



Γενικές Πληροφορίες και Σύνοψη Μαθήματος:

«Μαθηματικά Για Οικονομολόγους III»

Χειμερινό Εξάμηνο-Ακαδημαϊκό Έτος 2020-21

Γενικές Πληροφορίες

Διδάσκων: Στέλιος Αρβανίτης.

Διεύθυνση Γραφείου: Πτέρυγα Δεριγνύ, 4ος όροφος.¹

Ηλεκτρονικό Ταχυδρομείο και Τηλέφωνο: stelios@aueb.gr, 2108203437.

e-Class: <https://eclass.aueb.gr/courses/OIK228/>.²

Microsoft Teams Code:³ dw2rf2s

Σκοπός Μαθήματος

Στο μάθημα επιχειρείται η *εμβάθυνση* σε έννοιες μαθηματικής ανάλυσης όπως η σύγκλιση, και η *εισαγωγή* στις έννοιες παραγωγικών σειρών, δυναμοσειρών, αναλυτικών συναρτήσεων, κ.λ.π. με *εφαρμογές* στην οικονομική θεωρία, την θεωρία πιθανοτήτων κ.ο.κ. Ενδεικτικά εξετάζονται: η έννοια της σύγκλισης πραγματικής ακολουθίας, η μερική άθροιση και η έννοια της πραγματικής σειράς, οι σειρές συναρτήσεων, οι δυναμοσειρές και η αναπαραστασιμότητα πραγματικών συναρτήσεων από αυτές, εφαρμογές ή/και επεκτάσεις των παραπάνω στην έννοια της διαχρονικής ωφέλειας (οπότε και ψηλαφούμε το καλώς ορισμένο προβλημάτων διαχρονικής βελτιστοποίησης σε υπόβαθρο άπειρου πλήθους χρονικών στιγμών), στην αναπαράσταση κατανομών πιθανότητας από ροπογεννήτριες συναρτήσεις (οπότε και γίνεται δυνατή η απόδειξη Νόμων Μεγάλων Αριθμών ή/και Κεντρικών Οριακών Θεωρημάτων σε κάποιες περιπτώσεις), σε ιδιότητες προσέγγισης συναρτήσεων από πολυώνυμα με εφαρμογές στην αριθμητική επίλυση εξισώσεων κ.ο.κ. Χρησιμοποιώντας και τα παραπάνω, *εφόσον υπάρχει χρονική επάρκεια*, ορίζονται, ταξινομούνται ή/και εξετάζονται μέθοδοι επίλυσης διαφορικών εξισώσεων, ενώ γίνεται εφικτή και η παρουσίαση παραδειγμάτων που αφορούν στην δυναμική ευστάθεια αγορών, ή/και στην οικονομική μεγέθυνση, ή/και στην θεωρία παιγνίων κ.λ.π.

¹ Η επικοινωνία με τον διδάσκοντα θα γίνεται-βάσει της τρέχουσας υγειονομικής κατάστασης-μόνο ηλεκτρονικά ή/και τηλεφωνικά.

² Ο ιστότοπος του e-class του μαθήματος περιέχει το ηλεκτρονικό ημερολόγιο του μαθήματος, σημειώσεις, ασκήσεις, περαιτέρω βιβλιογραφία, πληροφορίες για τις διαλέξεις, διορθώσεις, ανακοινώσεις, κ.ο.κ. Το σχετικό υλικό είναι δυνατόν να ανανεώνεται κατά την διάρκεια του εξαμήνου. Οι φοιτητές θα πρέπει να τον συμβουλευονται συστηματικά, και παρακινούνται ισχυρά να αναρτούν ερωτήσεις, απορίες, σχόλια, κ.ο.κ.

³ Οι διαλέξεις του μαθήματος θα γίνονται-βάσει της τρέχουσας υγειονομικής κατάστασης-αποκλειστικά από απόσταση και μέσω της εν λόγω ομάδας του Microsoft Teams.

- MS Teams :
 - Διαλέξεις - Πινακας (66 pdf)
 - Περαιτέρω υλικό π.χ. βηθείες, βιβλία κ.α.
 - Ασύγχρονα συζητητήρια:
- π.χ. δινεσομοιηγίες συζητηριατιές διαλέξεις, διορθώσεις γοθιός, περαιτέρω επεξηγήση γνώριών, κ.ο.κ.

- κλειστές κάμερες - υμφοφωνα σε βίχωση
- ερωτήσεις μέσω του chat => επορστωό να συζητήετε μέσω του ιδρογατιμού γοθ/γού.
- Νόι υπαιύετε μέσω του MS Teams κ' όχι μέσω browser (είναι δυνατόν να δηγιούγούντο προβλήματα στον διαφωφασφό της αδο - ms.)

- E class
 - Δηγιάσεις - Πινακες διαλέξεων
 - Ιστογύριο γε περηνήτες διαλέξεων
 - Αεινήεις
 - Αναωνώεις
 - κ.ο.κ.

- Επικωα Αποριών ενός διαλέξεων : - διακώπωση αποριών μέσω του chat του MS-Teams ή/κωα μέσω e-mail. Όταν ευραναφώνεται ακριβη γάβα θα τις εφμείγε βας διαλέξεις ή μέσω συζητηριών (by πορσιόινω).

Ενδεικτική Απαρίθμηση Εννοιών

Το παρακάτω αποτελεί μια ενδεικτική απαρίθμηση εννοιών από τις οποίες εν μέρει αντλείται η προς διδασκαλία ύλη. Προφανώς όποια αναπροσαρμογή βρίσκεται στην ευχέρεια του διδάσκοντα.

1. Ακολουθίες, πραγματικές ακολουθίες, σημεία σύρρευσης, σύγκλιση, αρχή μεταφοράς, Άθροιση, μερικά αθροίσματα, σειρές, απόλυτη σύγκλιση, κριτήριο σύγκλισης πηλίκου (D'Alembert). Ακολουθίες και Σειρές πραγματικών συναρτήσεων, σημειακή σύγκλιση. Δυναμοσειρές και σειρές Laurent, διάστημα σύγκλισης, ακτίνα σύγκλισης. Αναλυτικές συναρτήσεις και εφαρμογές. Θεώρημα Taylor και πολυώνυμα Taylor. Διαχρονική κατανάλωση, εφικτά σύνολα, συνάρτηση διαχρονικής ωφέλειας, Εξίσωση Bellman, ροπογεννήτριες συναρτήσεις για μέτρα πιθανότητας, Νόμοι Μεγάλων Αριθμών, Κεντρικά Οριακά Θεωρήματα, αριθμητική επίλυση εξισώσεων μέσω του θεωρήματος Taylor-αλγόριθμος Newton Raphson.
2. Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις (Σ.Δ.Ε.) ταξινόμηση βάσει της τάξης, Σ.Δ.Ε. σε πεπλεγμένη και σε λυμένη μορφή, αυτόνομες, πολυωνυμικές, γραμμικές κ.ο.κ. Λύσεις: γενικές, ειδικές, ιδιάζουσες. Επίλυση: ολοκλήρωση, μετασχηματισμοί, μέσω δυναμοσειρών κ.ο.κ. Προβλήματα αρχικών τιμών (Π.Α.Τ.), προβλήματα συνοριακών τιμών, ικανές συνθήκες για την ύπαρξη και την μοναδικότητα λύσεων σε Π.Α.Τ, δυναμικά παίγνια.
3. Τεχνικές επίλυσης, εύρεση λύσεων μέσω δυναμοσειρών, ευστάθεια ισορροπίας ανταγωνιστικής αγοράς, εξίσωση Bernoulli και το υπόδειγμα Solow, ευστάθεια συνόλου λύσεων και διαγράμματα φάσης.
4. Εκθετικό μητρών, εφαρμογή στην επίλυση συστημάτων Σ.Δ.Ε., διαγωνιοποίηση μητρών και προσεγγιστικός υπολογισμός του εκθετικού.

Ενδεικτική Βιβλιογραφία

Τα παρακάτω αποτελούν ενδεικτική βιβλιογραφία. Κατά την διάρκεια των διαλέξεων ο κατάλογος είναι δυνατόν να εμπλουτίζεται. Σε κάθε περίπτωση συνίσταται έντονα η μελέτη από το δυνατόν περισσότερες πηγές, και η προσπάθεια επίλυσης πολλών ασκήσεων που αφορούν ή/και επεκτείνουν τις πραγματευόμενες έννοιες.

1. Finnley R., L.Weir Maurice D., Giordano Frank R., *Απειροστικός Λογισμός* (Ενιαίος Τόμος), Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2018.
2. Ξεπαπαδέας Α., Γιαννίκος Ι., *Μαθηματικές Μέθοδοι στα Οικονομικά, Θεωρία και εφαρμογές* (Ενιαίος Τόμος), Εκδόσεις Gutenberg, 2011.
3. Κορκοτσίδης Α., *Μαθηματικά Οικονομικής Ανάλυσης*, Τόμοι Α,Β,Γ, Εκδόσεις Παπαζήση, 1995.
4. Rudin, W. (1976). *Principles of mathematical analysis* (Vol. 3, No. 4.2, p. 1). New York: McGraw-hill.
5. Chiang,A., *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, McGraw-Hill, 1984.
6. Chiang A., *Elements of Dynamic Optimization*, McGraw-Hill, 1997.

Βιβλία: Τα Ι-ΙΙ στην ενδεκακή βιβλιογραφία
διαδέχεται προς επιλογή γέω "Εύδοξου"

Ι: εφαρμοστέο βιβλίο ανοίχνης
ΙΙ: αραιότες εφαρμογές στα οικονομικά

* Δεν αναλογούσε κάποιο - διαβαίοντα καθε έννοια
που παραχρυσούναζε κ' τις διαβωδέεις μεταξού τους
ολτιό το δυνατόν περισσότερες πηγές (≠ βηγεώεις,
εφατεριμεί βηγεώεις, περαιτέρω βιβλιογραφία (π.χ. ημερονηια
ελαθεροι διαδέειη), επιηου αιωνείων, κ.ο.κ.)

Τελική αξιολόγηση: — Εξέταση (α)
— επιηου ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΩΝ οβωίσεων (β)

(β) διοίωθαρτες στις βηγεώεις, ιστορήτο, βιβλία κ.ο.κ.

— Έτσι κ' σηκώς η καταώνη των ενωκίων επιβίηη την
ελαχόνη με αβηίεις, ενώ δυσωκώς το γαίηηα δεν έχη
φρονεβιήηο.

— λεπωέρες: θα αναυινωθών στροβεχώς
διοίφορες ως έχηη με πέρυι: — ημερονηια παραίωση
— θα υιοθών να παραβω-
θών κ' επιηου ελανηηηηή εξέταση

Σύντομη κ' ατελής επιβιήηη γαίηηατος:

— Εγβαίθουνη και επέεαση με έννοια ανοίχνης
(λογιεός - όρια)

- * Έννοια πραγματικής ακεραίας - γενίκευση διασπορών σε "άπειρη διάσταση"
- * Όρια πραγματικών ακεραίων: γεωμετρικός ορισμός (διαδοχικά εύρος) αναλυτικός ορισμός (επιφύλιος οριακός παυδομετρικός ορισμός)
- * Πραγματικές σειρές - διαδικασίες αέραισης των όρων πρ. ακεραίων ("διακρίσιμα γραμμάτια")

π.χ. $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i+1} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n+1} + \dots = +\infty$
 αντί $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i+1} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{(-1)^n}{n+1} + \dots = \ln 2 !!!$

- * Τελειώσεις: — αμοιβαίες συναρτήσεις
 — βίρες συναρτήσεων

Σημαντική εφαρμογή: βελτιστοποίηση ωφέλειας σε απαραιτήτως τους χώρους - διακριτή βελτιστοποίηση (Μάικρο - Μέκρο - Χρηματοοικονομική θεωρία)

- * Διαμορφώσεις: "Σειρές συναρτήσεων εφορρετικής δυναμικής" π.χ. $e^x = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!} \quad x \in \mathbb{R}$

τι είναι; γιατί ισχύει;

Εφαρμοχές: π.χ. - Ευθεία κατανομή:

ρσιές $(1, \frac{1}{2}, \frac{2}{2^2}, \dots, \frac{n!}{2^n}, \dots)$

βασίζεται σε $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{i!}{2^i} \frac{1}{i!} x^i$ διαφοδια

-> Σημαντικές στην θεωρία πιθανοτήτων

- Έξοψη λύσεων σε διαφορικές εξισώσεις αποφεύγοντας περίπλοκες διαδικασίες ολοκλήρωσης,

- κ.δ.α.

+ Εφαρμογές στα Οικονομικά

Θα ήταν καλό να

- δουλοκόπειτε μαζί τον λογιστή σας
- έχετε ευχέρεια στην διαχείριση ανισοτήτων
- δουλοκόπειτε στοιχεία δραστηριότητας άρρεθρας (π.χ. δανειακά) κ' θεωρίας συνόρων (π.χ. να παρατηρούσατε τι είναι συνάρτηση $X \rightarrow Y$).

Δείτε και τις αναπτυξιακές μονάδες στις αντίστοιχες συζητήσεις του eclass. □

