ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΝΔΟΓΕΝΟΥΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΜΕΓΕΘΥΝΣΗΣ ΜΕ ΕΝΔΟΓΕΝΗ ΠΛΗΘΥΣΜΟ

8.1 Προτιμήσεις για Παιδιά και Ενδογενής Γεννητικότητα

8.1.1 Εισαγωγή

Όλα τα υποδείγματα ενδογενούς οικονομικής ανάπτυξης που παρουσιάσαμε στο παρόν βιβλίο, αντιμετώπισαν την αύξηση του πληθυσμού ως μια εξωγενή σταθερή μεταβλητή, που έπαιρνε μηδενική ή θετική τιμή.

Στο προκείμενο υπόδειγμα συμπεριλαμβάνουμε την αύξηση του πληθυσμού ως ενδογενή μεταβλητή και αυτό επιτυγχάνεται με τη διαμόρφωση μιας σχέσεως μεταξύ περισσότερης κατά κεφαλή κατανάλωσης και περισσοτέρων ανθρώπων. Παρόλο που υπάρχουν πολλές στρατηγικές για να αναλύσουμε τον αυξανόμενο πληθυσμό, η πιο αποτελεσματική και συνάμα αρκετά απλή είναι αυτή που αναπτύχθηκε από τους Becker και Barro (1988). Η μέθοδος των Becker και Barro μετατρέπει σε ενδογενή μεταβλητή τους δείκτες γονιμότητας, έχοντας άμεσες συνέπειες πάνω στην ανάπτυξη.

8.1.2 Βασικές Υποθέσεις

Οι Becker και Barro υπέθεσαν ότι ο συντελεστής διαχρονικής προτίμησης με τον οποίο η σημερινή γενιά προεξοφλεί τη χρησιμότητα από την κατά κεφαλή κατανάλωση των μελλοντικών γενιών, εξαρτάται αρνητικά από τη γεννητικότητα της σημερινής γενιάς.

Υποτίθεται ότι οι γονείς είναι αλτρουιστές απέναντι στα παιδιά τους. Έτσι, ο συντελεστής προεξόφλησης μεταξύ γενιών εξαρτάται από το μέγεθος του γονικού αλτρουισμού έναντι σε κάθε παιδί.

Εξάλλου, υποθέτουμε ότι θεσμικοί παράγοντες περιορίζουν την προσφορά εργασίας σε μια μονάδα ανά νοικοκυριό, οπότε και η προσφορά εργασίας σε κάθε περίοδο είναι ανελαστική σε επίπεδο ίσο με το πλήθος των νοικοκυριών.

8.2 Το Υπόδειγμα Ενδογενούς Γεννητικότητας των Becker και Barro

8.2.1 Συνάρτηση Χρησιμότητας

Μια απλή έκδοση της συνάρτησης χρησιμότητας του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού κατά τους Becker και Barro έχει την ακόλουθη μορφή:

$$U_t = u(c_t) + \alpha(n_t) n_t U_{t+1} \tag{8.1}$$

με: $u'(.) > 0, u''(.) < 0, \alpha'(.) < 0$,

όπου: U_t είναι η χρησιμότητα της γενιάς που ζει την περίοδο t, ή εναλλακτικά U_t είναι η χρησιμότητα των γονέων και U_{t+1} είναι η χρησιμότητα των παιδιών τους,

$u(.)$ είναι η προσωρινή συνάρτηση χρησιμότητας εξαρτώμενη θετικά από την κατά κεφαλή κατανάλωση,

c_t είναι η κατά κεφαλή κατανάλωση της γενιάς t,

n_t είναι η γεννητικότητα ή γονιμότητα της γενιάς t,

$\alpha(.)$ είναι ο -ενδογενής πλέον- συντελεστής διαχρονικής προτίμησης με τον οποίο οι γονείς προεξοφλούν την χρησιμότητα των παιδιών τους και ο οποίος σχετίζεται αρνητικά με το πλήθος των παιδιών, και εκφράζει το βαθμό αλτρουισμού των γονέων.

Σημειώνεται ότι θα μπορούσαμε να συμπεριλάβουμε το πλήθος n_t ως μεταβλητή και στην προσωρινή συνάρτηση χρησιμότητας *u(.)*. Αποφεύγουμε, όμως, αυτή την γενίκευση για λόγους απλούστευσης του υποδείγματος. Εφόσον, εξ υποθέσεως, κάθε νοικοκυριό της γενιάς *t* ζει μόνο μια περίοδο, την περίοδο *t*, και παράγει n_t νοικοκυριά που θα ζουν κατά την επόμενη περίοδο, ο συνολικός πληθυσμός N_t εξελίσσεται με βάση την ακόλουθη σχέση:

$$N_{t+1} = n_t N_t = \prod_{s=0}^{t} n_s No \tag{8.2}$$

όπου ο αρχικός πληθυσμός N_o, είναι δεδομένος.

Η (8.1) παρουσιάζει τη γενιά *t* (τους γονείς) ως εάν να ενδιαφέρεται μόνο για τους άμεσους απογόνους της (τα παιδιά τους). Καθώς, όμως, τα παιδιά ενδιαφέρονται για τα δικά τους παιδιά κ.ο.κ., οι γονείς ενδιαφέρονται και για τα εγγόνια τους κ.ο.κ., ήτοι η χρησιμότητα της γενιάς *t* εξαρτάται από τη χρησιμότητα όλων των επιγενομένων γενιών. Ειδικότερα, με διαδοχικές εγκαταστάσεις στην (8.1), παίρνουμε:

$$U_t = u(c_t) + \sum_{s=0}^{\infty}\left\{\left[\prod_{\tau=0}^{s}\alpha(n_{t+\tau})\prod_{\tau=0}^{s} n_{t+\tau}\right]u(c_{t+s+1})\right\} =$$

$$= u(c_t) + \sum_{s=0}^{\infty}\left\{\left[\prod_{\tau=0}^{s}\alpha(n_{t+\tau})\right]N_{t+s+1}u(c_{t+s+1})\right\} \tag{8.3}$$

όπου είναι πλέον εμφανές ότι ο χρονικός ορίζοντας είναι άπειρος και ότι η χρησιμότητα της γενιάς t εξαρτάται τόσο από τη δική της κατανάλωση και γονιμότητα, όσο και από την κατανάλωση και γονιμότητα των μελλοντικών γενιών.

8.2.2 Εισοδηματικοί Περιορισμοί και Τεχνολογία

Ο εισοδηματικός περιορισμός του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού της γενιάς t, είναι:

$$c_t + i_t = y_t \tag{8.4}$$

όπου: c_t, i_t, y_t είναι αντίστοιχα η κατά κεφαλή κατανάλωση, επένδυση και εισόδημα ή προϊόν κατά την περίοδο *t*.

Το δε κατά κεφαλή εισόδημα, εφόσον οι αγορές είναι ανταγωνιστικές και εκκαθαρίζονται, θα είναι:

$$y_t = f(k_t) = p_{h_t} + p_{k_t} k_t \tag{8.5}$$

με:

$$p_{k_t} = f'(k_t), p_{h_t} = f(k_t) - f'(k_t)k_t \tag{8.6}$$

όπου: p_{k_t} και p_{h_t} είναι οι τιμές-αμοιβές του κεφαλαίου και της εργασίας, αντίστοιχα.

Η τεχνολογία παραγωγής δίνεται από τη συνάρτηση παραγωγικότητας $y_t = f(k_t)$, όπου η $f : \Re_+ \to \Re_+$ είναι θετικά κεκλιμένη και αυστηρά κοίλη. Ειδικότερα, η f προέρχεται σε αυτή την περίπτωση από μια γραμμικά ομογενή συνάρτηση παραγωγής συνολικού προϊόντος $Y_t = F(K_t, N_t)$ με τις συνήθεις υποθέσεις περί θετικών οριακών προϊόντων, κοιλότητας και αυστηρά οιονεί κοιλότητας. Εναλλακτικά, μπορούμε να υποθέσουμε γραμμική τεχνολογία τύπου Rebelo, με $y_t = Ak_t (A > 0)$, που είναι συμβατή με τον τέλειο ανταγωνισμό και την κατά Pareto αποτελεσματικότητα αυτού. Εξάλλου, η λύση του προβλήματος της αντιπροσωπευτικής ανταγωνιστικής επιχείρησης, ήτοι η μεγιστοποίηση των κερδών της υπό τον περιορισμό της τεχνολογίας, μας δίνει ακριβώς τις (8.5) και (8.6).

Οι επενδύσεις I_t των γονέων κατά την περίοδο *t* θα είναι διαθέσιμες στα παιδιά τους ως φυσικό κεφάλαιο κατά την επόμενη περίοδο, ούτως ώστε ο νόμος κίνησης του κατά κεφαλή κεφαλαίου k_t είναι:

$$n_t k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t \tag{8.7}$$

όπου $\delta \in (0,1)$ είναι το ποσοστό φυσικής απόσβεσης. Σημειώνεται δε ότι η (8.7) εξάγεται από το νόμο κίνησης του συνολικού κεφαλαίου, $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + N_t i_t$, λαμβάνοντας υπόψη ότι ο συνολικός πληθυσμός N_t εξελίσσεται με βάση τη σχέση (8.2).

Τέλος, από τις (8.4), (8.5) και (8.7), οι περιορισμοί που αντιμετωπίζει η γενιά t γράφονται εναλλακτικά ως εξής:

$$c_s + n_s k_{s+1} = f(k_s) + (1-\delta)k_s \quad \forall\ s \geq t \tag{8.8}$$

k_t δεδομένο (8.9)

8.2.3 Pareto Optimum και Σημείο Ανταγωνιστικής Ισορροπίας

Κατά συνέπεια, το πρόβλημα του κοινωνικού σχεδιαστή συνίσταται στην μεγιστοποίηση της (8.3) υπό τους εισοδηματικούς-τεχνολογικούς περιορισμούς (8.8) και (8.9) και υπό το φυσικό περιορισμό (8.2). Η λύση αυτού του προβλήματος μας δίνει το Pareto Optimum της οικονομίας, το οποίο και συμπίπτει εν προκειμένω με το σημείο της ανταγωνιστικής ισορροπίας.

Μπορεί να δειχθεί από τις (8.3) – (8.9), ότι η μεγαλύτερη γονιμότητα της σημερινής γενιάς μειώνει, *ceteris paribus*, την κατά κεφαλή κατανάλωση και ευημερία των μελλοντικών γενεών. Δηλαδή, όσα περισσότερα παιδιά κάνει μια γενιά, τόσο λιγότερη θα είναι η κατανάλωση και η ευημερία του κάθε παιδιού. Έτσι, υπάρχει μία ανταλλακτική σχέση μεταξύ της χρησιμότητας που απολαμβάνει η γενιά t από το να κάνει παιδιά, και της χρησιμότητας που απολαμβάνει από την προεξόφληση της ευημερίας κάθε παιδιού. Η αυξημένη γεννητικότητα αποθαρρύνει τις επενδύσεις τόσο σε ανθρώπινο, όσο και σε φυσικό κεφάλαιο. Αντίθετα, μεγαλύτερα αποθέματα και στα δυο είδη κεφαλαίων μειώνουν την ζήτηση για παιδιά, γιατί αυξάνουν το κόστος του χρόνου που ξοδεύεται για τα παιδιά αυτά. Από τη στιγμή που η παραγωγή και γέννηση των παιδιών είναι πολύ επιτακτική από άποψη χρόνου, διαφορετικά ύψη στους μισθούς προκαλούν ένα αποτέλεσμα υποκατάστασης μεταξύ γονιμότητας και χρόνου που ξοδεύεται στην παραγωγή καταναλώσιμων αγαθών, ή χρόνου που ξοδεύεται στη συσσώρευση ανθρώπινου κεφαλαίου.

Ειδικότερα, το πρόβλημα του κοινωνικού σχεδιαστή, κατά την περίοδο 0, έχει ως εξής :

$$\max_{\{c_t, n_t, k_{t+1}, N_{t+1}\}_0^\infty} \left\{ u(c_0) + \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \left[\prod_{\tau=0}^{s} \alpha(n_\tau) \right] N_{t+1} u(c_{t+1}) \right\} \right\} \tag{8.3'}$$

υπό τους περιορισμούς

$$c_t + n_t k_{t+1} = f(k_t) + (1-\delta)k_t \quad \forall \ t \geq 0 \tag{8.8'}$$

$$N_{t+1} = n_t N_t = \prod_{\tau=0}^{t} n_\tau No \quad \forall \ t \geq 0 \tag{8.2'}$$

k_0 , N_0 δεδομένα (8.10)

Κάνοντας τις κατάλληλες αντικαταστάσεις, το παραπάνω πρόβλημα εκφράζεται μοναδικά ως προς την ακολουθία $\{ n_t , k_{t+1} \}_{t=0}^{\infty}$. Εξάγοντας εν συνεχεία τις συνθήκες Euler για τις δύο μεταβλητές n και k καταλήγουμε ότι η εσωτερική λύση $\{ c_t^* , n_t^* , k_{t+1}^* , N_{t+1}^* \}_{t=0}^{\infty}$ του ανωτέρω προβλήματος, εφόσον υπάρχει, χαρακτηρίζεται από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$\frac{u'(c_t^*)}{\alpha(n_t^*)u'(c_{t+1}^*)} = [1-\delta+f'(k_{t+1}^*)] \qquad \forall t \geq 0 \tag{8.11}$$

$$u'(c_t^*)k_{t+1}^* = [\alpha(n_t^*) + \alpha'(n_t^*)n_t^*]u(c_{t+1}^*) \quad \forall t \geq 0 \tag{8.12}$$

Η οικονομική ερμηνεία των (8.11) και (8.12) είναι απλή. Η μεν (8.11) δηλώνει τη γνωστή αριστοποιητική συνθήκη της εξίσωσης οριακού λόγου διαχρονικής υποκατάστασης στην κατανάλωση και του οριακού λόγου μετασχηματισμού, όπου εδώ ο συντελεστής διαχρονικής προτίμησης είναι ενδογενής. Η (8.12) εκφράζει την εξίσωση μεταξύ του οριακού κόστους και του οριακού οφέλους του αριθμού των παιδιών, καθώς το αριστερό και το δεξιό σκέλος της (8.12) είναι αντίστοιχα, το οριακό κόστος και το οριακό όφελος από μια αύξηση του n_t. Σημειώνεται επιπλέον, ότι το ανωτέρω σύστημα είναι ένα σύστημα δύο διαφορικών εξισώσεων δεύτερης τάξης ως προς k και n, το οποίο και κλείνει με δύο αρχικές συνθήκες, της (8.10), και άλλες δύο τερματικές (transversality conditions). Εάν οι ικανές συνθήκες για την ύπαρξη και μοναδικότητα του μεγίστου ικανοποιούνται, τότε το σύστημα (8.11) – (8.12) μαζί με τις αρχικές και τερματικές συνθήκες μας δίνει το μοναδικό άριστο μονοπάτι $\{ c_t^* , n_t^* , k_{t+1}^* , N_{t+1}^* \}_{t=0}^{\infty}$ της οικονομίας.

8.2.4 Στάσιμη Ισορροπία (Ισορροπία Σταθερής Κατάστασης)

Από τις (8.11) και (8.12) μπορούμε εύκολα να χαρακτηρίσουμε τη στάσιμη ισορροπία της οικονομίας. Εφόσον η f είναι αυστηρά κοίλη και εφόσον η συνάρτηση του συντελεστή διαχρονικής προτίμησης ικανοποιεί, τουλάχιστον στο σημείο ισορροπίας, τη σχέση :

$$\alpha(n)-\alpha'(n)n>0 \qquad \text{ή} \qquad \frac{\alpha'(n)n}{\alpha(n)}<1 \tag{8.13}$$

στη στάσιμη ισορροπία (steady state) δεν θα υπάρχει μεγέθυνση[1]. Τα κατά κεφαλή μεγέθη της κατανάλωσης, του κεφαλαίου και της γεννητικότητας είναι σταθερά σε c^*, k^* και n^*, αντίστοιχα, και πρέπει να ικανοποιούν τις ακόλουθες σχέσεις :

$$\frac{1}{\alpha(n^*)}-1=f'(k^*)-\delta \tag{8.14}$$

$$k^*=[\alpha(n^*)+\alpha'(n^*)n^*]\,\frac{u(c^*)}{u'(c^*)} \tag{8.15}$$

$$c^*=f(k^*)+(1-\delta-n^*)k^* \tag{8.16}$$

Το σύστημα (8.14) – (8.16) μπορεί να επιλυθεί και να μας δώσει έτσι τις τιμές των μεταβλητών στη στάσιμη ισορροπία.

Ιδιαίτερη δε σημασία από οικονομική άποψη έχει η σχέση (8.14), καθώς δηλώνει ότι το καθαρό οριακό προϊόν του κεφαλαίου, και άρα το πραγματικό επιτόκιο, ισούται στη στάσιμη ισορροπία με το ρυθμό διαχρονικής προτίμησης.

[1] Η συνθήκη (8.13) θέτει ένα ανώτατο όριο στην αύξηση του συντελεστή διαχρονικής προτίμησης.

8.3 Ειδικές Περιπτώσεις

Ας υποθέσουμε τώρα ότι ο ενδογενής συντελεστής προεξόφλησης παίρνει την ακόλουθη μορφή :

$$\alpha(n_t)=\beta n_t^{\varepsilon-1} \quad \text{με} \quad \beta\in(0,1) \quad \text{και} \quad \varepsilon\in[0,1] \tag{8.17}$$

Τότε η διαχρονική συνάρτηση χρησιμότητας της (8.3) για τη γενιά της περιόδου 0 παίρνει την ακόλουθη μορφή :

$$U_0=\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t N_t^{\varepsilon} u(c_t)\ , \quad \beta\in(0,1) \quad \text{και} \quad \varepsilon\in[0,1] \tag{8.18}$$

Εύκολα δε, παρατηρούμε ότι η συνήθης συνάρτηση χρησιμότητας του Νεοκλασικού Υποδείγματος υπάγεται ως ειδική περίπτωση στη (8.18), ή στη γενικότερη (8.3), όταν ισχύει η (8.17) για ε=1 οπότε και $\beta\in(0,1)$ είναι εξωγενής συντελεστής διαχρονικής προτίμησης και N_t ο πληθυσμός της γενεάς *t*.

Επιπροσθέτως, ας υποθέσουμε συνάρτηση χρησιμότητας σταθερής διαχρονικής ελαστικότητας της μορφής :

$$u(c)=\frac{c^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}\ , \quad \text{όπου } \gamma\in(0,1) \tag{8.19}$$

και γραμμική τεχνολογία τύπου Rebelo :

$$y=Ak \qquad \text{όπου } A>0 \tag{8.20}$$

Εάν ε=1, οι (8.18) και (8.20) μας δίνουν το βασικό υπόδειγμα γραμμικής τεχνολογίας του Rebelo, οπότε και η οικονομία αναπτύσσεται στη στάσιμη ισορροπία της με σταθερό θετικό ρυθμό, εφόσον $\beta(1-\delta+A)>1$.

Υπό την προϋπόθεση ότι $\varepsilon \neq 1$, οι υποθέσεις (8.17) και (8.20) είναι συμβατές με μηδενικό ρυθμό μεγέθυνσης στη στάσιμη ισορροπία, καθώς ο ενδογενής συντελεστής διαχρονικής προτίμησης *α(.)* προσαρμόζεται έτσι ώστε να εξασφαλίζει ακριβώς μηδενικό ρυθμό μεγέθυνσης. Σε αυτή την περίπτωση, σύμφωνα με την (8.14) ο ρυθμός τεκνοποίησης ή γονιμότητας στη στάσιμη ισορροπία είναι :

$$n^* = [\beta(1-\delta+A)]^{1/1-\varepsilon} \tag{8.21}$$

Κατά συνέπεια, σε αυτή την ειδική περίπτωση, ο πληθυσμός της οικονομίας θα αυξάνεται διηνεκώς στη στάσιμη ισορροπία εάν ισχύει $\beta(1-\delta+A)>1$, ενώ στην αντίθετη περίπτωση θα συρρικνώνεται προς το μηδέν.

Για τη σύγκλιση προς τη στάσιμη ισορροπία σε αυτή την περίπτωση, δηλαδή υπό τις υποθέσεις (8.17) και (8.20), εάν ισχύει επιπροσθέτως και η (8.19), η (8.11) δίνει

$$\left(\frac{c^*_{t+1}}{c^*_t}\right) = \beta(1-\delta+A)(n^*_t)^{\varepsilon-1} \tag{8.22}$$

οπότε ο ρυθμός μεταβολής της κατά κεφαλή κατανάλωσης στο άριστο μονοπάτι σχετίζεται αρνητικά με τη γενικότητα. Ειδικότερα, η (8.22) συνεπάγεται ότι $c^*_{t+1} / c^*_t > 1$ εάν και μόνο εάν $n^*_t > n^*$. Ετσι, εάν η οικονομία ξεκινά με χαμηλό αρχικό κατά κεφαλή κεφάλαιο, ήτοι με $k_0 < k^*$, στην αρχή θα επιλέξει χαμηλή γεννητικότητα και υψηλή αποταμίευση, ενώ καθώς η γεννητικότητα αυξάνεται και συγκλίνει προς το n^* και το κεφάλαιο συγκλίνει παράλληλα προς το k^*, ο ρυθμός c_{t+1} / c_t μειώνεται και συγκλίνει προς το μηδέν.

Σημειώνεται, τέλος, ότι με άλλες εξειδικεύσεις μπορούμε να έχουμε στη στάσιμη ισορροπία σταθερή οικονομική μεγέθυνση, ο ρυθμός της οποίας να είναι ενδογενής και να εξαρτάται από το ρυθμό γεννητικότητας.