ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ 3 και 4

Άσκηση 1 (Διωνυμική κατανομή)

Έστω η κατανομή P με $\operatorname{supp} P = \{0,1,2,\dots,n\}$ $n \in \mathrm{N}$ και

$P\left(\{x\}\right) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ $\gamma\iota\alpha\ \forall x \in \operatorname{supp} P$.

Να βρεθεί η αθροιστική κατανομή.

<u>Απάντηση</u>

$$F = P((-\infty,x]) = \begin{cases} P((-\infty,x]\bigcap \operatorname{supp} P) = P(\varnothing) = 0 & ,\alpha\nu\ x<0 \\ P((-\infty,x]\bigcap \operatorname{supp} P) = P(\{0\}) & ,\alpha\nu\ 0 \le x < 1 \\ P((-\infty,x]\bigcap \operatorname{supp} P) = P(\{0\}) + P(\{1\}) & ,\alpha\nu\ 1 \le x < 2 \\ \dots & \\ P((-\infty,x]\bigcap \operatorname{supp} P) = P(\{0\}) + P(\{1\}) + \dots + P(\{n\}) = P(\operatorname{supp} P) = 1 & ,\alpha\nu\ n \le x \end{cases}$$

ή

$$F = \begin{cases} 0 & ,\alpha\nu\ x<0 \\ \sum_{i=0}^{[x]} P\left(\{i\}\right) & ,\alpha\nu\ 0 \le x < n \\ 1 & ,\alpha\nu\ n \le x \end{cases}$$

όπου $\left[x\right] = \max\{m \in \mathrm{N} : m \le x\}$

(Επιβεβαιώστε τις 3 ιδιότητες)

Άσκηση 2 (Κατανομή Poisson)

Έστω η κατανομή P με $\operatorname{supp} P = \{0,1,2,...,\}$ και

$$P\left(\{x\}\right) = \frac{\lambda^x}{\chi!} e^{-\lambda} \ \textit{για}\ \forall x \in \operatorname{supp} P \ \textit{όπου}\ \lambda \in (0,\infty).$$

Να βρεθεί η αθροιστική κατανομή.

<u>Απάντηση</u>

$$F = P((-\infty, x]) = \begin{cases} P((-\infty, x] \cap \operatorname{supp} P) = P(\varnothing) = 0 & ,\alpha\nu\ x < 0 \\ P((-\infty, x] \cap \operatorname{supp} P) = P(\{0\}) & ,\alpha\nu\ 0 \le x < 1 \\ P((-\infty, x] \cap \operatorname{supp} P) = P(\{0\}) + P(\{1\}) & ,\alpha\nu\ 1 \le x < 2 \\ \ldots \end{cases}$$

ή

$$F = \begin{cases} 0 & ,\alpha\nu\ x < 0 \\ \sum_{i=0}^{[x]} P\left(\{i\}\right) = e^{-\lambda} \sum_{i=0}^{[x]} \frac{\lambda^{\iota}}{\iota!} & ,\alpha\nu\ 0 \le x < n \end{cases}$$

όπου $\left[x\right] = \max\{m \in \mathrm{N} : m \le x\}$

(Επιβεβαιώστε τις 3 ιδιότητες)