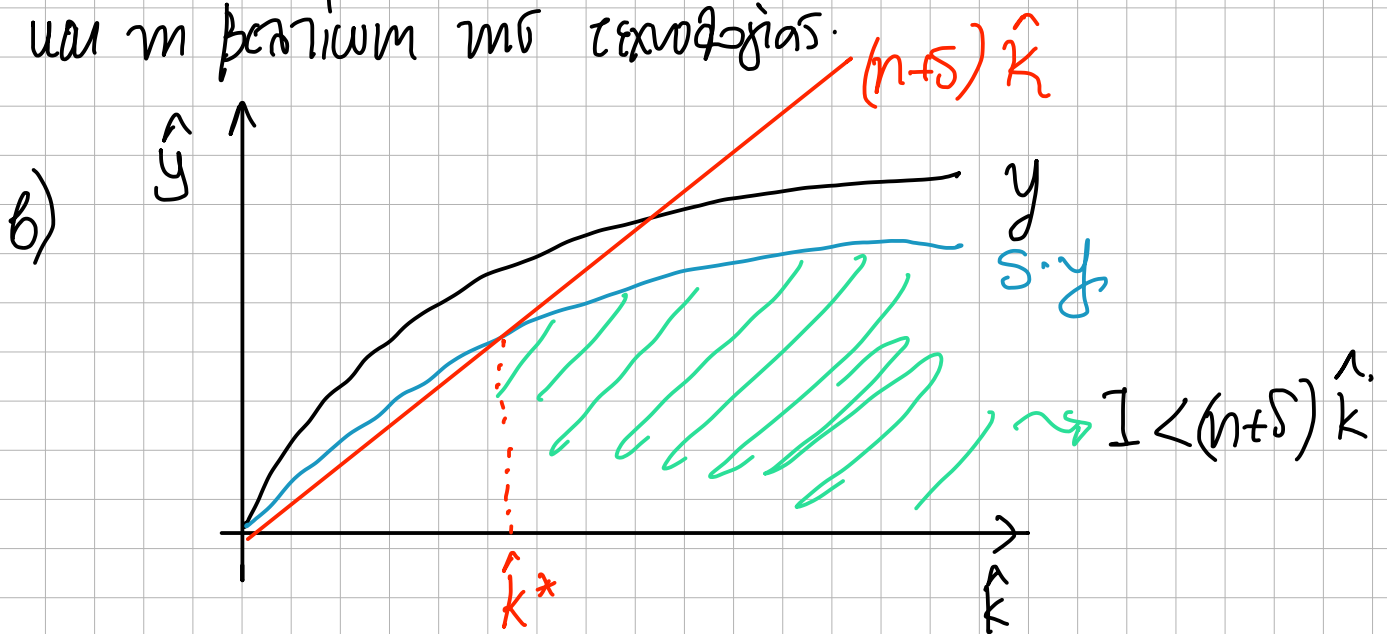


4η Ομάδα Αδυναμιών (Solow)

α) Συνεφθεκε τι συμβαίνει με την αύξηση του $\hat{k}$, καθώς και η βελτίωση της τεχνολογίας.



· όταν $I < (n+\delta)\hat{k}$, τότε το $\hat{k}$ μειώνεται μέχρι το $\hat{k}^*$

Αντίθετα, όταν $I > (n+\delta)\hat{k}$, τότε το $\hat{k}$ αυξάνεται μέχρι το $\hat{k}^*$

Άσκηση 2

$$Y_t = K_t^{1/2} \cdot L_t^{1/2}$$

α) αποδόσεις ωεικμας : είναι τών Cobb-Douglas, άρα
 $\alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \rightarrow$ Σταθερές αποδόσεις κλίμακας

Ενοηλακτική

$$f(K, L) = K_t^{1/2} \cdot L_t^{1/2} \quad \text{Έστω } \lambda > 1 \Rightarrow$$

$$f(\lambda K_t, \lambda L_t) = (\lambda K_t)^{1/2} \cdot (\lambda L_t)^{1/2} = \lambda Y_t \quad (\text{Σταθερές αποδόσεις κλίμακας})$$

β) Σύνταρση παρήγης α'α εργατικό

$$\frac{Y_t}{L_t} = \frac{K_t^{1/2} \cdot L_t^{1/2}}{L_t} = \frac{K_t^{1/2}}{L_t^{1/2}} \left(\frac{L_t^{1/2}}{L_t} \right) = K_t^{1/2} (=)$$

$$\hat{Y}_t = \hat{K}_t^{1/2}$$

$$\delta) \frac{\Delta L_t}{L_t} = n = 0, \quad \frac{\Delta A_t}{A_t} = 0$$

$$\delta = 0,05$$

$$S_t = 0,2$$

Προσθή

K_t : συνολικά κεφάλαια

$\hat{K}_t$: κατά κεφαλήν κεφάλαια

$\hat{Y}_t$: κατά κεφαλήν εισοδήματα

Y_t : συνολικά εισοδήματα

κίνητρο κινήσεως κεφαλαίων (Law motion of capital)

$$K_{t+1} - K_t = I_t - \delta K_t, \text{ όπου } I_t = S_t \text{ (γιατί...)} \quad \text{, όπου } I_t = S_t \text{ (γιατί...)}$$

άρα $K_{t+1} - K_t = S_t - \delta K_t$. Επίσης ήθελα να εκφράσω τα μεγέθη σε υ.η (υπό α.η. α.η. α.η.)

$$\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} - \frac{K_t}{L_t} = \frac{S_t}{L_t} - \delta \frac{K_t}{L_t}$$

$$\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} = \frac{K_t}{L_t} - \delta \frac{K_t}{L_t} + \frac{S_t}{L_t} \Leftrightarrow \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} = \hat{K}_t - \delta \hat{K}_t + S_t \hat{Y}_t \Leftrightarrow$$

$$\frac{K_{t+1} \cdot L_{t+1}}{L_t \cdot L_{t+1}} = \hat{K}_t - \delta \hat{K}_t + S_t \hat{Y}_t \Leftrightarrow$$

$$\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} \cdot 1 = \hat{K}_t - \delta \hat{K}_t + S_t \hat{Y}_t \Leftrightarrow$$

$$\hat{K}_{t+1} = \hat{K}_t - \delta \hat{K}_t + S_t \hat{Y}_t \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\Delta \hat{K}_t = S_t \hat{Y}_t - \delta \hat{K}_t} \quad (\Sigma x.1)$$

(*) διότι:

$$\frac{\Delta L_t}{L_t} \Rightarrow \Rightarrow$$

$$\frac{L_{t+1} - L_t}{L_t} \Rightarrow \Rightarrow$$

$$L_{t+1} = L_t$$

Προβλεπή: Στο Συμείο Σταθιρής κατάστασης
ισχύει ότι:

$$\hat{k}_{t+1} = \hat{k}_t = \hat{k}^*, \quad \Delta \hat{k} = 0$$

Αρα η $\Sigma x \cdot \Delta$ γίνεται:

$$\Delta \hat{k}^* = s \hat{y}^* - \delta \hat{k}^* \quad (\Rightarrow) \quad s \hat{y}^* = \delta \hat{k}^* \quad (\Rightarrow)$$

$$s \cdot \hat{k}^{*/2} = \delta \cdot \hat{k}^* \Rightarrow \hat{k}^* = \left(\frac{s}{\delta} \right)^2 = \left(\frac{0,2}{0,05} \right)^2 = 16.$$

$$\hat{y}^* = \hat{k}^{*/2} = 4, \quad C^* = (1-s) \cdot \hat{y}^* = 0,8 \cdot 4 = 3,2.$$

Πρώτος τελεστικός μετασχηματισμός ανά επόμενη

$$\frac{\Delta \hat{k}_t}{\hat{k}_t} =$$

τι γίνεται;

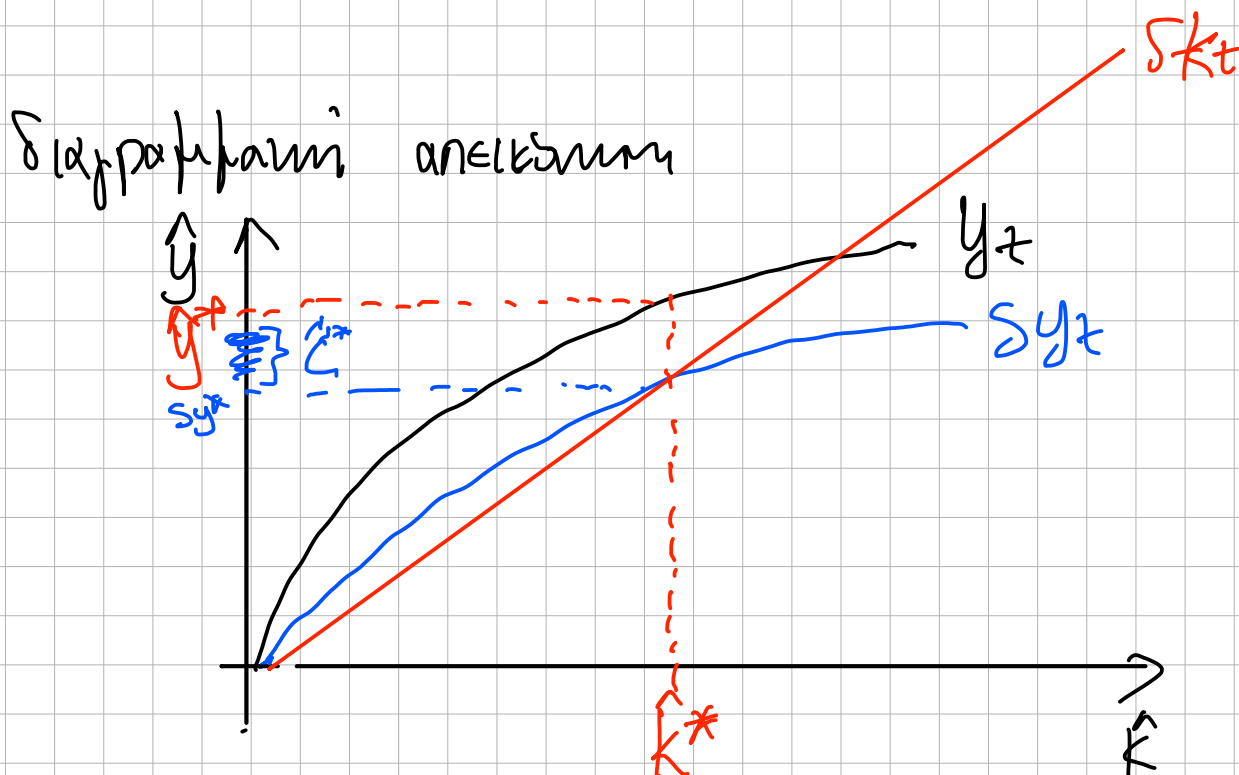
$$\hat{k}_t = \frac{k_t}{L_t} \Rightarrow k_t = \hat{k}_t L_t \quad (\Rightarrow)$$

$$\frac{\Delta k_t}{k_t} = \frac{\Delta \hat{k}_t}{\hat{k}_t} + \frac{\Delta L_t}{L_t} \rightarrow 0$$

$$\text{όπου } \frac{\Delta L_t}{L_t} = \eta = 0$$

Αρα $\frac{\Delta \hat{k}_t}{\hat{k}_t} = \frac{\Delta k_t}{k_t}$.

Ποια επήρεια αν αυξηθεί το $\frac{\Delta \hat{y}_t}{\hat{y}_t}$ κτλ.



8) Αν το s γίνει $s_2 = 30\%$.

$$\Rightarrow k^{*'} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^2 \left(\frac{0,3}{0,05}\right)^2 = 36$$

$$\hat{y}^{*'} = (\hat{k}^{*'})^2 = 6, \quad c = (1-s)\hat{y}^{*'} = 4,2.$$

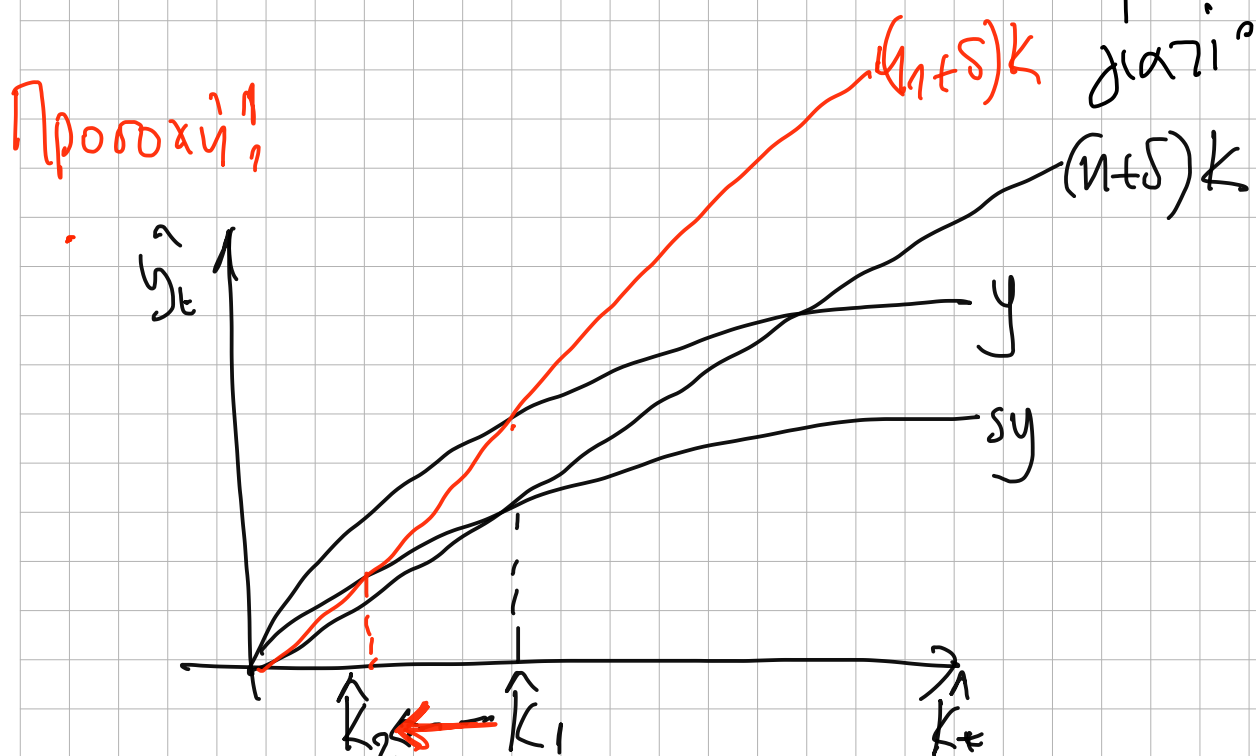
Άσκηση 3

α) κίνηση στα αίτια της αποταμίευσης $\rightarrow \hat{k}_2^* > \hat{k}_1^*$

(εμφάνιση ισορροπίας σε
σητά που παραπάνω
δίνονται)

- Επίσης μειώνει την
κατανάλωση $\hat{c}_2^* < \hat{c}_1$, κ.ο.κ.

β) αυτή η συμπεριφορά γίνεται στο ανθρώπινο δυναμικό
προφανώς $L_2 > L_1 \Rightarrow \hat{k}_{t2} < \hat{k}_{t1}$



Μείωση του n , θα αλλάξει την υσία της
εξίσωσης απόδοσης $\Rightarrow$ ΝΕΟ σημείο ισορροπίας!

Aufgaben 4

$$\delta = 0,04 \text{ (4\%)}$$

$$K_{1950} = 12, L_{1950} = 1$$

$$\eta = 0,01$$

$$s = 0,2$$

$$\alpha = 1/2$$

$$a) Y_t = K_t^\alpha \cdot L_t^{(1-\alpha)} \Rightarrow Y_t = K_t^{1/2} \cdot L_t^{1/2} \Leftrightarrow$$

$$\hat{Y}_t = \frac{Y_t}{L_t} = \frac{K_t^{1/2} \cdot L_t^{1/2}}{L_t} = \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{1/2} \Rightarrow \boxed{\hat{Y}_t = \hat{K}_t^{1/2}}$$

$$\hat{Y}_{1950} = \left(\frac{K_{1950}}{L_{1950}} \right)^{1/2} = \sqrt{12} = 3,46$$

$$\hat{C}_t = (1-s) \hat{Y}_t \Rightarrow \hat{C}_{1950} = 0,8 \cdot 3,46 = 2,8$$

$$\hat{I}_t = s \cdot \hat{Y}_t \Rightarrow \hat{I}_{1950} = 0,2 \cdot 3,46 = 0,69$$

b) Steady state (ss)

$$\hat{\Delta k}_t = s \hat{y}_t - (n+\delta) \hat{k}_t$$

$$\hat{\Delta k}_t = 0 \text{ zu SS} \Rightarrow s \hat{y}^* = (n+\delta) \hat{k}^* \Rightarrow$$

$$s \cdot \hat{k}^{*1/2} = (n+\delta) \hat{k}^* \Rightarrow s = (n+\delta) \cdot \frac{\hat{k}^*}{\hat{k}^{*1/2}} \Rightarrow (\hat{k}^*)^{1/2} = \frac{s}{n+\delta}$$

$$\Rightarrow \hat{k}^* = \left(\frac{s}{n+\delta} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\hat{k}^* = 16}$$

$$\boxed{\hat{y}^* = \sqrt{16} = 4}$$

$$\hat{c}^* = (1-\tau) \cdot \hat{y}^* = 0,8 \cdot 16 \Rightarrow \boxed{\hat{c}^* = 3,2}$$

Zeigt an

$$\hat{y}^* > \hat{y}_{1950}$$
$$\hat{k}^* > \hat{k}_{1950}$$
$$\hat{c}^* > \hat{c}_{1950}$$

Ποσοί ζυγώνων

$$\bullet \hat{k}_t = \frac{k_t}{L_t} \Rightarrow \frac{\Delta \hat{k}_t}{\hat{k}_t} = \frac{\Delta k_t}{k_t} - \frac{\Delta L_t}{L_t} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta k}{k_t} = \frac{\Delta L_t}{L_t} \Rightarrow \frac{\Delta k_t}{k_t} = \eta = 0,01$$

$$\bullet \hat{y}_t = \frac{Y_t}{L_t} \Rightarrow \frac{\Delta \hat{y}_t}{\hat{y}_t} = \frac{\Delta Y_t}{Y_t} - \frac{\Delta L_t}{L_t} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta Y_t}{Y_t} = \eta = 0,01$$

$$\bullet \hat{C}_t = \frac{C_t}{L_t} \Rightarrow \dots$$

$$\frac{\Delta C_t}{C_t} = \eta = 0,01$$

γ) golden rule of capital:

$$\cdot ! \hat{K}^* \rightarrow \max \hat{C} !$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{y} - \hat{i} \\ \hat{i}^* = (n+\delta) \hat{K}^* \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} = \hat{y}^* - (n+\delta) \hat{K}^*$$

$$K_{\text{gold}}: \frac{d \hat{C}^*}{d \hat{K}} = 0 \Rightarrow \frac{d \hat{y}^*}{d \hat{K}} - (n+\delta) = 0 \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha \cdot \hat{K}_g^{\alpha-1} - (n+\delta) = 0 \Leftrightarrow \alpha \hat{K}_g^{\alpha-1 \cdot \left(\frac{1}{\alpha-1}\right)} = (n+\delta)^{1/\alpha-1} \Leftrightarrow$$

$$\hat{K}_g = \left(\frac{\alpha}{n+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\cdot \text{Αντικειμενική: } \hat{K}_g = \left(\frac{1/2}{0,05} \right)^2 = 100$$

2

για να πάρει στο $\hat{K}_{gold}$, πρέπει και να ωθήσει
τον αίσθημα του S :

$$S' \hat{K}_{gold} = (n + \delta) \hat{K}_{gold} \Rightarrow S' = \frac{(0,01 + 0,04) \cdot 100}{100^{1/2}} =$$

$$\Rightarrow S' = 0,5$$

Άσκηση 5

Χώρα Β

$$K_{gold}^B = 3$$

$$\delta = 0,04$$

$$L_{gold}^B = 1$$

$$n = 0,01$$

$$S = 0,16$$

$$\alpha = 1/2$$