

Ομάδα Ασκήσεων 3 (2018)

Τα παρακάτω βρίσκονται σε στάδιο διαρκούς διόρθωσης. Παρακαλώ αναφέρετε όποια παραδρομή στο stelios@aueb.gr ή στο e-class του μαθήματος.

1. Έστω χώρος πιθανότητας $(\mathbb{R}, \Sigma_{\mathbb{R}}, P)$ με P την διωνυμική κατανομή. Έστω και η τυχαία μεταβλητή $X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, όπου $X(z) = -z^2$. Να βρεθούν: α) το supp , β) η συνάρτηση πιθανότητας, και γ) η αθροιστική συνάρτηση της κατανομής - έστω P_X - που προκύπτει από τη μεταφορά της P μέσω της X .
2. Προσπαθήστε να διατυπώσετε παράδειγμα συνεχούς κατανομής με ασυνεχή αθροιστική για το οποίο το πλήθος των ασυνεχειών να είναι δύο.
3. Προσπαθήστε να διατυπώσετε παράδειγμα συνεχούς κατανομής με ασυνεχή αθροιστική για το οποίο το πλήθος των ασυνεχειών να είναι ένα αλλά η ασυνέχεια να εμφανίζεται στο εσωτερικό του supp .
4. Προσπαθήστε να διατυπώσετε παράδειγμα κατανομής με supp που αποτελείται από την ένωση διαστήματος και ξένου ως προς αυτό διακριτού υποσυνόλου των πραγματικών με πλήθος στοιχείων ίσο με δύο.
5. Προσπαθήστε να διατυπώσετε παράδειγμα κατανομής με supp που αποτελείται από την ένωση διαστήματος και ξένου ως προς αυτό διακριτού υποσυνόλου των πραγματικών με πλήθος στοιχείων ίσο με ένα αλλά η αθροιστική να εμφανίζει ασυνέχεια και στο "συνεχές" μέρος του στηρίγματος (δηλ. στο προαναφερθέν διάστημα).
6. Να δειχθεί ότι η αθροιστική συνάρτηση της $N(\mu, v)$ ($\mu \in \mathbb{R}, v > 0$) είναι συνεχής.
7. Είναι δυνατόν να υπάρχει συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε η αθροιστική συνάρτηση της $\text{Bin}(n, q)$ να μπορεί να έχει την μορφή $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$; Αιτιολογήστε την απάντησή σας χρησιμοποιώντας σχετικές ιδιότητες του ολοκληρώματος Riemann.