

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΝΔΟΓΕΝΟΥΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΜΕΓΕΘΥΝΣΗΣ :ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΔΗΜΟΣΙΕΣ ΔΑΠΑΝΕΣ

6.1 Το Υπόδειγμα Γραμμικής Τεχνολογίας του Rebelo

6.1.1 Εισαγωγή

Το υπόδειγμα ενδογενούς οικονομικής μεγέθυνσης που πρότεινε ο Sergio Rebelo (1991), χαρακτηρίζεται από γραμμική τεχνολογία παραγωγής και σταθερή αποδοτικότητα του κεφαλαίου.

Η γραμμικότητα της τεχνολογίας παραγωγής αναφέρεται στον παραγωγικό συντελεστή "κεφάλαιο", όπως τούτο νοείται με την ευρεία έννοιά του: το κεφάλαιο εν προκειμένω μπορεί να περιλαμβάνει κάθε μορφή φυσικού ή ανθρώπινου κεφαλαίου και γνώσης και γνώσης. Από την γραμμικότητα της τεχνολογίας έπεται ότι η οριακή αποδοτικότητα του κεφαλαίου είναι σταθερή – και όχι φθίνουσα ως προς το απόθεμα κεφαλαίου.

Εξαιτίας της σταθερής αποδοτικότητας του κεφαλαίου, η οικονομία δύναται να μεγεθύνεται μακροχρόνια και επ' άπειρον, με ρυθμό μεγέθυνσης που προσδιορίζεται ενδογενώς. Σε αντίθεση, όμως, με τα υποδείγματα του Romer (1986) και Lucas (1988), όπου υπήρξε διάσταση μεταξύ ιδιωτικής και κοινωνικής αποδοτικότητας του κεφαλαίου, στο υπόδειγμα γραμμικής τεχνολογίας του Rebelo βρίσκουμε ότι, εφόσον η ιδιωτική αποδοτικότητα του κεφαλαίου ταυτίζεται με τη σταθερή κοινωνική αποδοτικότητα του, το ΣΑΙ είναι Pareto Optimum. Έπεται τότε ότι δεν υπάρχει χώρος άσκησης οικονομικής πολιτικής.

Χώρος για την άσκηση οικονομικής πολιτικής υπάρχει μόνο όταν στρεβλώσεις στην οικονομία προκαλούν χάσμα μεταξύ της ιδιωτικής και της κοινωνικής αποδοτικότητας του κεφαλαίου, οπότε και απόκλιση του ΣΑΙ από το Pareto Optimum.

Σε αυτή δε την περίπτωση, η ενδεδειγμένη αναπτυξιακή πολιτική έγκειται στην κατά το εφικτό διόρθωση των υφιστάμενων στρεβλώσεων και με αυτόν τον τρόπο στην μείωση της διαφοράς μεταξύ ιδιωτικής και κοινωνικής αποδοτικότητας του κεφαλαίου.

6.1.2 Γραμμική Τεχνολογία Παραγωγής και Σταθερή Αποδοτικότητα Κεφαλαίου.

Η τεχνολογία παραγωγής εκφράζεται από την ακόλουθη θετική γραμμική συνάρτηση:

$$Y_t = AK_t$$

ή, ισοδύναμα, σε όρους των μεγεθών του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού:

$$y_t = Ak_t \quad (6.1)$$

όπου $A > 0$, είναι η σταθερή αποδοτικότητα του κεφαλαίου.

Εφόσον η τεχνολογία παραγωγής για την οικονομία είναι της συναρτησιακής μορφής (6.1) και οι ιδιώτες την αντιλαμβάνονται ως έχει, ο μόνος αμειβόμενος παραγωγικός συντελεστής είναι το κεφάλαιο. Η (6.1), εξάλλου, συνεπάγεται ότι η παραγωγή υπόκειται σε σταθερές αποδόσεις κλίμακος, οπότε και η υπόθεση της γραμμικής τεχνολογίας είναι συμβατή με την υπόθεση ότι οι επιχειρήσεις είναι λήπτες τιμών και ότι επικρατούν συνθήκες τέλει ανταγωνισμού.

Υπό τις ανωτέρω συνθήκες και χωρίς τη στρεβλωτική παρέμβαση του κράτους, δεν υπάρχουν διόλου στρεβλώσεις, οπότε στο ΣΑΙ η ιδιωτική αμοιβή (ή το κόστος χρήσης) του κεφαλαίου, p_k είναι εξωγενώς σταθερή και ισούται με την κοινωνική αποδοτικότητα του κεφαλαίου, A :

$$p_{k_t} = A, \quad \forall t \quad (6.2)$$

Η συνθήκη (6.2), εξάλλου, χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά των επιχειρήσεων, η οποία συνίσταται στη μεγιστοποίηση των κερδών τους.

6.1.3 Τα Νοικοκυριά

Όσον αφορά τις προτιμήσεις και τη συμπεριφορά των νοικοκυριών, στο συγκεκριμένο υπόδειγμα κάνουμε ακριβώς τις ίδιες υποθέσεις με εκείνες που κάναμε στο βασικό υπόδειγμα της Νεοκλασικής Θεωρίας Οικονομικής Μεγέθυνσης (βλ. κεφ. 3 και 4). Τhoutέστιν, τα νοικοκυριά είναι λήπτες τιμών και η ορθολογική τους συμπεριφορά συνίσταται στη μεγιστοποίηση της διαχρονικής συνάρτησης χρησιμότητάς τους υπό τους σχετικούς περιορισμούς.

Ειδικότερα, το αντιπροσωπευτικό νοικοκυριό επιλέγει κατά την περίοδο $t = 0$ είναι σχέδιο κατανάλωσης και επένδυσης,

$$\{ c_t, i_t, h_t, k_{t+1} \}_{t=0}^{\infty},$$

τέτοιο ώστε να μεγιστοποιήσει τη διαχρονική συνάρτηση χρησιμότητας του,

$$U(.) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t), \text{ με } u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \quad \forall t,$$

υπό τον εισοδηματικό περιορισμό του,¹

$$c_t + i_t \leq p_{kt} k_t + p_{ht} h_t + d_t \quad \forall t,$$

υπό τον κανόνα μετάβασης του κεφαλαίου,

$$k_{t+1} = (1-\delta) k_t + i_t \quad \forall t,$$

υπό τον περιορισμό της τέλει ανελαστικής προσφοράς μίας μονάδας εργασίας.

$$h_t = 1 \quad \forall t,$$

υπό τους φυσικούς περιορισμούς μη αρνητικότητας των μεταβλητών,

$$c_t \geq 0 \quad \text{και} \quad k_t \geq 0 \quad \forall t,$$

υπό την αρχική συνθήκη,

$$k_0 \in \mathcal{R}_{++}, \text{ δεδομένο}$$

και, τέλος, θεωρώντας όλες τις σχετικές τιμές και τα πραγματικά μερίσματα ως δεδομένα.

¹Όσον αφορά τον εισοδηματικό περιορισμό, υπενθυμίζουμε ότι στο προκείμενο υπόδειγμα ο μόνος αμοιβόμενος παραγωγικός συντελεστής είναι το κεφάλαιο, ενώ η εργασία δεν αμοιβεται.

6.1.4 Το Σημείο Ανταγωνιστικής Ισορροπίας και το Pareto Optimum

Εφόσον η μόνη αλλαγή στο Νεοκλασικό Υπόδειγμα Οικονομικής Μεγέθυνσης είναι η υπόθεση της γραμμικής τεχνολογίας (6.1) με σταθερή αποδοτικότητα του κεφαλαίου αντί της νεοκλασικής τεχνολογίας με φθίνουσα αποδοτικότητα, είναι εύκολο να δείξουμε ότι το σημείο ανταγωνιστικής ισορροπίας (ΣΑΙ) χαρακτηρίζεται από την ακόλουθη συνθήκη:

$$\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^\gamma = \beta(1 + A - \delta) \quad (6.3)$$

Ακριβώς από την ίδια συνθήκη χαρακτηρίζεται και η λύση στο πρόβλημα του κοινωνικού σχεδιαστή, οπότε και το ΣΑΙ συμπίπτει με το *Pareto Optimum*. Η ανταγωνιστική ισορροπία, δηλαδή, οδηγεί σε αποδοτική διαχρονική κατανομή των πόρων και άριστη κατά *Pareto* συσσώρευση κεφαλαίου.

6.1.5 Ευσταθής Στάσιμη Ισορροπία και Ενδογενής Μεγέθυνση

Η γραμμική τεχνολογία παραγωγής (6.1) συνεπάγεται ότι ο λόγος προϊόντος-κεφαλαίου προσδιορίζεται εξωγενώς, οπότε και είναι εξ υποθέσεως πάντοτε σταθερός:

$$y_t/k_t = A, \quad \forall t \quad (6.4)$$

Έπεται, τότε και λαμβανομένης υπόψη της συνθήκης ισορροπίας (6.3), ότι η οικονομία βρίσκεται εξ αρχής και πάντοτε σε κατάσταση στάσιμης ισορροπίας (σταθερή κατάσταση). Ακριβώς αυτή η στάσιμη ισορροπία της οικονομίας χαρακτηρίζεται από έναν κοινό και σταθερό στο χρόνο ρυθμό μεταβολής του κεφαλαίου, του προϊόντος και της κατανάλωσης, όπως τούτος προκύπτει από τη συνθήκη ισορροπίας (6.4).

Τουτέστιν, είναι $p_{ht}=0 \quad \forall t$, οπότε και δεν είναι απαραίτητο να εισάγουμε την αμοιβή της εργασίας στον εισοδηματικό περιορισμό.

Από δε τη συνθήκη ισορροπίας (6.3) έπεται ότι η οικονομία θα αναπτύσσεται αν και μόνο αν

$$\beta(1 + A - \delta) > 1$$

ή, ισοδύναμα,

$$A - \delta > \rho \equiv (1 - \beta)\beta^{-1} \quad (6.5)$$

όπου $\rho \in (0,1)$ είναι ο ρυθμός διαχρονικής προτίμησης. Η ερμηνεία της (6.5) είναι απλή: Η συνθήκη αυτή απαιτεί η καθαρή (από αποσβέσεις) αποδοτικότητα του κεφαλαίου, ήτοι το πραγματικό επιτόκιο, $A - \delta$, να είναι μεγαλύτερη από το ρυθμό διαχρονικής προτίμησης, ρ . Τότε και μόνο τότε το κίνητρο για αποταμίευση και το αντίστοιχο όφελος σε όρους χρησιμότητας από μελλοντική κατανάλωση υπερκαλύπτουν το εναλλακτικό κόστος της αποταμίευσης και την αντίστοιχη θυσία σε όρους χρησιμότητας παρούσας κατανάλωσης.

Εάν η συνθήκη αυτή ικανοποιείται, τότε η οικονομία συσσωρεύει κεφάλαιο και αναπτύσσεται διηλεκώς με σταθερό ρυθμό μεγέθυνσης:

$$g_y = g_k = g_c = \{[\beta(1 + A - \delta)]^{1/\gamma} - 1\} \quad (6.6)$$

Ο ρυθμός μεγέθυνσης, λοιπόν, είναι σταθερός στο χρόνο και δεν επηρεάζεται από τη συσσώρευση κεφαλαίου, ακριβώς διότι η αποδοτικότητα του κεφαλαίου είναι σταθερή και ανεξάρτητη του ύψους του αποθέματος κεφαλαίου. Προσδιορίζεται δε ενδογενώς και συναρτάται θετικά με την (εξωγενή) αποδοτικότητα του κεφαλαίου, A , θετικά με το συντελεστή διαχρονικής προτίμησης, β , και αρνητικά με το συντελεστή αποστροφής του κινδύνου, γ .

Εάν, εν αντιθέσει, το σταθερό πραγματικό επιτόκιο του κεφαλαίου υπολείπεται του ρυθμού διαχρονικής προτίμησης, ήτοι εάν $A - \delta < \rho$, τότε η οικονομία αποσυσσωρεύει κεφάλαιο και συρρικνώνεται συνεχώς με αντίστοιχο σταθερό ρυθμό. Στην οριακή δε περίπτωση όπου $A - \delta = \rho$, όπου δηλαδή το εξωγενές σταθερό πραγματικό επιτόκιο ισούται με το ρυθμό διαχρονικής προτίμησης, η οικονομία παραμένει για πάντα στάσιμη, χωρίς ούτε να μεγεθύνεται ούτε να συρρικνώνεται. Σε αυτή και μόνο την περίπτωση, η συμπεριφορά της οικονομίας στη στάσιμη ισορροπία (steady state) του υποδείγματος του Rebelo μοιάζει με τη συμπεριφορά της οικονομίας στη στάσιμη ισορροπία του Νεοκλαστικού Υποδείγματος, ακριβώς γιατί η στάσιμη

ισορροπία στο Νεοκλαστικό Υπόδειγμα χαρακτηρίζεται από εξίσωση της καθαρής αποδοτικότητας του κεφαλαίου με το ρυθμό διαχρονικής προτίμησης.

Παρατήρηση: Η θεμελιώδης διαφορά μεταξύ του υποδείγματος του Rebelo και του Νεοκλαστικού Υποδείγματος έγκειται στην υπόθεση περί της αποδοτικότητας του κεφαλαίου: το υπόδειγμα του Rebelo υποθέτει σταθερή αποδοτικότητα εν αντιθέσει με το Νεοκλαστικό Υπόδειγμα που στηρίζεται στην υπόθεση της φθίνουσας αποδοτικότητας του κεφαλαίου. Έτσι, ενώ στο Νεοκλαστικό Υπόδειγμα ο λόγος προϊόντος-κεφαλαίου φθίνει καθώς η οικονομία συσσωρεύει κεφάλαιο και προσαρμόζεται ενδογενώς στο αντίστοιχο μέγεθος της στάσιμης ισορροπίας, στο υπόδειγμα γραμμικής τεχνολογίας του Rebelo ο λόγος προϊόντος-κεφαλαίου παραμένει εξ αρχής σταθερός. Τούτο συμβαίνει καθώς είναι εξωγενώς προκαθορισμένος, οπότε και η οικονομία βρίσκεται εξ αρχής στη σταθερή της κατάσταση και δε γίνεται πλέον διάκριση μεταξύ βραχυχρόνιας και μακροχρόνιας μεγέθυνσης. Με αυτή την αλλαγή υπόθεσης, το συμπέρασμα του Νεοκλαστικού Υποδείγματος περί μακροχρόνιας στασιμότητας (δηλαδή μηδενικού μακροχρόνιου ρυθμού ανάπτυξης) ελλείπει εξωγενούς τεχνολογικής εξέλιξης ανατρέπεται και πλέον είναι δυνατή η επ' άπειρο οικονομική μεγέθυνση, εφόσον βέβαια η παραγωγικότητα του κεφαλαίου είναι επαρκώς υψηλή. Ειδικότερα, στο Νεοκλαστικό Υπόδειγμα η αποδοτικότητα (το πραγματικό επιτόκιο) του κεφαλαίου φθίνει καθώς η οικονομία συσσωρεύει κεφάλαιο και με αυτό τον τρόπο προσαρμόζεται ενδογενώς έως ότου να εξισωθεί με τον εξωγενή ρυθμό διαχρονικής προτίμησης, οπότε και δεν υπάρχει κίνητρο για περαιτέρω συσσώρευση κεφαλαίου. Αντίθετα, στο υπόδειγμα γραμμικής τεχνολογίας του Rebelo η αποδοτικότητα του κεφαλαίου παραμένει σταθερή και, εφόσον τούτη είναι μεγαλύτερη από το ρυθμό διαχρονικής προτίμησης, υπάρχει πάντοτε κίνητρο για περαιτέρω συσσώρευση κεφαλαίου εξασφαλίζοντας διηλεκτή μεγέθυνση.

Παρατήρηση: Το συμπέρασμα περί της δυνατότητας για μακροχρόνια ανάπτυξη χωρίς εξωγενή αύξηση της συνολικής παραγωγικότητας, είναι κοινό σε όλα τα υποδείγματα ενδογενούς μεγέθυνσης και δεν χαρακτηρίζει μόνο το υπόδειγμα του Rebelo. Η διαφορά, όμως, μεταξύ του υποδείγματος της γραμμικής τεχνολογίας και των άλλων υποδειγμάτων, όπως εκείνων των Romer και Lucas, έγκειται στην αποτελεσματικότητα

(*efficiency*) της ανταγωνιστικής ισορροπίας. Η ύπαρξη εξωτερικοτήτων, που διαπιστώνονται στη διάσταση μεταξύ της ιδιωτικής και της κοινωνικής αποδοτικότητας του κεφαλαίου, συνεπάγεται αποτυχία της αγοράς (*market failure*), όποτε και το ΣΑΙ αποκλίνει από την άριστη κατά *Pareto* διαχρονική κατανομή των πόρων. Στο υπόδειγμα του Rebelo, αντίθετα, η υπόθεση της γραμμικής τεχνολογίας, που είναι συμβατή με την υπόθεση περί συνθηκών τέλει ανταγωνισμού, δεν συνεπάγεται καμία στρέβλωση στη λειτουργία της αγοράς, καθώς η ιδιωτική αποδοτικότητα του κεφαλαίου ισούται με την κοινωνική και, ακολούθως, το ΣΑΙ συμπίπτει με το *Pareto Optimum*.

Συνοψίζοντας, στο υπόδειγμα του Rebelo η οικονομία δεν προσαρμόζεται προς κάποια κατάσταση στασιμότητας (*stationary steady state*) με μηδενικό ρυθμό μακροχρόνιας μεγέθυνσης, παρά βρίσκεται εξ αρχής σε στάσιμη ισορροπία και αναπτύσσεται με θετικό σταθερό ρυθμό μεγέθυνσης εάν και μόνο εάν η εξωγενής προκαθορισμένη αποδοτικότητα του κεφαλαίου είναι μεγαλύτερη του εξωγενή ρυθμού διαχρονικής προτίμησης. Ο δε ρυθμός μεγέθυνσης που εξασφαλίζεται από την τέλεια ανταγωνιστική ισορροπία είναι και ο βέλτιστος κατά *Pareto*.

6.2 Το Υπόδειγμα Δημοσίων Δαπανών του Barro

6.2.1 Εισαγωγή

Το υπόδειγμα του Robert Barro (1990) συνδέει την διαδικασία της οικονομικής μεγέθυνσης με δημοσιονομικές μεταβλητές, όπως οι δημόσιες δαπάνες και ο συντελεστής του φόρου εισοδήματος. Αν δεχθούμε μια γενικότερη έννοια του κεφαλαίου στο υπόδειγμα του Rebelo, τότε το υπόδειγμα του Barro μπορεί να θεωρηθεί σαν μια ειδική περίπτωση του υποδείματος του Rebelo.

Η εισαγωγή, όμως των δημοσίων δαπανών στην τεχνολογία παραγωγής προκαλεί στρεβλώσεις που οδηγούν σε απόκλιση της ιδιωτικής αποδοτικότητας του κεφαλαίου από την κοινωνική του αποδοτικότητα, με αποτέλεσμα ανάλογη απόκλιση του ΣΑΙ από το *Pareto Optimum*. Δεδομένων τούτων των στρεβλώσεων, η επίτευξη του First Best (δηλαδή του *Pareto Optimum*) είναι αδύνατη. Οπότε και στόχος της

οικονομικής πολιτικής μπορεί να είναι κάποιο Second Best (δηλαδή το δεσμευμένο βέλτιστο υπό τους περιορισμούς που συνεπάγονται οι δεδομένες στρεβλώσεις).

Η βασική ιδέα του υποδείγματος αυτού είναι ότι μερικοί από τους παραγωγικούς συντελεστές που χρησιμοποιεί ο ιδιωτικός τομέας παρέχονται εν είδει δημοσίων αγαθών από το κράτος. Για την μεθοδολογική συνέπεια του υποδείγματος απαιτείται, είτε ότι αυτά τα δημόσια παρεχόμενα αγαθά έχουν φύση δημοσίων αγαθών (δηλαδή χαρακτηρίζονται από τις ιδιότητες της μη-ανταγωνιστικότητας και του μη-αποκλεισμού στην κατανάλωσή τους), είτε ότι το κράτος διατηρεί το αποκλειστικό (μονοπωλιακό) δικαίωμα παροχής τους, ώστε σε κάθε περίπτωση ο ιδιωτικός τομέας αδυνατεί να παράγει και να προσφέρει ο ίδιος τα σχετικά αγαθά. Για παράδειγμα, δημόσια αγαθά και υπηρεσίες που έχουν θετική επίδραση στην παραγωγική διαδικασία, μπορεί να αναφέρονται είτε σε δαπάνες του κράτους για κατασκευή και συντήρηση αυτοκινητοδρόμων, αεροδρομίων, γεφυρών, κτιριακών εγκαταστάσεων, ή άλλων δημοσίων έργων, είτε σε δαπάνες για παιδεία και εκπαίδευση, είτε σε δαπάνες και εφαρμογή των νόμων και τη λειτουργία των δικαστηρίων και της αστυνομίας κ.τ.λ.

Όλες οι υποθέσεις του υποδείγματος του Barro, το οποίο εξετάζουμε στην συγκεκριμένη ενότητα, εκτός από εκείνη που καθορίζει την τεχνολογία παραγωγής, είναι ίδιες με τις αντίστοιχες του υποδείγματος του Rebelo. Ο Barro, ειδικότερα, εισάγει την μεταβλητή των παραγωγικών δημοσίων δαπανών ως εισροή στην τεχνολογία παραγωγής του ιδιωτικού τομέα, οπότε το προϊόν και η παραγωγικότητα του κεφαλαίου συναρτώνται πλέον θετικά με το ύψος αυτών των δημοσίων δαπανών. Κατ' αυτό τον τρόπο, το υπόδειγμα του Barro συνδέει τις δημοσιονομικές μεταβλητές με την οικονομική ανάπτυξη και ενσωματώνει τον ενδεχόμενο αναπτυξιακό ρόλο που μπορεί να παίξει το κράτος εξαιτίας της ύπαρξης δημοσίων παραγωγικών (κεφαλαιουχικών ή ενδιάμεσων) αγαθών.

6.2.2 Τεχνολογία Παραγωγής, Δαπάνες και Αποδοτικότητα του Κεφαλαίου

Για την αντιπροσωπευτική επιχείρηση υποθέτουμε ότι υπάρχουν τριών ειδών παραγωγικές εισροές: αφενός το φυσικό κεφάλαιο και η εργασία, που παρέχονται στην επιχείρηση από τα νοικοκυριά έναντι αμοιβής, και αφετέρου οι δημόσιες δαπάνες σε αγαθά και υπηρεσίες, που παρέχονται δωρεάν από το κράτος. Έτσι, η τεχνολογία παραγωγής που αντιμετωπίζει η αντιπροσωπευτική επιχείρηση χαρακτηρίζεται από την ακόλουθη συνάρτηση παραγωγής:

$$Y_t = F(K_t, L_t, G_t) \quad (6.7)$$

όπου: Y_t προϊόν της περιόδου t ,
 K_t το φυσικό κεφάλαιο στην αρχή της περιόδου t ,
 L_t η εργασία στην περίοδο t , και
 G_t οι δημόσιες δαπάνες της περιόδου t .

Η συνάρτηση παραγωγής $F : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ έχει θετικά οριακά προϊόντα ως προς τους τρεις παραγωγικούς συντελεστές, και ειδικότερα:

$$F_K(\cdot) > 0, \quad F_L(\cdot) > 0, \quad \text{και} \quad F_G(\cdot) > 0 \quad \forall (K_t, L_t, G_t) \in \mathbb{R}_{++}^3$$

Εξάλλου, υποθέτουμε ότι, για κάθε $(K_t, L_t, G_t) \in \mathbb{R}_{++}^3$, η F είναι γραμμικά ομογενής ως προς το (K_t, L_t) , δηλαδή:

$$F(\lambda K_t, \lambda L_t, G_t) = \lambda F(K_t, L_t, G_t) \quad \forall \lambda > 0 \quad (6.8)$$

Δεδομένου ότι η παραγωγικότητα (το οριακό προϊόν, F_G) των δημοσίων δαπανών είναι θετική, από την (6.8) έπεται ότι, για κάθε $(K_t, L_t, G_t) \in \mathbb{R}_{++}^3$, ισχύει:

$$F(\lambda K_t, \lambda L_t, \lambda G_t) > \lambda F(K_t, L_t, G_t) \quad \forall \lambda > 1 \quad (6.9)$$

Παρατήρηση: Η σχέση (6.9) υποδηλώνει ότι η οικονομία στο σύνολό της υπόκειται σε αύξουσες αποδόσεις κλίμακας. Παρά τούτο, δεδομένου ότι το κεφάλαιο και η εργασία είναι για την αντιπροσωπευτική επιχείρηση οι μόνοι αμειβόμενοι παραγωγικοί συντελεστές, η (6.8) σημαίνει ότι η αντιπροσωπευτική επιχείρηση θεωρεί ότι η ίδια

μεμονωμένη υπόκειται σε σταθερές αποδόσεις κλίμακας, και τούτο διότι λαμβάνει το ύψος των δημοσίων δαπανών ως δεδομένο. Κατά τον τρόπο αυτό, η υπόθεση του Barro για τεχνολογία παραγωγής με αύξουσες αποδόσεις κλίμακας για το σύνολο της οικονομίας δεν βρίσκεται σε ασυνέπεια με την υπόθεση του τέλει ανταγωνισμού.

Η αντιπροσωπευτική επιχείρηση, λοιπόν, είναι λήπτης τιμών και συμπεριφέρεται ως εάν να βρισκόταν σε περιβάλλον ως τέλει ανταγωνισμού. Έπεται τότε ότι στο ΣΑΙ οι αμοιβές του κεφαλαίου και της εργασίας θα ισούται με την ιδιωτική αποδοτικότητά τους, αντίστοιχα. Δηλαδή θα είναι:

$$p_{kt} = F_K(K_t, L_t, G_t), p_{ht} = F_L(K_t, L_t, G_t) \quad (6.10)$$

Ωστόσο, η ιδιωτική αποδοτικότητα του κεφαλαίου και της εργασίας δύναται να διαφέρει από την κοινωνική αποδοτικότητά τους, στο βαθμό που το τρέχον ύψος των δημοσίων δαπανών εξαρτάται από τα τρέχοντα μεγέθη παραγωγής, πράγμα το οποίο δε λαμβάνει υπόψη της η απειροστού μεγέθους αντιπροσωπευτική επιχείρηση.

Αναλυτικότερα, η συνολική ή κοινωνική αποδοτικότητα του κεφαλαίου, έστω p_{kt}^s , δίνεται ως ακολούθως:

$$p_{kt}^s = F_K(.) + F_G(.) dG_t/dY_t F_K(.) = [1 + F_G(.) dG_t/dY_t] F_K(.) \quad (6.11)$$

και διαφέρει της ιδιωτικής αποδοτικότητας, εφόσον $F_G \neq 0$ και $dG/dY \neq 0$.

Δεδομένου αφενός ότι το προϊόν, Y , εξαρτάται θετικά από τα δημόσια αγαθά, G , μέσω της τεχνολογίας παραγωγής και αφετέρου ότι οι δημόσιες δαπάνες, G , εξαρτώνται θετικά από το εισόδημα, Y , μέσω του κρατικού προϋπολογισμού, δημιουργείται μια κυκλική δυναμική που αυξάνει την κοινωνική αποδοτικότητα του κεφαλαίου. Από τις (6.10) και (6.11), ειδικότερα, έπεται ότι η ιδιωτική αποδοτικότητα του κεφαλαίου, όπως την αντιλαμβάνονται και την μετρούν οι επιχειρήσεις και τα νοικοκυριά, είναι μικρότερη της κοινωνικής αποδοτικότητάς του, ήτοι $p_{kt} < p_{kt}^s$. Τούτο δε συνεπάγεται ότι η συσσώρευση κεφαλαίου στο ΣΑΙ θα είναι μικρότερη της κοινωνικά άριστης, ακριβώς γιατί το ιδιωτικό κίνητρο για αποταμίευση είναι μικρότερο της αντίστοιχης κοινωνικής αξίας.

Παρατήρηση: Σε κάθε περίπτωση διάστασης της ιδιωτικής και της κοινωνικής αποδοτικότητας του κεφαλαίου, όπως ήδη έχουμε δει στα υποδείγματα του Romer και του Lucas και όπως θα δούμε παρακάτω για το υπόδειγμα του Barro, ο μηχανισμός των τιμών αποτυγχάνει να αντικατοπτρίσει τις κοινωνικές αξίες, με αποτέλεσμα το ΣΑΙ να μην εξασφαλίζει αποτελεσματική κατανομή των πόρων.

Για την περαιτέρω ανάλυση του υποδείματος θα υποθέσουμε ότι η συνάρτηση παραγωγής είναι μιας γενικευμένης μορφή *Cobb-Douglas*, ως ακολούθως:

$$Y_t = A K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} G_t^\zeta, \quad A > 0, \quad \alpha \in (0,1), \quad \zeta > 0 \quad (6.12)$$

Είναι εύκολο να δειχθεί ότι η συνάρτηση αυτή είναι γραμμικά ομογενής ως προς (K,L) , ενώ είναι ομογενής βαθμού $1+\zeta > 1$ ως προς (K,L,G) .

6.2.3 Ο Εισοδηματικός Περιορισμός της Κυβέρνησης

Στο εξεταζόμενο υπόδειγμα υποθέτουμε ότι η κυβέρνηση πρέπει να διατηρεί ισοσκελισμένο τον προϋπολογισμό της σε κάθε χρονική περίοδο και ότι δεν μπορεί να δημιουργεί δημόσιο χρέος. Επισημαίνεται, όμως, ότι η υπόθεση του πάντοτε ισοσκελισμένου προϋπολογισμού δεν είναι τόσο περιοριστική όσο μπορεί να φαίνεται εκ πρώτης όψεως. Και τούτο διότι το θεώρημα της Ρικαρντιανής ισοδυναμίας (*Barro-Ricardo equivalence*), εφόσον ισχύει, εξασφαλίζει ότι οποιαδήποτε εφικτή πολιτική μη-ισοσκελισμένων προϋπολογισμών είναι απόλυτα ισοδύναμη, όσον αφορά τη γενική ισορροπία της οικονομίας, με την εξεταζόμενη πολιτική των ισοσκελισμένων προϋπολογισμών και ειδικότερα ότι η γενική ισορροπία της οικονομίας είναι άσχετη με τη χρονική κατανομή (*timing*) του φορολογικού βάρους.

Επίσης υποθέτουμε αφενός ότι οι μόνες δαπάνες της Κυβέρνησης είναι οι δαπάνες σε παραγωγικά αγαθά, G_t και αφετέρου ότι τα μόνα έσοδα του Δημοσίου προέρχονται από αναλογική φορολογία εισοδήματος με σταθερό φορολογικό συντελεστή τ , που βαραίνει έστω τα νοικοκυριά.

Με βάση τις ανωτέρω υποθέσεις, ο εισοδηματικός περιορισμός της Κυβέρνησης (δηλαδή ο κρατικός προϋπολογισμός) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$G_t = \tau n y_t, \quad \tau \in (0,1) \quad (6.13)$$

ή ισοδύναμα

$$G_t = \tau n (p_{kt} k_t + p_{ht} h_t + d_t)$$

όπου $y_t \equiv p_{kt} k_t + p_{ht} h_t + d_t$ είναι το εισόδημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού και n είναι το πλήθος των νοικοκυριών, οπότε $n y_t$ είναι το συνολικό εισόδημα της οικονομίας και το $\tau n y_t$ δίνει τα ακόλουθα φορολογικά έσοδα του Δημοσίου.

Παρατήρηση: Δεδομένου ότι στο σημείο ισορροπίας η εκκαθάριση των αγορών εξασφαλίζει ότι το συνολικό εισόδημα των νοικοκυριών ισούται με το συνολικό προϊόν των επιχειρήσεων, δηλαδή ότι $n y_t = m Y_t$, ο εισοδηματικός περιορισμός της Κυβέρνησης μπορεί στο σημείο ισορροπίας να γραφεί ισοδύναμα ως ακολούθως:

$$G_t = \tau m Y_t, \quad \tau \in (0,1) \quad (6.14)$$

Παρατήρηση: Βασική υπόθεση του υποδείγματος, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, είναι ότι οι ιδιωτικοί οικονομικοί παράγοντες είναι σχετικά μικροί σε μέγεθος, ώστε να μη θεωρούν ότι μπορούν να επηρεάσουν τη συμπεριφορά της Κυβέρνησης. Το χαρακτηριστικό αυτό του υποδείγματος σημαίνει ότι οι δημόσιες δαπάνες λαμβάνονται ως εξωγενείς από τους ιδιωτικούς παράγοντες και ωσαύτως δημιουργούν εξωτερικές οικονομίες στην παραγωγή. Για παράδειγμα, αν μια επιχείρηση αυξήσει το προϊόν της, Y_t , αυτό θα αυξήσει το συνολικό προϊόν και εισόδημα της οικονομίας, $mY_t = n(c_t + i_t) + G_t = n y_t$, με συνέπεια να αυξηθούν τα έσοδα του Δημοσίου από φόρους εισοδήματος, $\tau(n y_t) = \tau(m Y_t)$. Η αύξηση όμως των φορολογικών εσόδων θα συνοδευτεί, λόγω του περιορισμού του ισοσκελισμένου προϋπολογισμού, από ισόποση αύξηση των δημοσίων δαπανών, G_t , που με τη σειρά τους θα κάνουν όλες τις επιχειρήσεις πιο παραγωγικές. Φυσικά, όπως άλλωστε τονίστηκε και προηγουμένως, η ύπαρξη τέτοιων εξωτερικών οικονομιών, που αντανακλώνται στη διαφορά μεταξύ ιδιωτικού και κοινωνικού οριακού προϊόντος του κεφαλαίου, σημαίνει ότι το σημείο της ανταγωνιστικής ισορροπίας δεν είναι *Pareto Optimum* και ότι η κυβερνητική παρέμβαση θα μπορούσε ενδεχομένως να αυξήσει την κοινωνική ευημερία.

6.2.4 Το Πρόβλημα του Αντιπροσωπευτικού Νοικοκυριού

Στην αρχή της περιόδου $t=0$, το καθένα από τα n όμοια νοικοκυριά που αποτελούν την οικονομία αντιμετωπίζει το κοινό πρόβλημα διαχρονικής επιλογής. Το νοικοκυριό επιλέγει ένα σχέδιο κατανάλωσης και επένδυσης,

$$\{ c_t, i_t, h_t, k_{t+1} \}_{t=0}^{\infty},$$

τέτοιο ώστε να μεγιστοποιήσει τη διαχρονική συνάρτηση χρησιμότητας του,

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t), \quad \text{με} \quad u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \quad \forall t,$$

υπό τον εισοδηματικό περιορισμό του,

$$c_t + i_t \leq (1-\tau)(p_{kt} k_t + p_{ht} h_t + d_t) \quad \forall t,$$

υπό τον κανόνα μετάβασης κεφαλαίου,

$$k_{t+1} = (1-\delta) k_t + i_t \quad \forall t,$$

υπό τον περιορισμό της ανελαστικής προσφοράς μιας μονάδας εργασίας,

$$h_t = 1 \quad \forall t,$$

υπό τους φυσικούς περιορισμούς μη αρνητικότητας των μεταβλητών,

$$c_t \geq 0 \quad \text{και} \quad k_t \geq 0 \quad \forall t,$$

υπό την αρχική συνθήκη,

$$k_0 \in \mathcal{R}_{++} \quad \text{δεδομένο}$$

και τέλος θεωρώντας όλες τις σχετικές τιμές και τα πραγματικά μερίσματα, καθώς και όλες τις μεταβλητές που ευρίσκονται υπό τον έλεγχο της κυβέρνησης, σαν δεδομένες και μη δυνάμενες να επηρεασθούν από την συμπεριφορά του.

6.2.5 Το Πρόβλημα της Αντιπροσωπευτικής Επιχείρησης

Σε κάθε περίοδο t , η κάθε μία από τις m επιχειρήσεις της οικονομίας επιλέγει το επίπεδο της παραγωγής της, Y_t , και τις υπηρεσίες κεφαλαίου, K_t , και εργασίας L_t , που θέλει να χρησιμοποιήσει, με αντικειμενικό σκοπό πάντα τη μεγιστοποίηση των (πραγματικών) κερδών της,

$$\pi_t = Y_t - p_{kt} K_t - p_{ht} L_t,$$

υπό τον περιορισμό της τεχνολογίας (6.7) ή (6.12),

$$Y_t = A K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} G_t^\zeta,$$

τους φυσικούς περιορισμούς μη αρνητικότητας των μεταβλητών,

$$K_t \geq 0, \quad L_t \geq 0, \quad Y_t \geq 0,$$

και τέλος, θεωρώντας τις σχετικές τιμές και τις μεταβλητές που καθορίζει η κυβέρνηση σαν δεδομένες και μη δυνάμενες να επηρεασθούν από τη συμπεριφορά της.

6.2.6 Το Σημείο Ανταγωνιστικής Ισορροπίας

Η ανταγωνιστική γενική ισορροπία της οικονομίας χαρακτηρίζεται από μια ακολουθία,

$$\{c_t^*, i_t^*, h_t^*, k_{t+1}^*; Y_t^*, K_t^*, L_t^*; p_{kt}^*, p_{ht}^*, d_t^*; G_t^*\}_{t=0}^\infty$$

τέτοια ώστε:

- Δεδομένης της ακολουθίας $\{p_{kt}, p_{ht}, d_t; G_t\}_{t=0}^\infty$, η ακολουθία $\{c_t^*, i_t^*, h_t^*, k_{t+1}^*\}_{t=0}^\infty$ αποτελεί λύση στο πρόβλημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού.
- Δεδομένης της ακολουθίας $\{p_{kt}, p_{ht}, d_t; G_t\}_{t=0}^\infty$, η ακολουθία $\{Y_t^*, K_t^*, L_t^*\}_{t=0}^\infty$ αποτελεί λύση στο πρόβλημα της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης.
- Δεδομένης της ακολουθίας $\{c_t, i_t, h_t, k_{t+1}; Y_t, K_t, L_t; G_t\}_{t=0}^\infty$, η ακολουθία $\{p_{kt}^*, p_{ht}^*, d_t^*; G_t^*\}_{t=0}^\infty$ εκκαθαρίζει τις αγορές σε κάθε χρονική περίοδο, υπό την έννοια ότι:

$$m Y_t^* = n (c_t^* + i_t^*) + G_t^* = n y_t^* \quad \forall t \in \mathbb{N}_+$$

$$n k_t^* = m K_t^* \quad \forall t \in \mathbb{N}_+$$

$$n h_t^* = m L_t^* \quad \forall t \in \mathbb{N}_+$$

- Δεδομένης της $\{c_t, i_t, h_t, k_{t+1}; Y_t, K_t, L_t; p_{kt}, p_{ht}, d_t\}_{t=0}^\infty$ και δεδομένου του συντελεστή τ , η ακολουθία $\{G_t^*\}_{t=0}^\infty$ ικανοποιεί τον εισοδηματικό περιορισμό της κυβέρνησης για κάθε περίοδο, υπό την έννοια ότι:

$$G_t^* = \tau m Y_t^* \quad \text{ή} \quad G_t^* = \tau n (p_{kt}^* k_t^* + p_{ht}^* h_t^* + d_t^*) \quad \forall t \in \mathbb{N}_+$$

Κατά τα γνωστά, η λύση στο πρόβλημα της διαχρονικής επιλογής του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού χαρακτηρίζεται από την ακόλουθη αναγκαία συνθήκη Euler:

$$\frac{u_{c_t}}{u_{c_{t+1}}} = \beta [1 - \delta + (1-\tau) p_{k_{t+1}}] \quad \forall t \quad (6.15)$$

Από την άλλη, η λύση στο πρόβλημα μεγιστοποίησης των κερδών της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης χαρακτηρίζεται από την ακόλουθη συνθήκη εξίσωσης του οριακού προϊόντος του κεφαλαίου με την πραγματική αμοιβή του:

$$p_{k_{t+1}} = F_K(K_t, L_t, G_t) \quad \forall t \quad (6.16)$$

Από δε τη γραμμική ομογένεια της $F(\cdot)$ ως προς (K, L) και τις συνθήκες εκκαθάρισης των αγορών έπεται ότι:

$$F_K(K_t, L_t, G_t) = \frac{n}{m} F_K\left(\frac{m}{n} K_t, \frac{m}{n} L_t, G_t\right) \frac{m}{n} = F_K(k_t, h_t, G_t)$$

Επομένως, συνδυάζοντας την τελευταία σχέση με τις συνθήκες ισορροπίας (6.15) και (6.16) συνάγουμε ότι το ΣΑΙ χαρακτηρίζεται για κάθε περίοδο t από την ακόλουθη συνθήκη:

$$\frac{u_{c_t}}{u_{c_{t+1}}} = \beta [1 - \delta + (1-\tau) F_K(k_{t+1}, h_{t+1}, G_{t+1})] \quad (6.17)$$

Κατά τα γνωστά, η (6.17) απαιτεί εξίσωση του οριακού λόγου διαχρονικής υποκατάστασης στην κατανάλωση με τον αντίστοιχο οριακό λόγο μετασχηματισμού. Ειδικότερα για την τεχνολογία τύπου *Cobb-Douglas* την οποία έχουμε σχετικώς υποθέσει, δηλαδή για την συνάρτηση παραγωγής της μορφής:

$$Y_t = A K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} G_t^\zeta$$

ή ισοδύναμα:

$$y_t = A k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} G_t^\zeta \quad (6.18)$$

η ιδιωτική οριακή αποδοτικότητα του κεφαλαίου δίνεται ως ακολούθως:

$$p_{k_{t+1}} = F_K(.) = \alpha A K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} G_t^\zeta = \alpha A k_t^{\alpha-1} h_t^{1-\alpha} G_t^\zeta \quad (6.19)$$

Παρατηρούμε αμέσως ότι τόσο το προϊόν ανά νοικοκυριό όσο και η οριακή αποδοτικότητα του κεφαλαίου εξαρτώνται από τις δημόσιες δαπάνες. Τούτες δε εξαρτώνται από το εισόδημα και προϊόν της οικονομίας, μέσω του κρατικού προϋπολογισμού (6.13) ή (6.14), το οποίο με τη σειρά του εξαρτάται από το κεφάλαιο. Προκειμένου να λάβουμε υπόψη την προφανή αυτή αλληλεξάρτηση των σχετικών μεγεθών και, ειδικότερα, για να απαλείψουμε την μεταβλητή G_t από τις συναρτήσεις των y_t και p_{k_t} εργαζόμαστε ως ακολούθως: Αντικαθιστούμε πρώτα το G_t από την (6.13) στην (6.18):

$$y_t = A k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} (\tau n y_t)^\zeta$$

και στην συνέχεια επιλύουμε ως προς y_t :

$$y_t = A^{1/(1-\zeta)} k_t^{\alpha/(1-\zeta)} h_t^{(1-\alpha)/(1-\zeta)} (\tau n)^\zeta \equiv B(\tau) k_t^{\alpha/(1-\zeta)} h_t^{(1-\alpha)/(1-\zeta)} \quad (6.20)$$

όπου ορίζουμε $B(\tau) \equiv A^{1/(1-\zeta)} n^{\zeta/(1-\zeta)} \tau^{\zeta/(1-\zeta)}$. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε εκφράσει το y_t σε κατάσταση ισορροπίας ως συνάρτηση των ενδογενών μεταβλητών k_t και h_t και της παραμέτρου τ . Αντικαθιστώντας τώρα το y_t στην (6.13) παίρνουμε:

$$G_t = \tau n B(\tau) k_t^{\alpha/(1-\zeta)} h_t^{(1-\alpha)/(1-\zeta)} \equiv \Gamma(\tau) k_t^{\alpha/(1-\zeta)} h_t^{(1-\alpha)/(1-\zeta)} \quad (6.21)$$

όπου ορίζουμε $\Gamma(\tau) \equiv A^{1/(1-\zeta)} n^{1/(1-\zeta)} \tau^{1/(1-\zeta)}$. Τέλος, αντικαθιστώντας στην (6.19) εξάγουμε το p_{k_t} ισορροπίας ως συνάρτηση των ενδογενών μεταβλητών k_t και h_t και της παραμέτρου τ :

$$p_{k_t} = F_K(.) = \alpha B(\tau) k_t^{(\alpha-1+\zeta)/(1-\zeta)} h_t^{(1-\alpha)/(1-\zeta)} \quad (6.22)$$

Δεδομένου δε ότι στην ισορροπία είναι $h_t=1$, καταλήγουμε:

$$y_t = B(\tau) k_t^{\alpha/(1-\zeta)} \quad (6.23)$$

$$p_{k_t} = \alpha B(\tau) k_t^{(\alpha-1+\zeta)/(1-\zeta)} = \alpha y_t / k_t \quad (6.24)$$

από όπου και είναι προφανές ότι η συνολική αποδοτικότητα του κεφαλαίου μπορεί να είναι σταθερή ή αύξουσα εάν $\zeta \geq 1-\alpha$.

Βάσει της (6.24) έχουμε μία συνάρτηση για το $p_{k_{t+1}}$ το οποίο εισάγουμε στην (6.15) και δεδομένης της ειδικότερης συναρτησιακής μορφής που έχουμε υποθέσει για την $u(\cdot)$, εξάγουμε την τελική μορφή της συνθήκης που χαρακτηρίζει τη συσσώρευση κεφαλαίου στο ΣΑΙ:

$$\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^\gamma = \beta [1 - \delta + (1-\tau) \alpha B(\tau) k_{t+1}^{(\alpha+\zeta-1)/(1-\zeta)}] \quad (6.25)$$

Από την ανωτέρω συνθήκη έπεται ότι το ΣΑΙ μπορεί να χαρακτηρίζεται από διηλεκτική οικονομική ανάπτυξη (θετικό ρυθμό μακροχρόνιας μεγέθυνσης), εφόσον η εξωτερική επίδραση των δημοσίων δαπανών είναι επαρκώς σημαντική για να αντισταθμιστεί το φθίνον μερικό οριακό προϊόν του κεφαλαίου, δηλαδή εφόσον είναι $\zeta \geq 1-\alpha$.

Για την ειδικότερη περίπτωση όπου $\zeta = 1-\alpha$, οπότε η συνολική αποδοτικότητα (και η πραγματική αμοιβή) του κεφαλαίου παραμένει σταθερή καθώς συσσωρεύεται ολοένα και περισσότερο κεφάλαιο, η συνθήκη (6.25) παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^\gamma = \beta [1 - \delta + (1-\tau) \alpha B(\tau)] \quad (6.26)$$

Έπεται τότε ότι, για την περίπτωση της σταθερής αποδοτικότητας ($\zeta=1-\alpha$), αναγκαία και ικανή συνθήκη για διηλεκτική μεγέθυνση είναι η εξής:

$$(1-\tau) \alpha B(\tau) - \delta > \rho \quad (6.27)$$

όπου ρ είναι ο ρυθμός διαχρονικής προτίμησης (επιτόκιο προεξόφλησης). Σε αυτή την περίπτωση ο ρυθμός οικονομικής μεγέθυνσης δίνεται ως:

$$g_y = \{ \beta [1 - \delta + (1-\tau) \alpha B(\tau)] \}^{1/\gamma} - 1 \quad (6.28)$$

είναι θετικός και σταθερός και εξαρτάται από τον φορολογικό συντελεστή τ .

Άσκηση 6.1 : Αν η συνθήκη του ΣΑΙ είναι :

$$\frac{u_{c_t}}{u_{c_{t+1}}} = \beta [1 - \delta + (1-\tau) p_{k_{t+1}}] \quad \forall t$$

τότε για τις συγκεκριμένες συναρτησιακές μορφές του υποκεφαλαίου 6.2 δίνει :

$$\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^\gamma = \beta [(1-\delta) + (1-\tau) A \alpha K_{t+1}^{\alpha-1} L_{t+1}^{1-\alpha} G_{t+1}^\zeta]$$

A. Δείξτε ότι :

- 1) $K_{t+1}^{\alpha-1} L_{t+1}^{1-\alpha} G_t^\zeta = k_{t+1}^{\alpha-1} G_{t+1}^\zeta$
- 2) $G_{t+1} = \tau n y_{t+1} = (\tau n A k_{t+1}^\alpha)^{\frac{1}{1-\zeta}}$
- 3) $K_{t+1}^{\alpha-1} L_{t+1}^{1-\alpha} G_t^\zeta = k_{t+1}^{a + \frac{\alpha\zeta}{1-\zeta} - 1} \tau^{\frac{\zeta}{1-\zeta}} n^{\frac{\zeta}{1-\zeta}} A^{\frac{\zeta}{1-\zeta}}$
- 4) $\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^\gamma = \beta \left[1 - \delta + B k_{t+1}^{a + \frac{\alpha\zeta}{1-\zeta} - 1} \right]$, όπου B μία σταθερά

- B.
- 1) Βρείτε τη σταθερά B.
 - 2) Δείξτε αν και πότε υπάρχει οικονομική ανάπτυξη όταν $\zeta = 1 - \alpha$.
 - 3) Εξετάστε το ρόλο των τ και n στην οικονομική ανάπτυξη.
Συμφωνείτε ή διαφωνείτε μ' αυτό το ρόλο. Γιατί ;

Παρατήρηση: Ιστορικά Στοιχεία για τη Δημοσιονομική Πολιτική. Σε μία πρόσφατη εργασία τους, οι Easterly και Rebelo (Δεκέμβριος 1992) έχουν χρησιμοποιήσει τα

στοιχεία των Heston και Summers για να εξετάσουν την σχέση ανάμεσα στην οικονομική ανάπτυξη και τη δημοσιονομική πολιτική. Η μελέτη τους καταλήγει στο συμπέρασμα ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική αρνητική σχέση ανάμεσα στο έλλειμμα του κρατικού προϋπολογισμού και τους φορολογικούς συντελεστές εισοδήματος αφ' ενός και τον ρυθμό αύξησης του κατά κεφαλήν προϊόντος, αφετέρου.