

Ομάδα αοκήσεων 2

1) $Y_t = A_t \cdot F(k_t, L_t)$

- Σταθερή απόδοση κλίμακας: $F(zk_t, zL_t) = zF(k_t, L_t)$
- Αύξωση — « — $F(zk_t, zL_t) > zF(k_t, L_t)$
- Φθίνουσα — « — $F(zk_t, zL_t) < zF(k_t, L_t)$

Απόδοσης εργασίας

- $F(k_t, zL_t) = zF(k_t, L_t)$ σταθερή
- $F(k_t, zL_t) > zF(k_t, L_t)$ αύξωση
- $F(k_t, zL_t) < zF(k_t, L_t)$ φθίνουσα

Οποια για απόδοσης μεταβαίνει!

Άσκηση 2

$$Y = (\alpha + bK^\theta + cL^\theta)^{1/\theta} \quad (1) \quad \alpha, b, c > 0$$

$$\theta \leq 1$$

α) α=0. η (1) γίνεται:

$$Y = (bK^\theta + cL^\theta)^{1/\theta} \sim \text{αυτή ορίζω σαν } F(K, L)$$

Έστω $\lambda > 0$:

$$\begin{aligned} F(\lambda K, \lambda L) &= [b \cdot (\lambda K)^\theta + c \cdot (\lambda L)^\theta]^{1/\theta} = \\ &= [b \cdot \lambda^\theta \cdot K^\theta + c \cdot \lambda^\theta \cdot L^\theta]^{1/\theta} = [\lambda^\theta (bK^\theta + cL^\theta)]^{1/\theta} = \\ &= \lambda \cdot (bK^\theta + cL^\theta)^{1/\theta} = \lambda \cdot F(K, L) \end{aligned}$$

Επομένως $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda \cdot F(K, L) \Rightarrow$ οα όρε's
αποδοσης
επιπλάτος

→ ετεράλως αποδοσης μεqαλqου (k)

$$\begin{aligned} F(\lambda K, L) &= [b \cdot (\lambda K)^\theta + cL^\theta]^{1/\theta} = [\lambda^\theta \cdot b \cdot K^\theta + cL^\theta]^{1/\theta} \\ &= [\lambda^\theta \cdot b \cdot K^\theta + \frac{\lambda^\theta}{\lambda^\theta} \cdot cL^\theta]^{1/\theta} = [\lambda^\theta (b \cdot K^\theta + \frac{1}{\lambda^\theta} \cdot cL^\theta)]^{1/\theta} \end{aligned}$$

• Το θ καθορίζει την παραπάνω ποσότητα.

Αν $0 \leq \theta \leq 1$, τότε η παραπάνω ποσότητα είναι μικρότερη από $\lambda F(k, L)$, άρα έχω φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας.

Αν $\theta < 0 \Rightarrow$ απροσδιοριστία αρχικής συνάρτησης!

→ Εξετάσω αποδόσεις εργασίας (L)

$$\begin{aligned} F(k, \lambda L) &= [b \cdot k^\theta + c(\lambda L)^\theta]^{\frac{1}{1+\theta}} = (b \cdot k^\theta + c\lambda^\theta \cdot L^\theta)^{\frac{1}{1+\theta}} \\ &= \left(b \cdot k^\theta \cdot \frac{\lambda^\theta}{\lambda^\theta} + c\lambda^\theta \cdot L^\theta \right)^{\frac{1}{1+\theta}} = \left[\lambda^\theta \left(b k^\theta \frac{1}{\lambda^\theta} + c L^\theta \right) \right]^{\frac{1}{1+\theta}} \end{aligned}$$

• Η νέα ποσότητα είναι μικρότερη από το $\lambda \cdot F(k, L)$.
Δηλαδή $F(k, \lambda L) < \lambda F(k, L)$. Φθίνουσες αποδόσεις εργασίας, εφόσον $\theta > 0$. Αν $\theta = 0$, τότε έχω απροσδιοριστία.

Προσοχή! Τι θα συμβεί αν $\theta < 0$;

Αν $\theta < 0$, τότε $F(k, \lambda L) > \lambda F(k, L)$, άρα αύξουσα απόδοση εργασίας

$$b) \quad Y = (a + bK^\theta + cL^\theta)^{1/\theta}, \quad \lambda > 0,$$

$$F(K, L) = (a + bK^\theta + cL^\theta)^{1/\theta} \quad \text{Έστω } \lambda > 0.$$

$$F(\lambda K, \lambda L) = [a + b\lambda^\theta K^\theta + c\lambda^\theta L^\theta]^{1/\theta} = \lambda^{1/\theta} (a/\lambda^\theta + bK^\theta + cL^\theta)^{1/\theta}$$

• Αν $0 < \theta < 1 \Rightarrow F(\lambda K, \lambda L) < \lambda F(K, L)$, φθίνουσες
αποδόσεις
κλίμακας

• Αν $\theta < 0 \Rightarrow F(\lambda K, \lambda L) > \lambda F(K, L)$ αυτουνόες
αποδόσεις
κλίμακας

Άσκηση 4

L^E, L^A

S_L

$D_L^E > D_L^A$

$MPL^E > MPL^A$

$$MPL = \frac{W}{P}$$

$$\text{Κέρδος} = \text{Εσοδα} - \text{Εξοδα}$$

δηλαδή

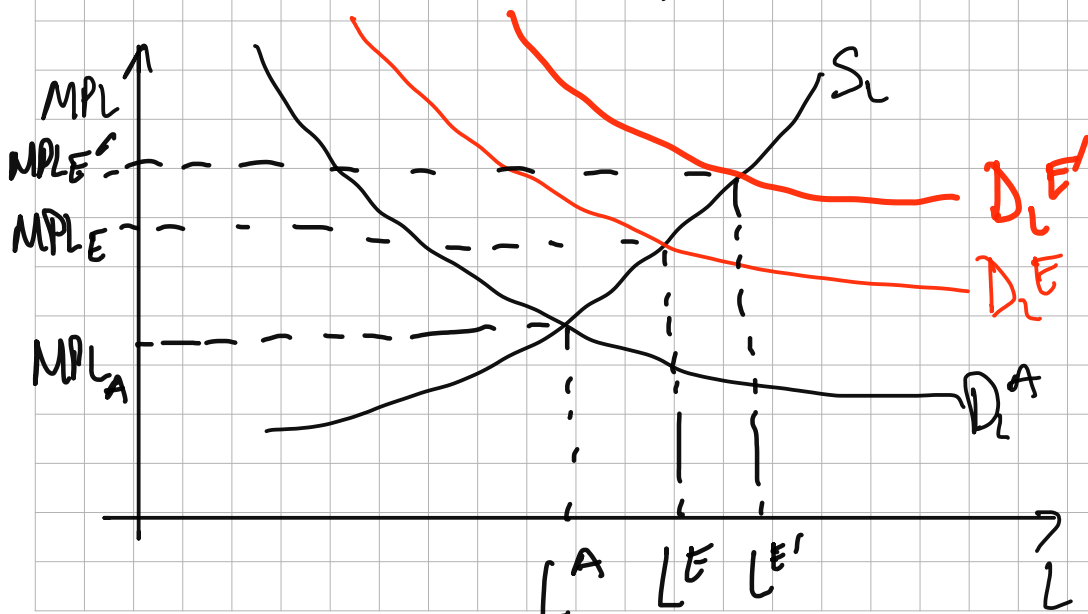
$$\Pi = p \cdot Y - R \cdot K - W \cdot L$$

MPL: Επιδιάξω ποσότητα και
1 ποσότητα L , $K = c$

→ Πότε προαυξάνω??

Όταν: $\cancel{p} \cdot MPL = W$

$$MPL = \frac{W}{P}$$



$$\bullet L^E > L^A \Rightarrow MPL^E > MPL^A \Rightarrow \frac{W^E}{P} > \frac{W^A}{P} \Rightarrow$$

$$W^E > W^A$$

β) Επίδραση τεχνολογίας

$$\bullet L^E < L^{E'}$$

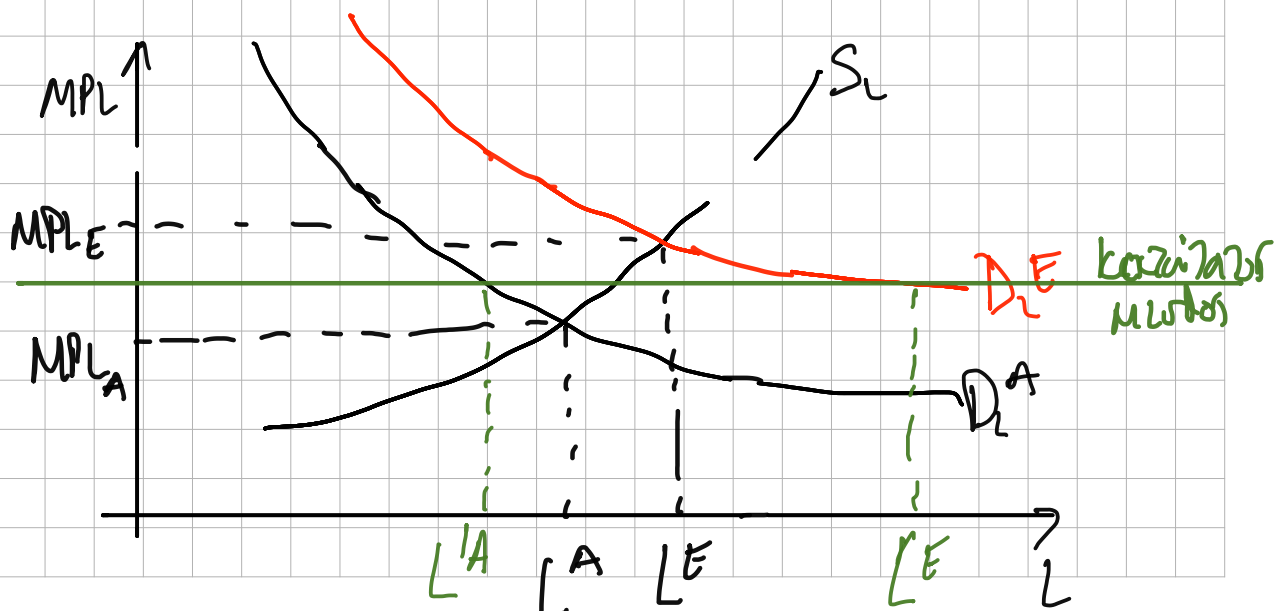
$$\bullet MPL^{E'} > MPL^E \Rightarrow \frac{W^{E'}}{P} > \frac{W^E}{P} \Rightarrow W^{E'} > W^E$$

• Μετατόνιση D^E σε $D^{E'}$ προς τα δεξιά

• Αύξηση μισθού $\underline{\underline{=}}$ απασχόλησης

• Δεν επηρεάζονται οι ανεργούμενοι!

γ) Επίβλητη κατώτατη μισθολογία



- Η επιβολή κατώτατων μωδών γίνεται στο επίπεδο εργασίας των ανιδίουσεων → ανερχία!
- Ακριβώς αν το επίπεδο του κατώτατων μωδών βρίσκεται υψηλότερα, θα δημιουργηθεί ανερχία και στις δύο ομάδες

'Αγουν 3

• $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2} \rightarrow$ Cobb Douglas; $\alpha + \beta = 1$ Σταθερές
αποδόσεις
κλίμακας

• $Y = K^{2/3} \cdot L^{1/3} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} > 1$ Αύτοντες
αποδόσεις

• $Y = K^{1/3} \cdot L^{1/2} \rightarrow \alpha + \beta = \frac{5}{6} < 1$ Φθίνουσες
αποδόσεις

• $Y = K + L$ Έστω $\lambda > 0 \Rightarrow F(\lambda K, \lambda L) = \lambda(K + L) = \lambda F(K, L)$ Γραμμικές
αποδόσεις

• $Y = K + K^{1/3} \cdot L^{1/3} = f(K, L)$

για $\lambda > 0$

$$Y(\lambda K, \lambda L) = \lambda K + (\lambda K)^{1/3} (\lambda L)^{1/3} = \lambda K + \lambda^{2/3} \cdot K^{1/3} \cdot L^{1/3}$$

Βήμα
Τελεία:

πλ $\lambda = 2 \Rightarrow Y(2K, 2L) = 2K + 2^{2/3} \cdot K^{1/3} \cdot L^{1/3} < 2Y$

Φθίνουσες
αποδόσεις

$$\bullet Y = k^{1/3} \cdot L^{2/3} + \bar{A} = F(k, L) \quad \cdot \quad \boxed{\text{Ερω 2=2}}$$

$$F(\lambda k, \lambda L) = F(2k, 2L) = (2k)^{1/3} (2L)^{2/3} + \bar{A} =$$

$$= 2 k^{1/3} L^{2/3} + \bar{A} \Leftrightarrow$$

$$2 k^{1/3} L^{2/3} + \bar{A} < 2 F(k, L)$$

φθίνουσες
αποδόσεις

$$\bullet Y = k^{1/3} L^{2/3} - \bar{A} = F(k, L)$$

$$F(2k, 2L) = 2^{1/3} k^{1/3} \cdot 2^{2/3} L^{2/3} - \bar{A} \Rightarrow$$

$$2 k^{1/3} L^{2/3} - \bar{A} > 2 F(k, L)$$

αύξουσες
αποδόσεις