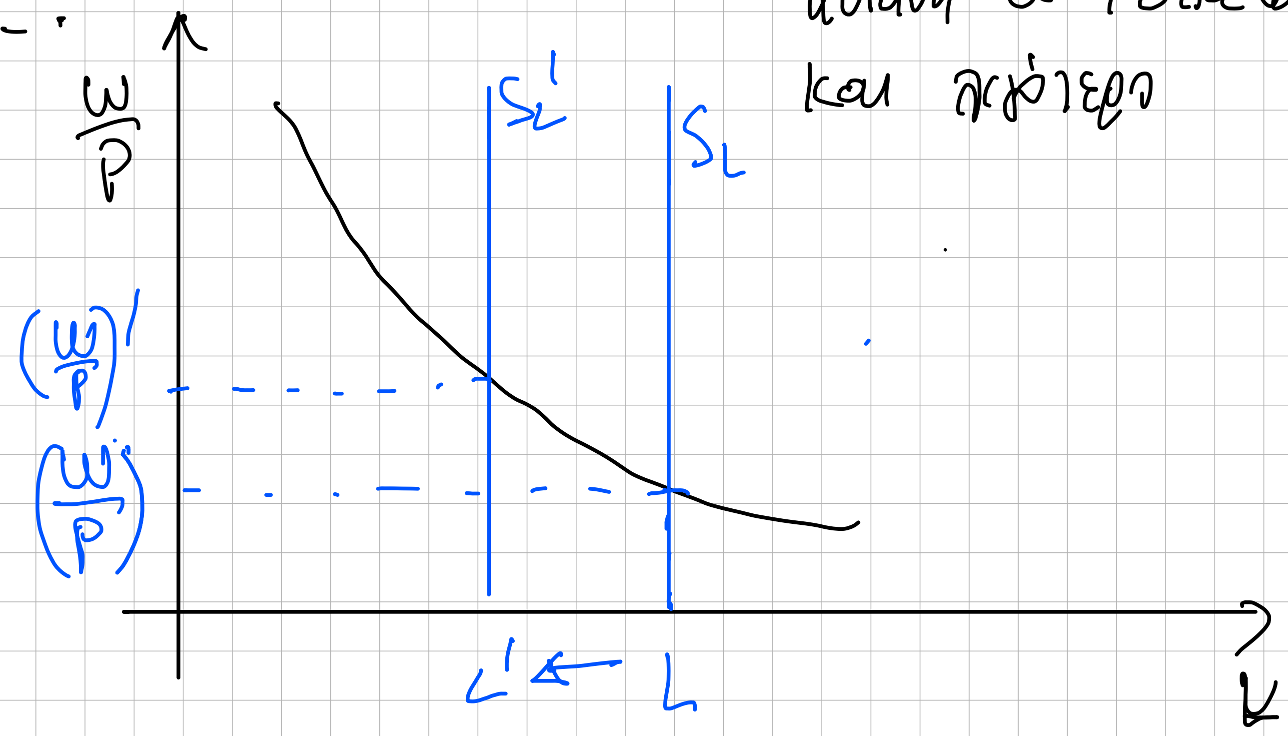
Άσκηση 6 (Μαύρος Θάνατος)

α)

- $MP_L = \frac{W}{P}$ $\Rightarrow$ το οριακό προϊόν της εργασίας είναι <u>φθίνον</u> → κάθε μεταβολή του L αυξάνει το Y ολοένα και λιγότερο

- 

• το L μειώνεται σε L' (λόγω θανάτων)
→ μισθοί αυξάνονται

β) Έστω υπόδειγμα Cobb-Douglas όπου

$$Y = K^a \cdot L^{1-a}$$

- υποθέτω βάσει εκφώνησης ότι $a = \frac{1}{3}$.

Αυτό εξηγείται από το γεγονός πως το εργατικό δυναμικό περιορίζεται στα $\frac{2}{3}$ του αρχικού $(1-a)$.

- Επίσης ξέρω ότι το $L' = \frac{2}{3}L$

$\rightarrow Y = K^{1/3} \cdot L^{2/3} \Leftrightarrow$

$$MP_L' = \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{2}{3}\left(\frac{K}{\frac{2}{3}L}\right)^{1/3} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{1/3} \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^{1/3} \Leftrightarrow$$

$$MP_L' = 1{,}14\, MP_L \Rightarrow \left(\frac{W}{P}\right)' = 1{,}14 \frac{W}{P}$$

* Η μείωση του L λόγω της επιδημίας, αυξάνει τους μισθούς κατά 14%, με δεδομένες τιμές

Ομάδα Ασκήσεων 3

Άσκηση 1 (Two-period consumption model)

$$U(C_1, C_2) = \ln C_1 + \beta \cdot \ln C_2 \quad , 0 < \beta < 1$$

· Αν $\beta = 1 \Rightarrow U(C_1, C_2) = \ln C_1 + \ln C_2$

· Αν $\beta = 0 \Rightarrow U(C_1, C_2) = \ln C_1$

Γενικά $\beta \equiv 0,7 - 0,8$

α) Διατύπωση διαχρονικού εισοδηματικού περιορισμού

$$C_2 = y_2 + (y_1 - C_1)(1+r) \Leftrightarrow \frac{C_2}{1+r} + C_1 = y_1 + \frac{y_2}{1+r} \quad (1)$$

$$\max_{C_1, C_2} U(C_1, C_2) \quad s.t. (1)$$

$$\mathcal{L}(C_1, C_2, \lambda) = \ln C_1 + \beta \ln C_2 - \lambda \left[C_1 + \frac{C_2}{1+r} - y_1 - \frac{y_2}{1+r} \right].$$

• $\dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = 0 \Rightarrow \dfrac{\partial \ln C_1}{\partial C_1} - \lambda = 0 \Rightarrow \boxed{\lambda = \dfrac{1}{C_1}} \quad (i)$

$$\cdot\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \ln C_2}{\partial C_2} - \frac{\lambda}{1+r} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\beta}{C_2} = \frac{\lambda}{1+r}}\ (ii)$$

$$\cdot\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \boxed{C_1 + \frac{C_2}{1+r} - y_1 - \frac{y_2}{1+r} = 0 \quad (iii)}$$

$$\xRightarrow[(ii)]{\cancel{(iii)}} \frac{\beta}{C_2} = \frac{\lambda}{1+r} \Rightarrow \frac{\beta}{C_2} = \frac{\frac{1}{C_1}}{1+r} \Leftrightarrow \boxed{\frac{\beta}{C_2} = \frac{1}{C_1(1+r)} \quad (*)}$$

$$(iii) \Rightarrow C_1 + \frac{C_2}{1+r} - y_1 - \frac{y_2}{1+r} = 0 \Rightarrow$$

$$C_2 = \left(y_1 + \frac{y_2}{1+r} - C_1\right)(1+r).$$

$$(ii)\xRightarrow{(i)} \frac{\beta}{C_2} = \frac{\lambda}{1+r} \Rightarrow \frac{\beta}{C_2} = \frac{\frac{1}{C_1}}{1+r} \Rightarrow \frac{\beta}{C_2} = \frac{1}{C_1(1+r)}\ (*)(A)$$

Από (*), (**) $\Longleftrightarrow$

$$\frac{\beta}{\left(y_1+\frac{y_2}{1+r}-c_1\right)\cdot\cancel{(1+r)}} = \frac{1}{c_1\cancel{(1+r)}} \Longleftrightarrow$$

$$\frac{\beta}{y_1+\frac{y_2}{1+r}-c_1} = \frac{1}{c_1} \Longleftrightarrow c_1(\beta+1) = y_1+\frac{y_2}{1+r} \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \boxed{c_1 = \frac{1}{\beta+1}\left[y_1+\frac{y_2}{1+r}\right]}$$

Συνεχίζεται...