήμερα**.

Ειδική περίπτωση: ευέλικτες τιμές ($\psi = 0$)

Αν η αλλαγή τιμών δεν κοστίζει, $\psi = 0$: οι όροι (β) και (γ) εξαφανίζονται και μένει μόνο ο (α):

$$(1-\varepsilon)\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon}\frac{Y_t}{P_t} + \varepsilon\, mc_t \left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon-1}\frac{Y_t}{P_t} = 0$$

Διαιρούμε με $\left(\frac{P_{jt}}{P_t}\right)^{-\varepsilon-1}\frac{Y_t}{P_t}$ και λύνουμε:

$$(1-\varepsilon)\frac{P_{jt}}{P_t} + \varepsilon\, mc_t = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{P_{jt}}{P_t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\, mc_t \quad \Longleftrightarrow \quad P_{jt} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\,\frac{W_t}{A_t}$$

(Αυτή είναι η απάντηση στην άσκηση με ευέλικτες τιμές.)

Περιθώριο κέρδους (markup): τιμή προς ονομαστικό οριακό κόστος

$$\text{περιθώριο} \equiv \frac{P_{jt}}{W_t/A_t} \qquad \text{Με ευέλικτες τιμές:} \quad \text{περιθώριο} = \mathcal{M} \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} > 1$$

Το περιθώριο με ευέλικτες τιμές: διαίσθηση

- **Τι καθορίζει το $\mathcal{M}$;** Μόνο το ε. Στενά υποκατάστατα (υψηλό ε) σημαίνουν μικρή δύναμη αγοράς και μικρό περιθώριο· όταν $\varepsilon \to \infty$, $\mathcal{M} \to 1$.
- **Παράδειγμα:** με $\varepsilon = 6$, $\mathcal{M} = 6/5 = 1{,}2$: οι τιμές είναι 20% πάνω από το οριακό κόστος.
- **Σταθερό:** το $\mathcal{M}$ δεν εξαρτάται από τη ζήτηση, τους μισθούς ή την παραγωγικότητα. Όταν το οριακό κόστος αυξάνεται κατά 5%, η επιχείρηση αυξάνει την τιμή της κατά 5% και το περιθώριο μένει αμετάβλητο.

Ο στόχος της επιχείρησης

Το $\mathcal{M}$ είναι το περιθώριο που η επιχείρηση **θέλει** να χρεώνει: το **επιθυμητό περιθώριο** (desired markup). Με ευέλικτες τιμές το πετυχαίνει πάντα. Με δύσκαμπτες τιμές ($\psi > 0$), όχι απαραίτητα.

Δύσκαμπτες τιμές: πραγματοποιούμενο και επιθυμητό περιθώριο

- **Επιθυμητό περιθώριο** (desired markup): $\mathcal{M} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$, το περιθώριο με ευέλικτες τιμές. Σταθερό.
- **Πραγματοποιούμενο περιθώριο** (actual markup): ο ίδιος ορισμός, τιμή προς ονομαστικό οριακό κόστος, στις τιμές που πράγματι χρεώνονται. Με $P_{jt} = P_t$:

$$\mathcal{M}_t \equiv \frac{P_t}{W_t / A_t} = \frac{1}{mc_t} \qquad \text{(το πραγματικό οριακό κόστος είναι το αντίστροφο του περιθωρίου)}$$

- **Ευέλικτες τιμές**: $\mathcal{M}_t = \mathcal{M}$ σε κάθε περίοδο, άρα το $mc_t = 1/\mathcal{M}$ είναι σταθερό. **Δύσκαμπτες τιμές**: το $\mathcal{M}_t$ μπορεί να **διαφέρει** από το $\mathcal{M}$, γιατί η προσαρμογή της τιμής κοστίζει.
- **Σταθερή κατάσταση**: με μηδενικό πληθωρισμό, $\bar{\mathcal{M}} = \mathcal{M}$. Με θετικό πληθωρισμό τάσης (trend inflation), οι τιμές δεν προλαβαίνουν ποτέ πλήρως το κόστος, άρα $\bar{\mathcal{M}} < \mathcal{M}$.

Γιατί αυτό έχει σημασία για τον πληθωρισμό

- Αυξάνεται η ζήτηση $\Rightarrow$ αυξάνονται μισθοί και οριακό κόστος $\Rightarrow$ οι τιμές δεν προσαρμόζονται πλήρως $\Rightarrow$ το περιθώριο **πέφτει** κάτω από το $\mathcal{M}$.
- Οι τιμές αυξάνονται **σταδιακά** για να αποκατασταθεί το περιθώριο: αυτό είναι πληθωρισμός.
- Μειώνεται η ζήτηση $\Rightarrow$ το αντίθετο: το περιθώριο ανεβαίνει πάνω από το $\mathcal{M}$. Αυτό δεν είναι καλύτερο: το $\mathcal{M}$ μεγιστοποιεί τα κέρδη (πάνω από αυτό οι χαμένες πωλήσεις κοστίζουν περισσότερο). Άρα οι τιμές μειώνονται σταδιακά.

Η καμπύλη Phillips ως προς τα περιθώρια

Ξαναγράφουμε τον πρώτο όρο της μη γραμμικής καμπύλης Phillips, με $\mathcal{M} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$ και $mc_t = 1/\mathcal{M}_t$:

$$(1-\varepsilon) + \varepsilon\, mc_t = \varepsilon \left(mc_t - \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right) = \varepsilon \left(\frac{1}{\mathcal{M}_t} - \frac{1}{\mathcal{M}} \right)$$

Η καμπύλη Phillips

$$\psi\, \pi_t(1+\pi_t) = \varepsilon \left(\frac{1}{\mathcal{M}_t} - \frac{1}{\mathcal{M}} \right) + E_t \left[\frac{Q_{t+1}}{Q_t} \frac{Y_{t+1}}{Y_t} \psi\, \pi_{t+1}(1+\pi_{t+1}) \right]$$

- Πραγματοποιούμενο περιθώριο **κάτω** από το επιθυμητό ($\mathcal{M}_t < \mathcal{M}$): ο πρώτος όρος είναι θετικός $\Rightarrow$ οι επιχειρήσεις αυξάνουν τις τιμές $\Rightarrow$ πληθωρισμός.
- Πραγματοποιούμενο περιθώριο **πάνω** από το επιθυμητό: οι επιχειρήσεις μειώνουν τις τιμές $\Rightarrow$ αποπληθωρισμός.
- Όσο μεγαλύτερη η απόσταση, τόσο μεγαλύτερη η μεταβολή των τιμών.

Ερμηνεία της μη γραμμικής καμπύλης Phillips

$$\psi\,\pi_t(1+\pi_t) = (1-\varepsilon) + \varepsilon\, mc_t + E_t\left[\frac{Q_{t+1}}{Q_t}\,\frac{Y_{t+1}}{Y_t}\,\psi\,\pi_{t+1}(1+\pi_{t+1})\right]$$

- **Σταθερή κατάσταση** με μηδενικό πληθωρισμό ($\bar{\pi}=0$): $0 = (1-\varepsilon) + \varepsilon\,\overline{mc}$, άρα $\overline{mc} = (\varepsilon-1)/\varepsilon = 1/\mathcal{M}$: το πραγματοποιούμενο περιθώριο ισούται με το επιθυμητό. (Με θετικό πληθωρισμό τάσης, $\bar{\pi}>0$, η αριστερή πλευρά είναι θετική, άρα $\overline{mc} > 1/\mathcal{M}$ και $\bar{\mathcal{M}} < \mathcal{M}$.)
- **Υψηλότερο οριακό κόστος** $\Rightarrow$ **υψηλότερος πληθωρισμός**: τα περιθώρια των επιχειρήσεων συμπιέζονται κάτω από το $\mathcal{M}$ και αυτές αυξάνουν τις τιμές για να τα αποκαταστήσουν.
- **Υψηλότερος αναμενόμενος πληθωρισμός** $\Rightarrow$ **υψηλότερος πληθωρισμός σήμερα**: αν οι τιμές θα αυξηθούν στο μέλλον, οι επιχειρήσεις αρχίζουν να τις αυξάνουν από τώρα, για να κατανείμουν την προσαρμογή.

Ο ρόλος του ψ: πόσο δύσκαμπτες είναι οι τιμές

- Διαιρούμε με ψ: η επίδραση του οριακού κόστους στον πληθωρισμό πολλαπλασιάζεται με $1/\psi$.
- **Υψηλότερο** ψ $\Rightarrow$ **ο πληθωρισμός αντιδρά λιγότερο** στο οριακό κόστος. Η αλλαγή τιμών είναι ακριβή, οπότε οι επιχειρήσεις προσαρμόζουν λιγότερο κάθε περίοδο και την κατανέμουν στον χρόνο.
- $\psi = 0$: θέτοντας $\psi = 0$ στην εξίσωση, $mc_t = (\varepsilon-1)/\varepsilon$ σε κάθε περίοδο — ο κανόνας περιθωρίου με ευέλικτες τιμές.

Επιστροφή στον συντελεστή προεξόφλησης Q_t

- Οι επιχειρήσεις **ανήκουν στα νοικοκυριά**: τα κέρδη τους καταβάλλονται σε αυτά ως μερίσματα D_t, σε ευρώ.
- Άρα οι επιχειρήσεις αξιολογούν τα κέρδη όπως οι ιδιοκτήτες τους: με βάση τη **χρησιμότητα** που αποφέρουν.
- Από το πρόβλημα του νοικοκυριού: ένα ευρώ στην περίοδο t αξίζει λ_t σε χρησιμότητα. Μία μονάδα αγαθών κοστίζει P_t ευρώ, άρα αξίζει

$$\lambda_t P_t = C_t^{-\sigma} \qquad \text{(η ΣΠΤ για το } C_t\text{)}$$

- Μία μονάδα αγαθών στην περίοδο t, σε σημερινή χρησιμότητα: $\beta^t C_t^{-\sigma}$. Σε μονάδες σημερινών αγαθών, διαιρούμε με $C_0^{-\sigma}$:

Ο συντελεστής προεξόφλησης

$$Q_t = \beta^t \left(\frac{C_t}{C_0}\right)^{-\sigma} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{Q_{t+1}}{Q_t} = \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\sigma}$$

Στη σταθερή κατάσταση (C σταθερό): $Q_t = \beta^t$ και $Q_{t+1}/Q_t = \beta$.

- Οι επιχειρήσεις προεξοφλούν το μέλλον ακριβώς όπως τα νοικοκυριά: ο ίδιος όρος εμφανίζεται στην εξίσωση Euler.
- Υψηλότερη αναμενόμενη αύξηση της κατανάλωσης $\Rightarrow$ τα μελλοντικά κέρδη αξίζουν λιγότερο, γιατί τα νοικοκυριά θα είναι τότε πλουσιότερα.

Γραμμικοποίηση της καμπύλης Phillips, όρο προς όρο

Γραμμικοποιούμε γύρω από τη **σταθερή κατάσταση με μηδενικό πληθωρισμό** ($\bar{\pi} = 0$, $\overline{mc} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$, Y σταθερό, $Q_{t+1}/Q_t = \beta$):

$$\underbrace{\psi\, \pi_t(1+\pi_t)}_{(1)} = \underbrace{(1-\varepsilon) + \varepsilon\, mc_t}_{(2)} + E_t\Big[\underbrace{\tfrac{Q_{t+1}}{Q_t}\,\tfrac{Y_{t+1}}{Y_t}\,\psi\,\pi_{t+1}(1+\pi_{t+1})}_{(3)}\Big]$$

Ανάπτυγμα Taylor πρώτης τάξης γύρω από τη σταθερή κατάσταση $(\bar{x}, \bar{z})$

$$f(x) \approx f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x - \bar{x}) \qquad f(x,z) \approx f(\bar{x},\bar{z}) + f_x(\bar{x},\bar{z})(x-\bar{x}) + f_z(\bar{x},\bar{z})(z-\bar{z})$$

1. $f(\pi_t) = \psi\,\pi_t(1+\pi_t)$, με $f'(\pi_t) = \psi(1+2\pi_t)$. Στο $\bar{\pi} = 0$: $f(0) = 0$, $f'(0) = \psi$.
   $\Rightarrow$ $(1) \approx f(0) + f'(0)(\pi_t - 0) = \psi\,\pi_t$.

2. $g(mc_t) = (1-\varepsilon) + \varepsilon\, mc_t$: ήδη γραμμικό, με $g(\overline{mc}) = 0$. Εδώ το mc_t είναι επίπεδο, όχι λογάριθμος, οπότε γράφουμε την απόκλισή του με «καπέλο» (όπως για το νοικοκυριό): $\widehat{mc}_t \equiv \ln mc_t - \ln \overline{mc}$, άρα $mc_t - \overline{mc} \approx \overline{mc}\,\widehat{mc}_t$.
   $\Rightarrow$ $(2) = \varepsilon\,(mc_t - \overline{mc}) \approx \varepsilon\,\overline{mc}\,\widehat{mc}_t = (\varepsilon - 1)\,\widehat{mc}_t$.

3. $h(z_t, \pi_{t+1}) = z_t\,\psi\,\pi_{t+1}(1+\pi_{t+1})$, με $z_t \equiv \frac{Q_{t+1}}{Q_t}\frac{Y_{t+1}}{Y_t}$. Παράγωγοι: $h_z = \psi\,\pi_{t+1}(1+\pi_{t+1})$, $h_\pi = z_t\,\psi(1+2\pi_{t+1})$. Στο $(\bar{z}, \bar{\pi}) = (\beta, 0)$: $h = 0$, $h_z = 0$, $h_\pi = \beta\psi$.
   $\Rightarrow$ $(3) \approx h(\beta,0) + h_z(\beta,0)(z_t - \beta) + h_\pi(\beta,0)(\pi_{t+1} - 0) = 0 + 0\cdot(z_t - \beta) + \beta\psi\,\pi_{t+1} = \beta\psi\,\pi_{t+1}$.
   Οι αποκλίσεις του z_t απαλείφονται: ο συντελεστής τους είναι ο πληθωρισμός, που είναι μηδέν στη σταθερή κατάσταση.

Η γραμμική καμπύλη Phillips ως προς το οριακό κόστος

Συγκεντρώνουμε τους όρους. Βάζουμε τα (1), (2) και (3) πίσω στην καμπύλη Phillips και παίρνουμε E_t του (3):

$$\psi\, \pi_t = (\varepsilon - 1)\, \widehat{mc}_t + \beta\psi\, E_t \pi_{t+1}$$

Διαιρούμε με ψ:

Γραμμική καμπύλη Phillips

$$\pi_t = \beta\, E_t \pi_{t+1} + \frac{\varepsilon - 1}{\psi}\, \widehat{mc}_t$$

- Ο σημερινός πληθωρισμός εξαρτάται από τον αναμενόμενο πληθωρισμό αύριο και από το σημερινό οριακό κόστος.
- Πιο δύσκαμπτες τιμές (μεγαλύτερο ψ): ο πληθωρισμός αντιδρά **λιγότερο** στο οριακό κόστος.
- Περισσότερος ανταγωνισμός (μεγαλύτερο ε): ο πληθωρισμός αντιδρά **περισσότερο**.
- Το β μπροστά από τον αναμενόμενο πληθωρισμό: οι μελλοντικές αλλαγές τιμών προεξοφλούνται.

Ανοιχτό ζήτημα

Το οριακό κόστος δεν παρατηρείται. Στη συνέχεια: το εκφράζουμε ως συνάρτηση του προϊόντος.

Παραγωγικό κενό

Οριακό κόστος ως προς το προϊόν: τα συστατικά

Το οριακό κόστος δεν παρατηρείται. Χρειαζόμαστε τέσσερις συνθήκες, η καθεμία σε λογάριθμους και σε αποκλίσεις από τη σταθερή κατάσταση (πεζά γράμματα = λογαριθμική απόκλιση, όπως πριν· εξαίρεση το mc_t, που είναι επίπεδο, με λογαριθμική απόκλιση $\widehat{mc}_t$):

1. **Οριακό κόστος** (επιχειρήσεις): $mc_t = \frac{W_t/P_t}{A_t}$. Παίρνουμε λογάριθμους: $\ln mc_t = \ln \frac{W_t}{P_t} - \ln A_t$. Αφαιρούμε τη σταθερή κατάσταση:
$$\underbrace{\ln mc_t - \ln \overline{mc}}_{\widehat{mc}_t} = \underbrace{\left(\ln \frac{W_t}{P_t} - \ln \frac{\overline{W}}{P}\right)}_{w_t} - \underbrace{\left(\ln A_t - \ln \bar{A}\right)}_{a_t} \quad \Longrightarrow \quad \widehat{mc}_t = w_t - a_t$$
2. **Προσφορά εργασίας** (νοικοκυριά, την παραγάγαμε νωρίτερα): $w_t = \sigma c_t + \varphi n_t$
3. **Αγορά εργασίας**: $Y_t = A_t N_t$. Παίρνουμε λογάριθμους, $\ln Y_t = \ln A_t + \ln N_t$, και αφαιρούμε τη σταθερή κατάσταση: $y_t = a_t + n_t \;\Rightarrow\; n_t = y_t - a_t$.
4. **Αγορά αγαθών**: αθροίζοντας τους εισοδηματικούς περιορισμούς (ομόλογα σε μηδενική καθαρή προσφορά, κέρδη που επιστρέφουν ως D_t) παίρνουμε $C_t = \left(1 - \frac{\psi}{2}\pi_t^2\right) Y_t$. Παίρνουμε λογάριθμους και αφαιρούμε τη σταθερή κατάσταση ($\bar{\pi} = 0$, άρα $\ln \bar{C} = \ln \bar{Y}$): $c_t = y_t + \ln\left(1 - \frac{\psi}{2}\pi_t^2\right)$.

   Γραμμικοποιούμε τον τελευταίο όρο γύρω από το $\bar{\pi} = 0$: $f(\pi_t) = \ln\left(1 - \frac{\psi}{2}\pi_t^2\right)$, $f(0) = 0$, $f'(\pi_t) = \frac{-\psi\pi_t}{1 - \frac{\psi}{2}\pi_t^2}$, άρα $f'(0) = 0$.

   Επομένως $f(\pi_t) \approx 0$ και $\boldsymbol{c_t = y_t}$. Το κόστος προσαρμογής εξαρτάται από το π_t^2, άρα δεν επιβιώνει σε προσέγγιση πρώτης τάξης.

Οριακό κόστος ως προς το προϊόν: συνδυασμός

Αντικαθιστούμε βήμα προς βήμα:

- Αγορά αγαθών ($c_t = y_t$) και αγορά εργασίας ($n_t = y_t - a_t$) στην προσφορά εργασίας:

$$w_t = \sigma y_t + \varphi(y_t - a_t)$$

- Αυτό στο οριακό κόστος, $\widehat{mc}_t = w_t - a_t$:

$$\widehat{mc}_t = \sigma y_t + \varphi(y_t - a_t) - a_t = (\sigma + \varphi)\, y_t - (1 + \varphi)\, a_t$$

- Υψηλότερο προϊόν $\Rightarrow$ περισσότερες ώρες και περισσότερη κατανάλωση, που απαιτούν και τα δύο υψηλότερους μισθούς $\Rightarrow$ υψηλότερο οριακό κόστος.
- Υψηλότερη παραγωγικότητα $\Rightarrow$ λιγότερες ώρες ανά μονάδα $\Rightarrow$ χαμηλότερο οριακό κόστος.

Από εδώ προέρχεται το $\sigma + \varphi$: πόσο γρήγορα αυξάνεται το ΟΚ με το προϊόν

- **Μεγαλύτερο** φ (λιγότερο ελαστική προσφορά εργασίας): περισσότερες ώρες απαιτούν πολύ υψηλότερο μισθό.
- **Μεγαλύτερο** σ (ισχυρότερο φαινόμενο πλούτου, wealth effect): πλουσιότερα νοικοκυριά θέλουν περισσότερο ελεύθερο χρόνο και απαιτούν υψηλότερο μισθό.
- Μαζί με τη δυσκαμψία των τιμών, το $\sigma + \varphi$ καθορίζει την κλίση της καμπύλης Phillips.

Φυσικό προϊόν και παραγωγικό κενό

Φυσικό προϊόν (natural output) y_t^n: το προϊόν με ευέλικτες τιμές. Οι επιχειρήσεις τότε χρεώνουν το επιθυμητό περιθώριο, άρα $\widehat{mc}_t = 0$:

$$0 = (\sigma + \varphi)\, y_t^n - (1 + \varphi)\, a_t \quad \Longrightarrow \quad y_t^n = \frac{1 + \varphi}{\sigma + \varphi}\, a_t$$

Κινείται με την παραγωγικότητα, όχι με τη νομισματική πολιτική. Με $\sigma = 1$, $y_t^n = a_t$: οι ώρες δεν αντιδρούν, καθώς ο υψηλότερος μισθός και το φαινόμενο πλούτου αλληλοαναιρούνται. Με $\sigma > 1$ κυριαρχεί το φαινόμενο πλούτου και το y_t^n αυξάνεται λιγότερο από το a_t.

Το οριακό κόστος είναι ανάλογο του παραγωγικού κενού (output gap)

$$\widehat{mc}_t = (\sigma + \varphi)\,(y_t - y_t^n) = (\sigma + \varphi)\, x_t, \qquad x_t \equiv y_t - y_t^n$$

- $x_t > 0$: υπερθέρμανση· το κόστος είναι πάνω από το κανονικό και οι επιχειρήσεις θέλουν να αυξήσουν τις τιμές. $x_t < 0$: αδρανείς πόροι.
- Δεν είναι κάθε μείωση του προϊόντος πρόβλημα πολιτικής: αν η παραγωγικότητα μειωθεί, μειώνεται και το y_t^n.

Στην πράξη το παραγωγικό κενό εκτιμάται, π.χ. από το Congressional Budget Office (CBO) των ΗΠΑ ή την Ευρωπαϊκή Επιτροπή. Οι εκτιμήσεις αυτές είναι κοντά, αλλά δεν ταυτίζονται, με την έννοια του υποδείγματος.

Εξίσωση 1: η Νεοκεϋνσιανή καμπύλη Phillips

Αντικαθιστούμε το $\widehat{mc}_t = (\sigma + \varphi)x_t$ στη γραμμική καμπύλη Phillips $\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{\varepsilon - 1}{\psi} \widehat{mc}_t$:

Νεοκεϋνσιανή καμπύλη Phillips (New Keynesian Phillips curve, NKPC)

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + u_t, \qquad \kappa \equiv \frac{(\varepsilon - 1)(\sigma + \varphi)}{\psi}$$

- κ: η **κλίση**. Πιο δύσκαμπτες τιμές (μεγαλύτερο ψ) $\Rightarrow$ πιο επίπεδη· μεγαλύτερα σ, φ ή ε $\Rightarrow$ πιο απότομη.
- u_t: **διαταραχή κόστους** (cost-push shock). **Δεν** προκύπτει από την παραγωγή μας: με σταθερό ε, $u_t = 0$. Την προσθέτουμε γιατί τα επιθυμητά περιθώρια μπορεί να μεταβάλλονται: αν το ε_t μεταβάλλεται, το επιθυμητό περιθώριο αποκλίνει κατά μ_t, και η καμπύλη Phillips αποκτά έναν όρο $\frac{\varepsilon - 1}{\psi} \mu_t \equiv u_t$. Τα περιθώρια στους μισθούς και το κόστος ενέργειας λειτουργούν παρόμοια. Αυξάνει τον πληθωρισμό **ακόμη και με μηδενικό παραγωγικό κενό**.
- Με επαναληπτική αντικατάσταση προς τα εμπρός:

$$\pi_t = \kappa \sum_{k \geq 0} \beta^k E_t x_{t+k} + \sum_{k \geq 0} \beta^k E_t u_{t+k}$$

Τον σημερινό πληθωρισμό τον καθορίζουν τα **αναμενόμενα μελλοντικά** κενά και οι πιέσεις κόστους.

Σύγκριση με την παραδοσιακή καμπύλη Phillips

Παραδοσιακή (με βλέμμα στο παρελθόν)

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \kappa x_t$$

- Ο πληθωρισμός έχει αδράνεια: εξαρτάται από τον **παρελθοντικό** πληθωρισμό.
- Η αποκλιμάκωση του πληθωρισμού απαιτεί μια περίοδο χαμηλού προϊόντος.

Νεοκεϋνσιανή (με βλέμμα στο μέλλον)

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t$$

- Ο πληθωρισμός εξαρτάται από τον **αναμενόμενο** πληθωρισμό.
- Μια αξιόπιστη κεντρική τράπεζα μπορεί να μειώσει τον πληθωρισμό αλλάζοντας τις προσδοκίες.

- Η NK εκδοχή παράγεται από τις αποφάσεις των επιχειρήσεων· η παραδοσιακή ήταν εμπειρική κανονικότητα.
- Στα δεδομένα, ο πληθωρισμός δείχνει μεγαλύτερη διάρκεια από όση συνεπάγεται η καθαρή NK εκδοχή· η εμπειρική έρευνα συχνά προσθέτει υστερήσεις του πληθωρισμού (μια «υβριδική» καμπύλη Phillips).

Galí and Gertler (1999), "Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis," *JME*.

Εξίσωση 2: η δυναμική καμπύλη IS (1/2)

Ξεκινάμε από τη γραμμικοποιημένη εξίσωση Euler και επιβάλλουμε εκκαθάριση της αγοράς αγαθών, $c_t = y_t$:

$$y_t = E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho)$$

Η ίδια εξίσωση ισχύει με **ευέλικτες τιμές**, με το φυσικό προϊόν y_t^n και το πραγματικό επιτόκιο που θα επικρατούσε τότε, το **φυσικό επιτόκιο** r_t^n:

$$y_t^n = E_t y_{t+1}^n - \frac{1}{\sigma}(r_t^n - \rho)$$

Λύνουμε ως προς r_t^n:

$$r_t^n = \rho + \sigma E_t \Delta y_{t+1}^n$$

- Το φυσικό επιτόκιο είναι υψηλό όταν το φυσικό προϊόν αναμένεται να αυξηθεί: τα νοικοκυριά περιμένουν να γίνουν πλουσιότερα και θέλουν να δανειστούν, οπότε χρειάζεται υψηλότερο επιτόκιο για να μένει η ζήτηση σε ισορροπία.

Εξίσωση 2: η δυναμική καμπύλη IS (2/2)

Αφαιρούμε την εξίσωση ευέλικτων τιμών από την πραγματική, με $x_t = y_t - y_t^n$:

Δυναμική καμπύλη IS

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(i_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^n\right)$$

- Το κενό παραγωγής εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ του **πραγματικού** επιτοκίου όπως διαμορφώνεται και του **φυσικού** επιτοκίου.
- Λέγεται «IS» επειδή είναι η πλευρά της ζήτησης: ένα υψηλότερο πραγματικό επιτόκιο μειώνει τη δαπάνη, όπως στο υπόδειγμα IS–LM.
- Λέγεται «δυναμική» επειδή εισέρχονται οι προσδοκίες για το μελλοντικό κενό.

Ερμηνεία της καμπύλης IS και του φυσικού επιτοκίου

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(\underbrace{i_t - E_t \pi_{t+1}}_{\text{πραγματικό επιτόκιο}} - \underbrace{r_t^n}_{\text{φυσικό επιτόκιο}}\right)$$

- r_t^n: το **φυσικό επιτόκιο** — το πραγματικό επιτόκιο που θα κρατούσε το προϊόν στο φυσικό του επίπεδο.
- Η πολιτική είναι **περιοριστική** όταν το πραγματικό επιτόκιο είναι πάνω από το r_t^n (το κενό μειώνεται) και **χαλαρή** όταν είναι κάτω.
- Με $y_t^n = \frac{1+\varphi}{\sigma+\varphi} a_t$:

  $$r_t^n = \rho + \sigma \frac{1+\varphi}{\sigma+\varphi} E_t \Delta a_{t+1}$$

  Η αναμενόμενη αύξηση της παραγωγικότητας αυξάνει το φυσικό επιτόκιο.
- Διαταραχές ζήτησης (π.χ. στις προτιμήσεις ή στις δημόσιες δαπάνες) επίσης κινούν το r_t^n.
- Χωρίς διαταραχές, $r_t^n = \rho$: το πραγματικό επιτόκιο σταθερής κατάστασης.

Σύνδεση με τον κανόνα Taylor

Η σταθερά r^* στον κανόνα Taylor είναι μια εκτίμηση του φυσικού επιτοκίου: του «ουδέτερου» πραγματικού επιτοκίου.

Εξίσωση 3: νομισματική πολιτική

- Δύο εξισώσεις, τρεις άγνωστοι: x_t, π_t, i_t.
- Το υπόδειγμα κλείνει με μια περιγραφή της νομισματικής πολιτικής, π.χ. έναν κανόνα τύπου Taylor:

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_x x_t$$

- Ή με μια **άριστη πολιτική**: η κεντρική τράπεζα επιλέγει το i_t ώστε να μεγιστοποιήσει την ευημερία (επόμενη διάλεξη).

Το χρήμα στο παρασκήνιο

Ο ισολογισμός της κεντρικής τράπεζας προσαρμόζεται ώστε να επιτυγχάνεται το i_t. Μακροχρόνια ισχύει η σχέση της ποσοτικής θεωρίας: ο ρυθμός αύξησης του χρήματος ισούται με τον πληθωρισμό.

Το Νεοκεϋνσιανό υπόδειγμα τριών εξισώσεων

Ζήτηση: δυναμική καμπύλη IS

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma}\left(i_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^n\right)$$

Προσφορά: Νεοκεϋνσιανή καμπύλη Phillips

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + u_t$$

Πολιτική

$$i_t = \text{κανόνας ή άριστη επιλογή}$$

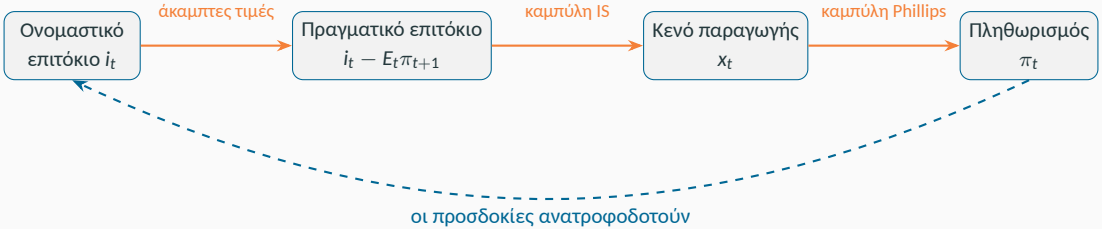
Οι παράμετροι και πού εμφανίζονται

Παράμετρος	Σημασία	Τυπική τιμή	Εμφανίζεται σε
β	παράγοντας προεξόφλησης (υπομονή)	0.99 (τριμηνιαία)	ΝΚΚΦ· $\rho = -\ln \beta$
σ	αντίστροφο διαχρονικής ελαστικότητας	1–2	κλίση IS $1/\sigma$· κ
φ	αντίστροφο ελαστικότητας Frisch	1–2	κ· φυσικό προϊόν
ε	ελαστικότητα ζήτησης (ανταγωνισμός)	6 (περιθώριο 20%)	κ
ψ	κόστος αλλαγής τιμών	μεγάλο	κ
κ	κλίση της καμπύλης Phillips	0.01–0.1	ΝΚΚΦ

- Το $\kappa = (\varepsilon - 1)(\sigma + \varphi)/\psi$ συνδυάζει προτιμήσεις, ανταγωνισμό και ακαμψία τιμών.
- Οι εκτιμήσεις του κ είναι μικρές: ένα κενό παραγωγής 1% μετακινεί τον τριμηνιαίο πληθωρισμό κατά λίγο. Μια επίπεδη καμπύλη Phillips είναι επαναλαμβανόμενο εύρημα, ιδίως πριν από το 2021.
- Κάθε παράμετρος έχει οικονομική ερμηνεία: αυτό είναι το πλεονέκτημα της παραγωγής του υποδείγματος αντί της υπόθεσής του.

Μηχανισμός

Ο μηχανισμός μετάδοσης



- Επειδή οι τιμές είναι άκαμπτες, μια μεταβολή του i_t μεταβάλλει το **πραγματικό** επιτόκιο.
- Το πραγματικό επιτόκιο κινεί τη ζήτηση (IS)· η ζήτηση κινεί το οριακό κόστος και τον πληθωρισμό (ΝΚΚΦ).
- Επειδή και οι δύο εξισώσεις κοιτάζουν μπροστά, η **αναμενόμενη μελλοντική πολιτική** μετράει όσο και το σημερινό επιτόκιο.
- Με $\psi = 0$: $x_t = 0$ πάντα, και η νομισματική πολιτική επηρεάζει μόνο τον πληθωρισμό.

Παράδειγμα: μια νομισματική σύσφιξη, βήμα προς βήμα

Η κεντρική τράπεζα αυξάνει το i_t κατά 1 ποσοστιαία μονάδα, απρόσμενα.

1. **Πραγματικό επιτόκιο:** οι τιμές είναι άκαμπτες, οπότε ο αναμενόμενος πληθωρισμός δεν αυξάνεται ένα προς ένα. Το πραγματικό επιτόκιο $i_t - E_t\pi_{t+1}$ αυξάνεται.
2. **Νοικοκυριά (καμπύλη IS):** η αποταμίευση γίνεται πιο ελκυστική· η κατανάλωση μειώνεται. Το προϊόν πέφτει κάτω από το φυσικό: $x_t < 0$.
3. **Αγορά εργασίας:** οι επιχειρήσεις χρειάζονται λιγότερες ώρες· ο πραγματικός μισθός μειώνεται, και μαζί του το οριακό κόστος.
4. **Επιχειρήσεις (καμπύλη Phillips):** με χαμηλότερο κόστος, οι επιχειρήσεις αυξάνουν τις τιμές λιγότερο. Ο πληθωρισμός μειώνεται.
5. **Προσδοκίες:** αν η σύσφιξη αναμένεται να διαρκέσει, τα αναμενόμενα μελλοντικά κενά είναι επίσης αρνητικά, και ο πληθωρισμός μειώνεται περισσότερο **σήμερα**.

Το κόστος της αποκλιμάκωσης του πληθωρισμού

Ο πληθωρισμός μειώνεται μόνο επειδή το προϊόν πέφτει κάτω από το φυσικό του επίπεδο. Πόσο προϊόν πρέπει να θυσιαστεί εξαρτάται από το κ: όσο πιο επίπεδη η καμπύλη Phillips, τόσο υψηλότερο το κόστος.

Δύο είδη διαταραχών

Διαταραχές στο r_t^n (ζήτηση, παραγωγικότητα)

- Κινούν το φυσικό επιτόκιο.
- Αν η κεντρική τράπεζα θέσει το πραγματικό επιτόκιο ίσο με το r_t^n, τότε $x_t = 0$ και $\pi_t = 0$.
- Κανένα αντιστάθμισμα.

Διαταραχές κόστους u_t

- Π.χ. διαταραχές στο περιθώριο κέρδους ή στο κόστος ενέργειας.
- Η σταθεροποίηση του πληθωρισμού απαιτεί αρνητικό κενό παραγωγής.
- Πραγματικό **αντιστάθμισμα** (trade-off).

Η «θεία σύμπτωση» (divine coincidence)

Χωρίς διαταραχές κόστους, η σταθεροποίηση του πληθωρισμού κλείνει και το κενό παραγωγής. Οι διαταραχές κόστους τη διαλύουν — και εκεί αρχίζουν να έχουν σημασία η άριστη πολιτική και η εντολή της κεντρικής τράπεζας.

Blanchard and Galí (2007), *JMCB*.

Σύνοψη και επόμενη διάλεξη

- Τα νοικοκυριά δίνουν την **εξίσωση Euler** $\Rightarrow$ την **καμπύλη IS**: η ζήτηση εξαρτάται από την αναμενόμενη διαδρομή των πραγματικών επιτοκίων.
- Ο μονοπωλιακός ανταγωνισμός δίνει επιχειρήσεις που ορίζουν τιμές με περιθώριο κέρδους· το **κόστος προσαρμογής τιμών** κάνει την τιμολόγηση να κοιτάζει μπροστά $\Rightarrow$ την **καμπύλη Phillips**.
- Το οριακό κόστος είναι ανάλογο του **κενού παραγωγής**· το **φυσικό επιτόκιο** r_t^n είναι το πραγματικό επιτόκιο που κρατά το προϊόν στο φυσικό του επίπεδο.
- Οι άκαμπτες τιμές δίνουν στην κεντρική τράπεζα τον έλεγχο του **πραγματικού** επιτοκίου.

Επόμενη διάλεξη

Τι πρέπει να κάνει η κεντρική τράπεζα; Μακροχρόνια άριστος πληθωρισμός, βραχυχρόνια σταθεροποίηση και γιατί η απάντηση μοιάζει με κανόνα Taylor.

Βιβλιογραφία: Galí (2015), *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*, κεφ. 3· Clarida, Galí and Gertler (1999), *JEL*, ενότητα 2· Rotemberg (1982), *JPE*.