

Ομάδα Ακουνόπου 3

Άσκηση 1 (Two-period consumption model)

$$U(C_1, C_2) = \ln C_1 + \beta \cdot \ln C_2, \quad 0 < \beta < 1$$

• Αν $\beta = 1 \Rightarrow U(C_1, C_2) = \ln C_1 + \ln C_2$

• Αν $\beta = 0 \Rightarrow U(C_1, C_2) = \ln C_1$

Γενικά $\beta = 0,7 - 0,8$

α) Διατύπωση διαχρονικών εισοδηματικών περιορισμών

$$C_2 = y_2 + (y_1 - C_1)(1+r) \Leftrightarrow \frac{C_2}{1+r} + C_1 = y_1 + \frac{y_2}{1+r} \quad (1)$$

$$\max_{C_1, C_2} U(C_1, C_2) \quad \text{s.t. (1)}$$

$$\mathcal{L}(C_1, C_2, \lambda) = \ln C_1 + \beta \ln C_2 - \lambda \left[C_1 + \frac{C_2}{1+r} - y_1 - \frac{y_2}{1+r} \right]$$

• $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \ln C_1}{\partial C_1} - \lambda = 0 \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{1}{C_1}} \quad (1')$

$$\bullet \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \ln C_2}{\partial C_2} - \frac{\eta}{1+\nu} = 0 \Rightarrow \frac{b}{C_2} = \frac{\eta}{1+\nu} \quad (ii)$$

$$\bullet \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi} = 0 \Rightarrow C_1 + \frac{C_2}{1+r} - y_1 - \frac{y_2}{1+r} = 0 \quad (p_{ii})$$

$$\begin{aligned} \text{Kii)} \\ \text{(ii)} \quad \frac{b}{C_2} &= \frac{a}{1+r} \Rightarrow \frac{b}{C_2} = \frac{1}{\frac{C_1}{1+r}} \Rightarrow \frac{b}{C_2} = \frac{1}{C_1(1+r)} \end{aligned}$$

$$(iii) \Rightarrow C_1 + \frac{C_2}{1+r} - y_1 - \frac{y_2}{1+r} = 0 \Rightarrow$$

$$C_2 = \left(y_1 + \frac{y_2}{1+r} - C_1 \right) (1+r)$$

$$(ii) \quad \frac{b}{C_2} = \frac{1}{1+r} \Rightarrow \frac{b}{C_2} = \frac{1}{C_1(1+r)}$$

Ans (*) , (**) $\Leftrightarrow$

$$\frac{b}{\left(y_1 + \frac{y_2}{1+r} - C_1\right) \cdot (1+r)} = \frac{1}{C_1(1+r)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{b}{y_1 + \frac{y_2}{1+r} - C_1} = \frac{1}{C_1} \Leftrightarrow C_1(b+1) = y_1 + \frac{y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C_1 = \frac{1}{b+1} \left[y_1 + \frac{y_2}{1+r} \right] \quad (\text{Ex 2})$$

Zurücksetzen...

8/12/2023

- για το C_2 πρέπει όπως πριν,
από $(i), (ii) \Rightarrow$

$$\boxed{C_2 = \beta \cdot (1+r) \cdot C_1 \quad (\Sigma x 3)}$$

And $(\Sigma x 2) \wedge (\Sigma x 3) :$

$$C_2 = \beta(1+r) \cdot C_1 = \beta(1+r) \cdot \frac{1}{\beta+1} \left[y_1 + \frac{y_2}{1+r} \right] (\Leftarrow)$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{\beta(1+r)}{\beta+1} \cdot y_1 + \frac{\cancel{\beta(1+r)}}{(\beta+1)} \cdot \frac{y_2}{\cancel{(1+r)}} =$$

$$= \frac{\beta(1+r)}{\beta+1} \cdot y_1 + \frac{\beta}{\beta+1} \cdot y_2 =$$

$$\boxed{C_2 = \left(\frac{\beta}{\beta+1} \right) \cdot \left[(1+r) \cdot y_1 + y_2 \right] \quad \Sigma x (4)}$$

• Για να βρούμε S_1 :

από: $C_2 = Y_2 + (1+r) \cdot S_1 \Leftrightarrow (\text{Περιορισμοί})$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{C_2}{1+r} - \frac{Y_2}{1+r} \quad \text{Χρησιμοποιούμε (Σχ 4)}$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{B}{1+B} \cdot \left[(1+r) \cdot Y_1 + Y_2 \right] \cdot \frac{1}{1+r} - \frac{Y_2}{1+r} =$$

$$= \frac{B}{1+B} \cdot \cancel{(1+r)} \cdot Y_1 \cdot \frac{1}{\cancel{1+r}} + Y_2 \cdot \frac{1}{1+r} \cdot \frac{B}{1+B} - \frac{Y_2}{1+r} =$$

$$= \frac{B}{1+B} \cdot Y_1 + \frac{B}{(1+r)(1+B)} \cdot Y_2 - \frac{Y_2}{1+r} =$$

$$= \frac{B}{1+B} \cdot Y_1 + \frac{B \cdot Y_2}{(1+r)(1+B)} - \frac{(1+B) Y_2}{(1+r)(1+B)} =$$

$$= \frac{B}{1+B} Y_1 + \frac{B Y_2 - (1+B) Y_2}{(1+r)(1+B)} =$$

$$= \frac{b}{1+b} y_1 + \frac{\cancel{by_2} - y_2 - \cancel{by_2}}{(1+r)(1+b)} \Rightarrow$$

$$S_1 = \frac{b}{1+b} y_1 - \frac{y_2}{(1+r)(1+b)} \quad (2 \times 5)$$

όσο πιο μεγάλο y την περίοδο 1,
τόσο μεγαλύτερη αποζημίωση

Γνωρίω από δεδομένα ότι:

$$y_1^A = 9,000, \quad y_2^A = 1000$$

$$, \quad b = 0,95$$

$$y_1^D = 1000, \quad y_2^D = 1000$$

β) Για να ευρείσω ποιάς δανείζει υποδοχίω
βάσει συνάρτησης αποζημίωσης (ΣΧ5)

$$S_1 = \frac{b}{1+b} \cdot y_1 - \frac{y_2}{(1+r) \cdot (1+b)}$$

Αρα για Α:

$$S_1^A = \frac{0,95}{1,95} \cdot 9000 - \frac{1000}{(1+r)1,95} \stackrel{(\Sigma \times 6)}{\approx} 4385 - \frac{512}{1+r} > 0$$

Για Β:

$$S_1^B = \frac{0,95}{1,95} \cdot 1000 - \frac{9000}{(1+r)(1,95)} \stackrel{(\Sigma \times 7)}{\approx} 487 - \frac{4615}{1+r} < 0$$

Αρα Α: δανειστής, Β δανειζόμενος

γ) Επίζουμο ισορροπίας (r)

r_{eq} : Επίζουμο τέτοιο ώστε $S_1^A + S_1^B = 0$

Από $(\Sigma \times 6)$ κ $(\Sigma \times 7)$:

$$4385 - \frac{512}{1+r_{eq}} + 487 - \frac{4615}{1+r_{eq}} = 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$4872 - \frac{5127}{1+r} = 0 \Rightarrow r = 0,0525 \quad (5,25\%)$$

- Καταβλήω κάθε ομόλογ στην ισόπληξη + χρησιμοποιώ:

$$C_1^A = \frac{1}{(1+B)} \left[y_1^A + \frac{y_2^A}{1+r} \right] = \frac{1}{1,95} \cdot \left[9000 + \frac{1000}{1,05} \right] =$$

$$= 0,512 \cdot 9952 \simeq 5095$$

$$C_2^A = \frac{B(1+r)}{(1+B)} \left[y_1^A + \frac{y_2^A}{1+r} \right] = \frac{0,95 \cdot 1,05}{1,95} \cdot 9952 =$$

$$= 0,512 \cdot 9952 \simeq 5095$$

$$C_1^P = C_2^P \simeq 4890$$

Γιατί:

$$C_2 = B(1+r) \cdot C_1 \dots$$

$$\text{όπου } B(1+r) = 0,95 \cdot 1,05 \simeq 1$$

Άρα $C_2 \simeq C_1$ (για κάθε ομόλογ!)

Υποβλήματα:

$$U^A(C_1^A, C_2^A) = \ln C_1^A + \beta \cdot \ln C_2^A \approx 8,5 + 0,95 \cdot 8,5 =$$

$$U^A = 8,5 + 8,075 = 16,575$$

$$U^B = 8,49 + 0,95 \cdot 8,94 = 8,49 + 8,07 = 16,560$$

Φόρος σε καταθέσεις (τ)

δ)

$$S_1^A = \frac{b}{1+\beta} \cdot y_1^A - \frac{y_2^A}{(1+\beta)(1+r_q) \cdot (1-\tau)}$$

δαπάνες
(Εντάξισις)

$$S_1^D = \frac{b}{1+\beta} \cdot y_1^D - \frac{y_2^D}{(1+\beta)(1+r_q)}$$

δαπάνες
(Συν Εντάξισις)

$$c) A, T=0,1, r_{eq}=;$$

$$\text{ισορροπία: } S_1^A + S_1^D = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{b}{1+b} \cdot y_1^A - \frac{y_2^A}{(1+b)(1+r_{eq}') \cdot (1-\tau)} + \frac{b}{1+b} \cdot y_1^D - \frac{y_2^D}{(1+b)(1+r_{eq}')} =$$

$$= \frac{0,95}{1,95} \cdot 9000 - \frac{1000}{1,95 \cdot 0,9 \cdot (1+r_{eq}')} + \frac{0,95}{1,95} \cdot 1000 - \frac{9000}{1,95 \cdot (1+r_{eq}')} =$$

$$= 4384 - \frac{1000}{1,75(1+r_{eq}')} + 487 - \frac{9000}{1,95(1+r_{eq}')} =$$

$$= 4384 - \frac{571}{1+r_{eq}'} + 487 - \frac{4615}{1+r_{eq}'} = 0 \Leftrightarrow$$

$$4871 = \frac{5186}{1+r_{eq}'} \Rightarrow 1+r_{eq}' = \frac{5186}{4871} = 1,06 \Rightarrow$$

$$r_{eq}' = 0,06 \text{ ή } 6,0\%$$

$r_{eq}' > r_{eq} \Rightarrow$ η επιτόκιο φόρων αυξάνει
αυτά και το επιτόκιο
ισορροπίας.

νέες καλυσές:

$$C_1^A = \frac{1}{1+B} \left[y_1^A + \frac{y_2^A}{(1+r)(1-z)} \right] = \frac{1}{1,95} \cdot \left[300 + \frac{100}{1,06 \cdot 0,9} \right]$$

$$= 0,51 \cdot 10,048 \approx 5124 > C_1^A$$

$$C_2^A = \frac{B(1+r)}{1+B} \left[y_1^A + \frac{y_2^A}{(1+r)(1-z)} \right] = \frac{0,95 \cdot 1,06}{1,95} \cdot 10,048 =$$

$$= 0,51 \cdot 10,048 \approx 5124 > C_2^A$$

C_1^D, C_2^D δεν εμπεριλαμβάνονται και η φόρα!!

- Η χρησιμοποίηση στη νέα ισορροπία υπολογίζεται όπως παραπάνω.

$$c) A, T=0, L, r_{eq}=?$$

$$\text{ισορροπία: } S_1^A + S_1^D = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{b}{1+b} \cdot y_1^A - \frac{y_2^A}{(1+b)(1+r_{eq}') \cdot (1-\tau)} + \frac{b}{1+b} \cdot y_1^D - \frac{y_2^D}{(1+b)(1+r_{eq}')} = 0$$

$$- \frac{0,95}{1,95} \cdot 9000 - \frac{1000}{1,95 \cdot 0,9 \cdot (1+r_{eq}')} + \frac{0,95}{1,95} \cdot 1000 - \frac{9000}{1,95 \cdot (1+r_{eq}')} = 0$$

$$= 4384 - \frac{1000}{1,75(1+r_{eq}')} + 487 - \frac{9000}{1,95(1+r_{eq}')} = 0$$

$$= 4384 - \frac{571}{1+r_{eq}'} + 487 - \frac{4615}{1+r_{eq}'} = 0 \Leftrightarrow$$

$$4871 = \frac{5186}{1+r_{eq}'} \Rightarrow 1+r_{eq}' = \frac{5186}{4871} = 1,06 \Rightarrow$$

$$r_{eq}' = 0,06 \text{ ή } 6,0\%$$

$r_{eq}' > r_{eq} \Rightarrow$ η επιτόκιο φόρων αυξάνει
αυτά και το επιτόκιο
ισορροπίας.

νέες κατ/σεις:

$$C_1^A = \frac{1}{1+\beta} \left[y_1^A + \frac{y_2^A}{(1+r_q)(1-\tau)} \right] = \frac{1}{1,95} \cdot \left[3000 + \frac{1000}{1,06 \cdot 0,9} \right] =$$

$$= 0,51 \cdot 10.048 \approx 5124 > C_1^A$$

$$C_2^A = \frac{\beta(1+\tau)}{1+\beta} \left[y_1^A + \frac{y_2^A}{(1+r_q')(1-\tau)} \right] = \frac{0,95 \cdot 1,06}{1,95} \cdot 10.048 =$$

$$= 0,51 \cdot 10.048 \approx 5124 > C_2^A$$

C_1^D, C_2^D δεν εμπεριλαμβάνουν και το φόρο, οπότε πρέπει να συμπεριλάβουν το νέο, ήρω νέου r_{eq} .

$$C_1^D = \frac{1}{1+\beta} \left[y_1^D + \frac{y_2^D}{(1+r_q')} \right] = \frac{1}{1,95} \cdot \left[1000 + \frac{9000}{1,06} \right] \tau \approx 0,51 \cdot 8430 \approx$$

$$C_2^D = \frac{\beta(1+r_{eq}')}{1+\beta} \left[y_1^D + \frac{y_2^D}{1+r_{eq}'} \right] \approx 0,51 \cdot 8430 \approx$$

- Η χρησιμότητα στη νέα ιδιορροσία υποτίθεται πως παραμένει (δείτε προηγούμενο ερώτημα).

ΤΕΛΟΣ