Στατιστικές Συναρτήσεις Excel

Κατανομές & Αντίστροφες Συναρτήσεις

ΜΕΡΟΣ Α: Συναρτήσεις Κατανομής (CDF)

Οι παρακάτω συναρτήσεις υπολογίζουν την αθροιστική πιθανότητα P(X ≤ x) ή την πιθανότητα ουράς P(X ≥ x).

1. NORMDIST — Κανονική Κατανομή

Υπολογίζει πιθανότητες για μεταβλητές που ακολουθούν την κανονική (Gaussian) κατανομή.

Σύνταξη: `=NORMDIST(x; μέσος; τυπική απόκλιση; σωρευτική)`

Μαθηματική Επεξήγηση:

Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας (PDF) - με σωρευτική = ΨΕΥΔΗΣ = 0:

$$\frac{1}{\sigma}\sqrt{2\pi}\ \cdot\ e^{-(x-\mu)^2\,/\,2\sigma^2}$$

Αθροιστική Κατανομή (CDF) - με σωρευτική = ΑΛΗΘΗΣ = 1:

$$P(X\ \leq\ x)\ =\ \Phi\left(\frac{x\ -\ \mu}{\sigma}\right)$$

Παράμετροι:

x: Η τιμή για την οποία θέλουμε την πιθανότητα
μέσος: Ο μέσος μ της κατανομής
τυπική_απόκλιση: Η τυπική απόκλιση σ (θετική)
σωρευτική: TRUE = P(X ≤ x) | FALSE = f(x) πυκνότητα

Παράδειγμα: `=NORMDIST(70; 60; 10; ΑΛΗΘΗΣ=1) → ≈ 0,8413`
Ερώτηση: Σε εξέταση με μέσο 60 και τυπική απόκλιση 10, ποια είναι η πιθανότητα βαθμού ≤ 70;

Σημείωση: Για τυποποιημένη κανονική (μ=0, σ=1) χρησιμοποιήστε NORMDIST(x;0;1;ΑΛΗΘΗΣ)

2. TDIST — Κατανομή t (Student)

Χρησιμοποιείται όταν το δείγμα είναι μικρό (n < 30) και η διακύμανση του πληθυσμού άγνωστη.

Σύνταξη: `= TDIST(x; βαθμοί_ελευθερίας; ουρές)`

Μαθηματική Επεξήγηση:

Συνάρτηση Πυκνότητας: $$f(t)\ =\ \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\cdot\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\ \cdot\ \left(1\ +\ \frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$$

Η TDIST υπολογίζει τη **δεξιά ουρά**:

$$TDIST\ =\ P(X\ \geq\ x)\ (\mu o\nu \acute{o}\pi\lambda\varepsilon\upsilon\rho o)\ \acute{\eta}\ P(|X|\ \geq\ x)\ (\alpha\mu\varphi\acute{\iota}\pi\lambda\varepsilon\upsilon\rho o)$$

Παράμετροι:

x: Η τιμή t (θετική)

βαθμοί_ελευθερίας (ν): Ακέραιος > 0
ουρές: 1 = μονόπλευρος έλεγχος | 2 = αμφίπλευρος έλεγχος

Παράδειγμα: `= TDIST(2,086; 20; 2)  →  p ≈ 0,05`

Για ν=20 και t=2,086, η αμφίπλευρη p είναι περίπου 5%.

Σημείωση: Το TDIST δέχεται μόνο x > 0. Για αρνητικές τιμές χρησιμοποιήστε |x|.

3. CHIDIST — Κατανομή Chi-Τετράγωνο (χ^2)

Χρησιμοποιείται σε ελέγχους ανεξαρτησίας πινάκων συνάφειας και ελέγχους καλής προσαρμογής.

Σύνταξη: `=CHIDIST(x; βαθμοί_ελευθερίας)`

Μαθηματική Επεξήγηση:

Ορισμός: Άθροισμα τετραγώνων ανεξάρτητων τυπικών κανονικών μεταβλητών:

$$X = Z_1^2 + Z_2^2 + \cdots + Z_\nu^2 \sim \chi^2(\nu)$$

Η CHIDIST υπολογίζει τη δεξιά ουρά (upper tail):

$$CHIDIST = P(X \geq x) = 1 - F(x, \nu)$$

Παράμετροι:

x: Η τιμή χ^2 (≥ 0)
βαθμοί_ελευθερίας (ν): Ακέραιος > 0

Παράδειγμα: `=CHIDIST(9,488; 4)  →  ≈ 0,05`

Για χ^2=9,488 και ν=4 β.ε., η πιθανότητα δεξιάς ουράς είναι 5%.

Σημείωση: Η CHIDIST δίνει 1 – CDF. Για CDF: =1 – CHIDIST(x; ν)

4. FDIST — Κατανομή F (Fisher-Snedecor)

Χρησιμοποιείται στην ANOVA για σύγκριση μέσων πολλαπλών ομάδων, και στη σύγκριση διακυμάνσεων.

Σύνταξη: `=FDIST(x; βαθμοί_ελευθερίας1; βαθμοί_ελευθερίας2)`

Μαθηματική Επεξήγηση:

Ορισμός ως λόγος δύο ανεξάρτητων χ^2 κατανομών:

$$F = \frac{X_1 / d_1}{X_2 / d_2}, \qquad X_1 \sim \chi^2(d_1), \qquad X_2 \sim \chi^2(d_2)$$

Η FDIST υπολογίζει τη δεξιά ουρά:

$$FDIST = P(F \geq x)$$

Παράμετροι:

x: Η τιμή F (≥ 0)
βαθμοί_ελευθερίας1 (d_1): Αριθμητής β.ε. — συνήθως k – 1 στην ANOVA
βαθμοί_ελευθερίας2 (d_2): Παρονομαστής β.ε. — συνήθως N – k

Παράδειγμα:

```
=FDIST(3,89; 2; 27)  →  ≈ 0,033
```

Για ANOVA 3 ομάδων, 30 παρατηρήσεων: F=3,89 → p ≈ 3,3%, άρα απόρριψη H_0 σε α=5%.

ΜΕΡΟΣ Β: Αντίστροφες Συναρτήσεις (Inverse / Quantile)

Δεδομένης πιθανότητας p, βρίσκουν την κρίσιμη τιμή x: την τιμή πέρα από την οποία η πιθανότητα ισούται με p.

---

5. NORMINV — Αντίστροφη Κανονική Κατανομή

Βρίσκει την τιμή x ώστε P(X ≤ x) =p⇔ F(x) = p⇔ x = $F^{-1}(p)$.

Σύνταξη: `= NORMINV(πιθανότητα; μέσος; τυπική_απόκλιση)`

Μαθηματική Επεξήγηση:

$$\text{Λύνει}: P(X \leq x) = p \implies x = \mu + \sigma \cdot \Phi^{-1}(p)$$

όπου Φ^{-1}(p) είναι η αντίστροφη τυπική κανονική (quantile function).

Παράδειγμα: `=NORMINV(0,975; 0; 1)  →  ≈ 1,96`

Η κρίσιμη τιμή z για αμφίπλευρο έλεγχο α=5% είναι ±1,96.

6. TINV — Αντίστροφη Κατανομή t

Βρίσκει την κρίσιμη τιμή t για δεδομένη αμφίπλευρη πιθανότητα. Χρησιμοποιείται για ελέγχους t-test.

Σύνταξη: `=TINV(πιθανότητα; βαθμοί ελευθερίας)`

Μαθηματική Επεξήγηση:
Το TINV λύνει αμφίπλευρα:

$$\text{Λύνει}: P(|X| \geq t) = p \implies P(-t \leq X \leq t) = 1 - p$$
$$t = F^{-1}(1 - p/2, \nu)$$

Παράμετροι:

- **πιθανότητα:** Συνολική πιθανότητα και των δύο ουρών (π.χ. 0,05 για α=5%)
- **βαθμοί_ελευθερίας (ν):** Ακέραιος > 0

Παράδειγμα: `= TINV(0,05; 20)  →  ≈ 2,086`
Για αμφίπλευρο t-test με ν=20 και α=5%, η κρίσιμη τιμή t = ±2,086.

Σημείωση: Για μονόπλευρο α=5% δώστε p=0,10 (αμφίπλευρο p).

7. CHIINV — Αντίστροφη Κατανομή χ^2

Βρίσκει την κρίσιμη τιμή χ^2 για δεδομένη πιθανότητα δεξιάς ουράς.

Σύνταξη: `= CHIINV(πιθανότητα; βαθμοί ελευθερίας)`

Μαθηματική Επεξήγηση:

$$\text{Λύνει}: P(X \geq x) = p \implies x = F^{-1}(1 - p, \nu)$$

Παράδειγμα:

```
=CHIINV(0,05; 4)  →  ≈ 9,488
```

Για ν=4 β.ε. και α=5%, κρίσιμη τιμή χ^2 = 9,488. Αν χ^2_υπολ > 9,488 → απόρριψη H_0.

8. FINV — Αντίστροφη Κατανομή F

Βρίσκει την κρίσιμη τιμή F για δεδομένη πιθανότητα δεξιάς ουράς. Χρησιμοποιείται στην ANOVA.

Σύνταξη: `=FINV(πιθανότητα; βαθμοί_ελευθερίας1; βαθμοί_ελευθερίας2)`

Μαθηματική Επεξήγηση:

$$\text{Λύνει}: P(F \geq f) = p \implies f = F^{-1}(1 - p, d_1, d_2)$$

Παράδειγμα: `= FINV(0,05; 2; 27)  →  ≈ 3,354`

Για ANOVA με d_1=2, d_2=27, α=5%: κρίσιμη τιμή F = 3,354. Αν F_υπολ > 3,354 → απόρριψη H_0.