

Ομάδα Ασκήσεων 2 (~~2020~~) 2020

Τα παρακάτω βρίσκονται σε στάδιο διαρκούς διόρθωσης. Παρακαλώ αναφέρετε όποια παραδρομή στο stelios@aueb.gr ή στο e-class του μαθήματος.

1. Αν $\Omega = \{a\}$, $X(a) = c \in \mathbb{R}$, $A \subseteq \mathbb{R}$ να βρεθεί η $X^{-1}(A)$.
2. Αν $\Omega = \{a, b\}$, $X(a) = c_1$, $X(b) = c_2$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$, $A \subseteq \mathbb{R}$ να βρεθεί η $X^{-1}(A)$.
3. Να βρεθεί το αν η X της άσκησης 1 είναι τυχαία μεταβλητή.
4. Να βρεθεί το αν η X της άσκησης 2 είναι τυχαία μεταβλητή.
5. Αν \mathbb{P} είναι η εκφυλισμένη κατανομή στο $\Omega = \{a\}$ να βρεθεί η κατανομή που ακολουθεί η X της άσκησης 1.
6. Αν \mathbb{P} είναι η κατανομή του παραπάνω παραδείγματος, να βρεθεί η κατανομή που ακολουθεί η X της άσκησης 2.
7. Γιατί η \mathbb{P}^* έχει τις πρώτες δύο ιδιότητες που θα πρέπει να ικανοποιεί μια κατανομή πιθανότητας; (Όπου \mathbb{P}^* η μεταφορά της \mathbb{P} στο \mathbb{R} μέσω της X)
8. Σε τι θα ανάγονταν η κατανομή $\text{Ber}(q)$ αν επιτρέπαμε $q = 0$ ή $q = 1$;
9. Να δειχθεί ότι η $\text{Ber}(q)$ είναι ειδική περίπτωση διωνυμικής κατανομής.
10. Έστω ότι $\mathbb{P} = \text{Bin}(n, q)$. Να βρεθεί η $\mathbb{P}(A)$ όταν: $A = (-\infty, 0]$, $A = (-\infty, 0)$, $A = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$, $A = \mathbb{Z}$, $A = \mathbb{N}$, $A = \mathbb{N}^*$, $A = \mathbb{Q}$, $A = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$.
11. Έστω ότι $\mathbb{P} = \text{Bin}(n, q)$ και η τυχαία μεταβλητή $X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $X(x) = x^2$ (γιατί είναι τυχαία μεταβλητή;). Να βρεθεί η κατανομή που ακολουθεί η X (δηλαδή η \mathbb{P}^*).
12. Να επαναληφθεί η Άσκηση 10 όταν $\mathbb{P} = \text{Pois}(\lambda)$.
13. Να επαναληφθεί η Άσκηση 11 όταν $\mathbb{P} = \text{Pois}(\lambda)$.
14. Να λυθούν οι ασκήσεις που βρίσκονται στην ανάρτηση: <https://eclass.aueb.gr/modules/blog/index.php?course=OIK229&action=showPost&pId=160>

15. Έστω $n \in \mathbb{N}^*$. Να οριστεί διακριτή κατανομή
με $\text{supp} = \{0, 1, \dots, n\}$ ώστε $\mathbb{P}(Z_i) = \mathbb{P}(Z_i + 3)$, $\forall i, i^* = 0, 1, \dots, n$.
[Διακριτή Ομοιόμορφη.]