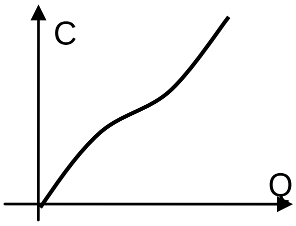
ΦροντιστήριοΕφ.Ι (Α)

Σε μια επιχείρηση, ο πωλητής αμείβεται με 10% επί των εισπράξεων. Αν η ζήτηση του προιόντος ως συνάρτηση της τιμής είναι $Q = 100 - P$, και το κόστος παραγωγής είναι $C = 10 + Q$, να βρεθούν ως συναρτήσεις της ποσότητας Q, τα παρακάτω:
α) Το κέρδος, το οριακό κέρδος και το μέσο κέρδος για τον επιχειρηματία
β) Τα γραφήματα των παραπάνω

2.

Μια συνάρτηση κόστους της μορφής $C = \alpha Q^3 + \beta Q^2 + \gamma Q + \delta$ έχει το γράφημα του παραπλεύρως σχήματος. Να βρεθούν οι συνθήκες που θα πρέπει να ικανοποιούν οι συντελεστές $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$



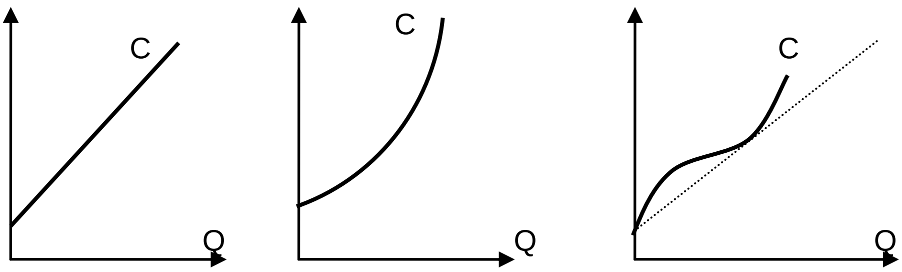
3.

Θεωρούμε τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$, με τα παρακάτω γραφήματα. Να γίνουν τα αντίστοιχα γραφήματα των συναρτήσεων οριακού κόστους και μέσου μεταβλητού κόστους:

$$MC = C'(Q), \ AVC = VC(Q)/Q$$

στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε περίπτωση.

.

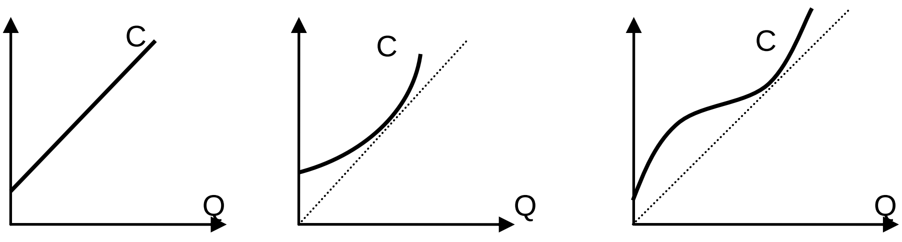


4.

Θεωρούμε τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$, με τα παρακάτω γραφήματα. Να γίνουν τα αντίστοιχα γραφήματα των συναρτήσεων οριακού κόστους και μέσου κόστους:

$$MC = C'(Q), \ AC = C(Q)/Q$$

στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε περίπτωση.



5.

Θεωρούμε τις παρακάτω τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$

1. $C = 1 + Q$ 2. $C = 1 + Q + Q^2$ 3. $C = 1 + Q - Q^2 + Q^3$

Να γίνουν τα γραφήματά του μέσου μεταβλητού κόστους και του μέσου κόστους στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε συνάρτηση.

$$AVC = VC(Q)/Q, \ AC = C(Q)/Q$$

6

Θεωρούμε τις παρακάτω τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$

1. $C = 1 + Q$ 2. $C = 1 + Q + Q^2$ 3. $C = 1 + Q - Q^2 + Q^3$

Να βρεθούν οι αντίστοιχες συναρτήσεις οριακού κόστους, μέσου μεταβλητού κόστους, και μέσου κόστους:

$$MC = C'(Q),\ AVC = VC(Q)/Q,\ AC = C(Q)/Q$$

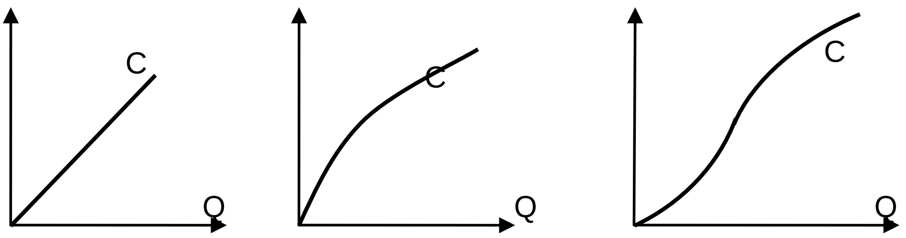
και να γίνουν τα γραφήματά τους, στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε συνάρτηση.

7

Θεωρούμε τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$**, με τα παρακάτω γραφήματα. Να γίνουν τα αντίστοιχα γραφήματα των συναρτήσεων οριακού κόστους, μέσου κόστους, και μέσου μεταβλητού κόστους:**

$$MC = C'(Q),\ AC = C(Q)/Q,\ AVC = VC(Q)/Q,$$

στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε περίπτωση.



8

Θεωρούμε δύο συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$**, με τα παρακάτω γραφήματα. Να γίνουν τα αντίστοιχα γραφήματα των συναρτήσεων μέσου κόστους και οριακού κόστους:**

$$AC = C(Q)/Q,\ MC = C'(Q)$$

στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε περίπτωση.

9

Μια παραγωγή έχει οριακό κόστος που δίνεται από την συνάρτηση:

$$MC = 4 - 2Q + Q^2$$

Να γίνει το γράφημά της, και να βρεθούν:

1. Η συνάρτηση μεταβλητού κόστους $VC(Q)$ **και το γράφημά της**

2. Η συνάρτηση μέσου μεταβλητού κόστους $AVC(Q)$ **και το γράφημά της**

10

Θεωρούμε τις γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης/προσφοράς:

$$D: Q = 3 - 2P\ ,\ S: Q = -1 + P$$

Με επιβολή μοναδιαίου φόρου t**, να βρεθούν ως συναρτήσεις του** t**, οι μοναδιαίες τιμές ζήτησης/προσφοράς:** $\{P_D, P_S\}$**, η ποσότητα ζήτησης/προσφοράς:** Q**, και ο συνολικός φόρος:** $T = tQ$**.**

<u>11</u>

Η ζήτηση ενός προιόντος σε σχέση με την μοναδιαία τιμή του δίνεται από την συνάρτηση ζήτησης:

$$D: Q = 3 - 2P$$

1. Να βρεθεί η συνάρτηση υπερβάλλουσας χρησιμότητας VU(Q)=U(Q)-U(0) **που δημιουργεί την παραπάνω ζήτηση. Να γίνει και το γράφημά της**

2. Αν η μοναδιαία τιμή του προιόντος είναι: $p = 1/2$**, να υπολογιστεί το πλεόνασμα του καταναλωτή.**

<u>12</u>

Η προσφορά Q **ενός προιόντος σε σχέση με την μοναδιαία τιμή του** P **δίνεται από την συνάρτηση προσφοράς:**

$$S: Q = -1 + P$$

1. Να βρεθεί η συνάρτηση μεταβλητού κόστους $VC(Q) = C(Q) - C(0)$ **που δημιουργεί την παραπάνω προσφορά. Να γίνει και το γράφημά της**

2. Αν η μοναδιαία τιμή του προιόντος είναι: $p = 2$**, να υπολογιστεί το πλεόνασμα του προμηθευτή.**

<u>13</u>

Θεωρούμε τις παρακάτω γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης-προσφοράς:

$$\left.\begin{array}{l} D: Q = 2 - P \\ S: Q = -1 + P \end{array}\right\}$$

Να υπολογιστεί το συνολικό πλεόνασμα

ΤΕΛΟΣ

Τεστ.Ι.ΕφαρμογέςΑ-Λύσεις

1

Σε μια επιχείρηση, ο πωλητής αμείβεται με 10% επί των εισπράξεων. Αν η ζήτηση του προιόντος ως συνάρτηση της τιμής είναι $Q = 100 - P$, και το κόστος παραγωγής είναι $C = 10 + Q$, να βρεθούν ως συναρτήσεις της ποσότητας Q, τα παρακάτω:

α) Το κέρδος, το οριακό κέρδος και το μέσο κέρδος για τον επιχειρηματία

β) Τα γραφήματα των παραπάνω

<u>Λύση.</u> Η ζήτηση για το προιόν ορίζεται στο διάστημα: $0 \le Q \le 100$. Έχουμε:

1. Εισπράξεις: $R = PQ = (100 - Q)Q$

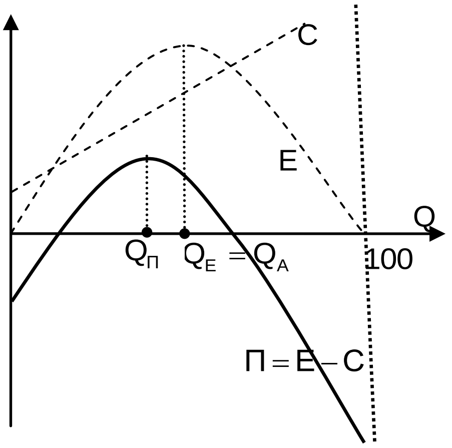
2. Αμοιβή του πωλητή: $A = \frac{1}{10}R = \frac{1}{10}(100 - Q)Q$, μέγιστο στο $Q_A = 50$

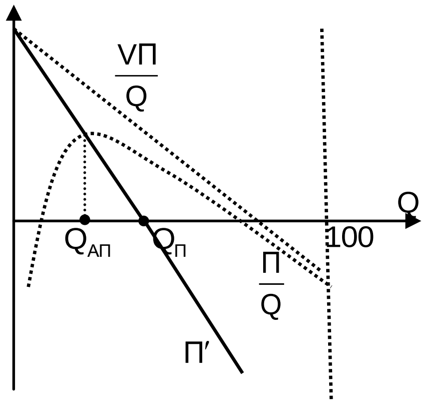
3. Έσοδο του επιχειρηματία: $E = \frac{9}{10}R = \frac{9}{10}(100 - Q)Q = 90Q - \frac{9}{10}Q^2$, μέγιστο στο $Q_E = 50$

4. Κέρδος του επιχειρηματία: $\Pi = \frac{9}{10}R - C = -10 + 89Q - \frac{9}{10}Q^2$, μέγιστο στο $Q_\Pi = 49.4$

5. Οριακό κέρδος του επιχειρηματία: $M\Pi = \Pi' = 89 - \frac{18}{10}Q$

6. Μέσο κέρδος του επιχειρηματία: $A\Pi = \frac{\Pi}{Q} = -\frac{10}{Q} + 89 - \frac{9}{10}Q$, μέγιστο στο $Q_{A\Pi} = 3.3$

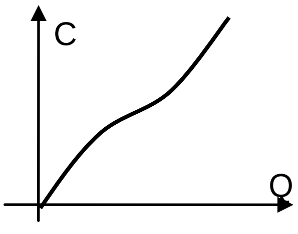




▲

2

Μια συνάρτηση κόστους της μορφής $C = \alpha Q^3 + \beta Q^2 + \gamma Q + \delta$ έχει το γράφημα του παραπλεύρως σχήματος. Να βρεθούν οι συνθήκες που θα πρέπει να ικανοποιούν οι συντελεστές $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$



<u>Λύση</u>

1. Διέρχεται από την αρχή του συστήματος: $\{Q = 0, C = 0\}$. Επομένως $\delta = 0$. Δεν έχει σταθερό κόστος.

2. Είναι αύξουσα κυβική, επομένως $\alpha > 0$

2. Δεν έχει στάσιμα σημεία. Ειδικότερα η παράγωγος (οριακό κόστος) είναι γνήσια θετική:

$$C' = 3\alpha Q^2 + 2\beta Q + \gamma > 0$$

Αυτό ισχύει αν $\alpha > 0$ και η διακρίνουσα είναι γνήσια αρνητική:

$$\Delta = (2\beta)^2 - 4(3\alpha)\gamma < 0 \Rightarrow \{\alpha > 0 \ \& \ 3\alpha\gamma > \beta^2\}$$, ειδικότερα $\gamma > 0$

3. Έχει σημείο καμπής γνήσια θετικό: $C'' = 6\alpha Q + 2\beta = 0 \Rightarrow Q = -\frac{\beta}{3\alpha} > 0 \Rightarrow \beta < 0$

Ανακεφαλαιώνοντας, έχουμε: $\{\alpha > 0,\ \beta < 0,\ \gamma > \beta^2 / 3\alpha,\ \delta = 0\}$ ▲

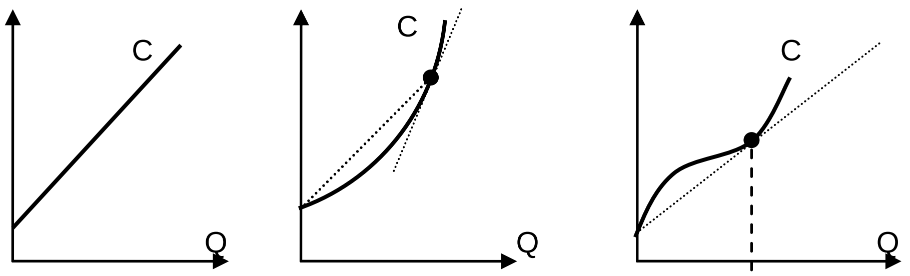
3

Θεωρούμε τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$**, με τα παρακάτω γραφήματα. Να γίνουν τα αντίστοιχα γραφήματα των συναρτήσεων οριακού κόστους και μέσου μεταβλητού κόστους:**

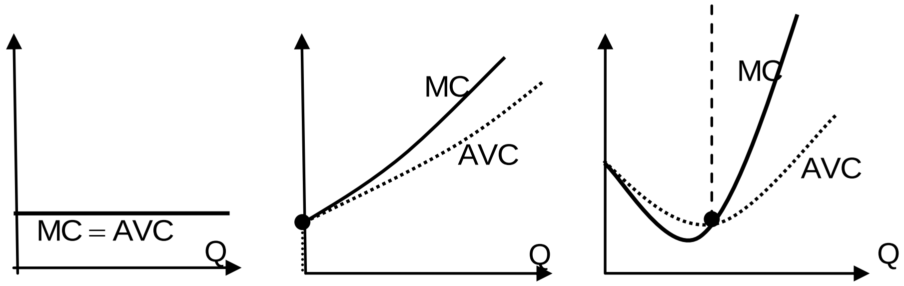
$$MC = C'(Q), \quad AVC = VC(Q)/Q$$

στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε περίπτωση.

.



Λύση.



1. Η συνάρτηση κόστους είναι αύξουσα γραμμική, Το οριακό και το μέσο μεταβλητό συμπίπτουν και είναι σταθερά
2. Η συνάρτηση κόστους είναι αύξουσα κυρτή. Το μέσο μεταβλητό κόστος είναι αύξον. Το οριακό κόστος είναι επίσης αύξον, παντού μεγαλύτερο από το μέσο μεταβλητό. .
3. Η συνάρτηση κόστους είναι γνήσια αύξουσα, στην αρχή κοίλη και μετά κυρτή. Το οριακό κόστος είναι γνήσια θετικό στην αρχή φθίνον και μετά αύξον. Το μέσο μεταβλητό είναι επίσης στην αρχή φθίνον και μετά αύξον. Το οριακό κόβει το μέσο μεταβλητό από κάτω προς τα πάνω στο ελάχιστό του, το οποίο βρίσκεται εκεί όπου η εφαπτομένη συμπίπτει με την ακτίνα που αρχίζει από το $C(0)$

Παρατήρηση

- Το μέσο μεταβλητό κόστος δίνεται από την κλίση της ακτίνας που αρχίζει από το $C(0)$.

Το οριακό δίνεται από την κλίση της εφαπτομένης.

- Το οριακό και το μέσο μεταβλητό στην αρχή είναι ίσα: $MC(0) = AC(0)$ ..
- Το μέσο μεταβλητό κόστος είναι φθίνον όταν το οριακό είναι μικρότερο, είναι αύξον όταν το οριακό είναι μεγαλύτερο.
- Στο ελάχιστο του μέσου μεταβλητού το οριακό το κόβει από κάτω προς τα πάνω.

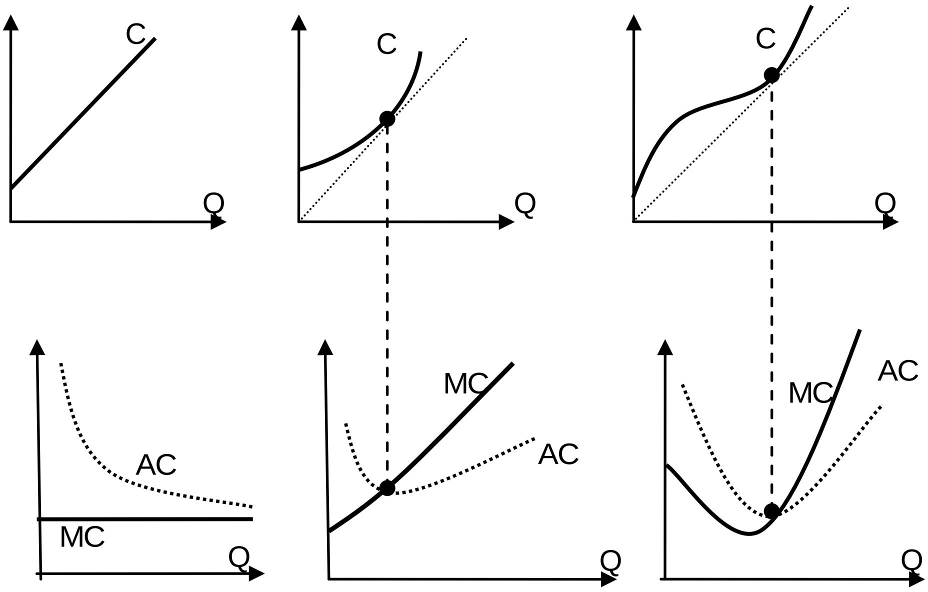
▲

4

Θεωρούμε τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$, με τα παρακάτω γραφήματα. Να γίνουν τα αντίστοιχα γραφήματα των συναρτήσεων οριακού κόστους και μέσου κόστους:

$$MC = C'(Q), \;\; AC = C(Q)/Q$$

στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε περίπτωση.



Λύση

1. Η συνάρτηση κόστους είναι αύξουσα γραμμική, Το οριακό κόστος είναι σταθερό. Το μέσο είναι φθίνον τείνοντας ασυμπτωτικά προς το σταθερό οριακό.
2. Η συνάρτηση κόστους είναι αύξουσα κυρτή. Το μέσο κόστος είναι στην αρχή φθίνον και μετά αύξον. Το οριακό κόστος είναι αύξον, κόβοντας το μέσο από κάτω προς τα πάνω στο ελάχιστό του, το οποίο βρίσκεται εκεί όπου η εφαπτομένη συμπίπτει με την ακτίνα που αρχίζει από το 0.
3. Η συνάρτηση κόστους είναι γνήσια αύξουσα, στην αρχή κοίλη και μετά κυρτή. Το οριακό κόστος είναι γνήσια θετικό στην αρχή φθίνον και μετά αύξον. Το μέσο κόστος είναι επίσης στην αρχή φθίνον και μετά αύξον. Το οριακό κόβει το μέσο από κάτω προς τα πάνω στο ελάχιστό του, το οποίο βρίσκεται εκεί όπου η εφαπτομένη συμπίπτει με την ακτίνα που αρχίζει από το 0

Παρατήρηση.

- Το μέσο κόστος δίνεται από την κλίση της ακτίνας που αρχίζει από το 0. Το οριακό δίνεται από την κλίση της εφαπτομένης.
- Το μέσο έχει κατακόρυφη ασύμπτωτο στο 0 εφόσον υπάρχει σταθερό κόστος.
- Το μέσο κόστος είναι φθίνον όταν το οριακό είναι μικρότερο, είναι αύξον όταν το οριακό είναι μεγαλύτερο.
- Στο ελάχιστο του μέσου κόστους το οριακό το κόβει από κάτω προς τα πάνω.

▲

5

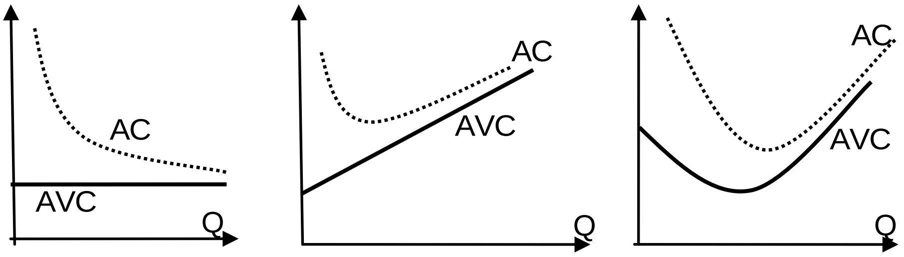
Θεωρούμε τις παρακάτω τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$

1. $C = 1 + Q$ 2. $C = 1 + Q + Q^2$ 3. $C = 1 + Q - Q^2 + Q^3$

Να γίνουν τα γραφήματά του μέσου μεταβλητού κόστους και του μέσου κόστους στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε συνάρτηση.

$AVC = VC(Q)/Q, \ AC = C(Q)/Q$

Λύση



$AVC = 1$, $AC = 1/Q + 1$ $AVC = 1 + Q$, $AC = 1/Q + 1 + Q$ $AVC = 1 - Q + Q^2$, $AC = 1/Q + 1 - Q + Q^2$

Παρατήρηση. Όταν σταθερό κόστος, τότε το μέσο κόστος είναι πάντοτε μεγαλύτερο από το μέσο μεταβλητό, αρχίζει με άπειρο και τείνει ασυμπτωτικά στο μεταβλητό.

▲

6

Θεωρούμε τις παρακάτω τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$

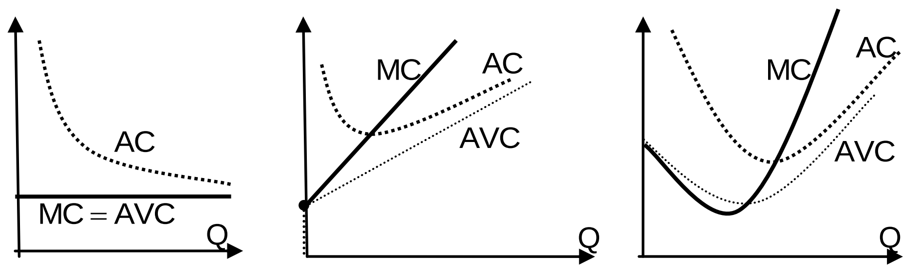
1. $C = 1 + Q$ 2. $C = 1 + Q + Q^2$ 3. $C = 1 + Q - Q^2 + Q^3$

Να βρεθούν οι αντίστοιχες συναρτήσεις οριακού κόστους, μέσου μεταβλητού κόστους, και μέσου κόστους:

$MC = C'(Q), \ AVC = VC(Q)/Q, \ AC = C(Q)/Q$

και να γίνουν τα γραφήματά τους, στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε συνάρτηση.

Λύση



$MC \equiv 1$, $AC = 1/Q + 1$, $AVC = 1$ $MC = 1 + 2Q$, $AC = 1/Q + 1 + Q$, $AVC = 1 + Q$ $MC = 1 - 2Q + 3Q^2$, $AC = 1/Q + 1 - Q + Q^2$, $AVC = 1 - Q + Q^2$

- Το οριακό και το μέσο μεταβλητό στην αρχή είναι ίσα: $MC(0) = AC(0)$ ..
- Το μέσο μεταβλητό κόστος είναι φθίνον όταν το οριακό είναι μικρότερο, είναι αύξον όταν το οριακό είναι μεγαλύτερο. Το ίδιο ισχύει για το μέσο κόστος
- Στο ελάχιστο του μέσου μεταβλητού το οριακό το κόβει από κάτω προς τα πάνω. Το ίδιο ισχύει στο ελάχιστο του μέσου κόστους
- Το μέσο κόστος είναι παντού μεγαλύτερο από το μεταβλητό, τείνοντας προς αυτό ασυμπτωτικά.
- Το μέσο κόστος έχει κατακόρυφη ασύμπτωτο στο $Q = 0$, αν υπάρχει σταθερό κόστος.

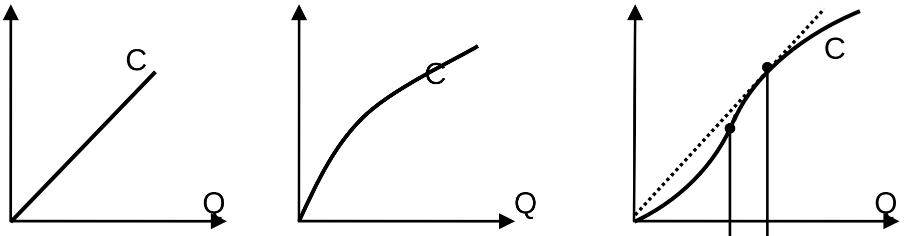
▲

__7__

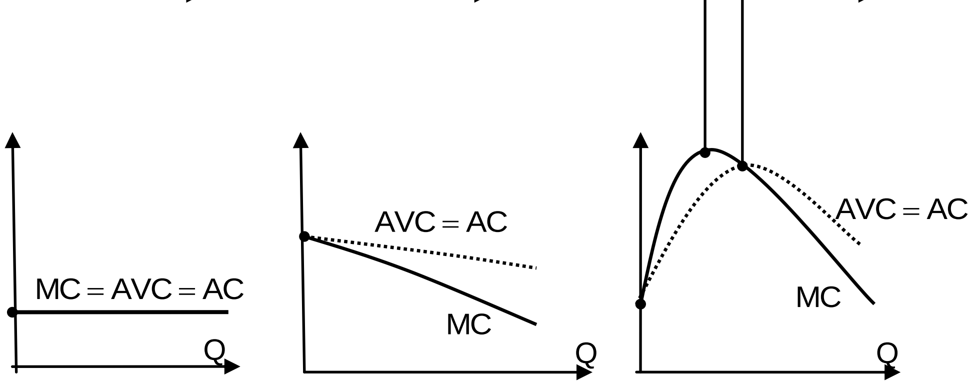
Θεωρούμε τρεις συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$, με τα παρακάτω γραφήματα. Να γίνουν τα αντίστοιχα γραφήματα των συναρτήσεων οριακού κόστους, μέσου κόστους, και μέσου μεταβλητού κόστους:

$$MC = C'(Q),\ AC = C(Q)/Q,\ AVC = VC(Q)/Q,$$

στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε περίπτωση.



__Λύση__



Σε όλες τις περιπτώσεις:

α) Δεν υπάρχει σταθερό κόστος: $C(0) = 0$, οπότε το μέσο μεταβλητό κόστος συμπίπτει με το μέσο κόστος: $AVC = AC$, και δίνεται από την κλίση της ακτίνας.

β) Σε κάθε περίπτωση το αρχικό οριακό συμπίπτει πάντοτε με το αρχικό μέσο μεταβλητό κόστος, οπότε εδώ συμπίπτει και με το αρχικό μέσο κόστος:

$$MC(0) = AVC(0) = AC(0)$$

γ) **Το οριακό κόστος** δίνεται από την παράγωγο, και έχει το γράφημα της μαύρης γραμμής. Στη 1η είναι σταθερό, στη 2η είναι φθίνον, και στη 3η είναι αρχικό αύξον και στη συνέχεια φθίνον με μέγιστο στο σημείο καμπής. Η 2^{η} και η 3η δεν είναι κανονικές συναρτήσεις κόστους

δ) **Το μέσο κόστος** έχει το γράφημα της διακεκομμένης γραμμής, και είναι:

1. Στη 1η σταθερό και συμπίπτει με το οριακό.
2. Στη 2η φθίνον και μεγαλύτερο από το οριακό διότι η ακτίνα έχει πάντοτε μεγαλύτερη κλήση από την εφαπτομένη.
3. Στην 3η αρχικά αύξον και μετά φθίνον, με μέγιστο στο σημείο όπου η ακτίνα είναι και εφαπτομένη, οπότε το μέσο συμπίπτει με το οριακό.

ε) Σε κάθε περίπτωση, το μέσο κόστος είναι αύξον όταν το οριακό είναι μεγαλύτερο, φθίνον όταν το οριακό είναι μικρότερο. Στο μέγιστο του μέσου κόστους το οριακό το κόβει από πάνω προς τα κάτω, είναι μεγαλύτερο πριν και μικρότερο μετά.

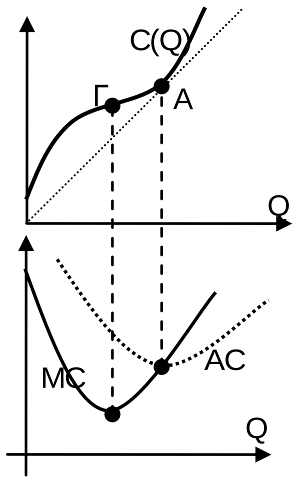
▲

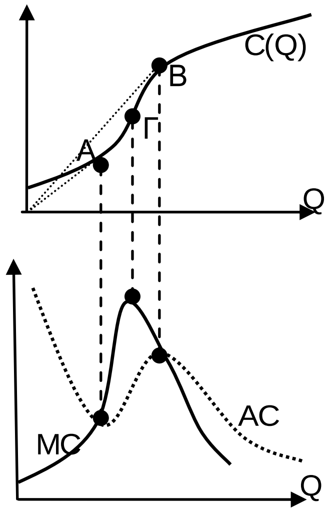
8

Θεωρούμε δύο συναρτήσεις κόστους: $C = C(Q)$, με τα παρακάτω γραφήματα. Να γίνουν τα αντίστοιχα γραφήματα των συναρτήσεων μέσου κόστους και οριακού κόστους:

$$AC = C(Q)/Q,\ MC = C'(Q)$$

στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων για την κάθε περίπτωση.





Λύση

- Το μέσο κόστος δίνεται από την κλίση της ακτίνας . Το οριακό δίνεται από την κλίση της εφαπτομένης.
- Το μέσο έχει κατακόρυφη ασύμπτωτο στο 0 εφόσον υπάρχει σταθερό κόστος.
- Το μέσο κόστος πέφτει όταν το οριακό είναι μικρότερο, ανεβαίνει όταν είναι μεγαλύτερο
- Το οριακό κόστος διασχίζει το ελάχιστο του μέσου από κάτω προς τα πάνω {A} , και το μέγιστο του μέσου από πάνω προς τα κάτω {B}

▲

9

Μια παραγωγή έχει οριακό κόστος που δίνεται από την συνάρτηση:

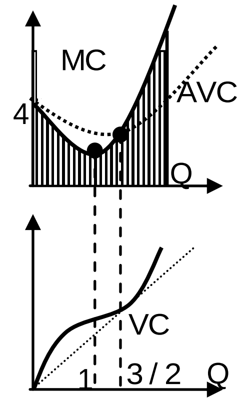
$$MC = 4 - 2Q + Q^2$$

Να γίνει το γράφημά της, και να βρεθούν:

1. Η συνάρτηση μεταβλητού κόστους $VC(Q)$ και το γράφημά της

2. Η συνάρτηση μέσου μεταβλητού κόστους $AVC(Q)$ και το γράφημά της

Λύση. Το γράφημά τoy οριακού κόστους δίνεται από την παραβολή του παραπλεύρως σχήματος.



1. Το μεταβλητό κόστος παριστάνεται με το εμβαδό κάτω από την καμπύλη οριακού κόστους όπως στο σχήμα, και δίνεται από το ολοκλήρωμα:

$$VC(Q) = \int_0^Q (4 - 2Q + Q^2)dQ = 4Q - Q^2 + Q^3/3\Big|_0^Q$$

$$= 4Q - Q^2 + Q^3/3$$

Έχει το παραπλεύρως γράφημα. Για το συνολικό κόστος πρέπει να προσθέσουμε και το σταθερό.

2. Το μέσο μεταβλητό κόστος έχει την παράσταση:

$$AVC(Q) = VC(Q)/Q = [4Q - Q^2 + Q^3/3]/Q = 4 - Q + Q^2/3$$

Το γράφημά της δίνεται από την διακεκομμένη γραμμή στο πρώτο σχήμα.

▲

10

Θεωρούμε τις γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης/προσφοράς:

$D: Q = 3 - 2P$ **,** $S: Q = -1 + P$

Με επιβολή μοναδιαίου φόρου t**, να βρεθούν ως συναρτήσεις του** t**, οι μοναδιαίες τιμές ζήτησης/προσφοράς:** $\{P_D, P_S\}$**, η ποσότητα ζήτησης/προσφοράς:** Q**, και ο συνολικός φόρος:** $T = tQ$**.**

Λύση. Τα βρίσκουμε λύνοντας ως προς την παράμετρο t, το παρακάτω σύστημα 3 εξισώσεων με 3 αγνώστους: $\{Q, P_S, P_D\}$:

$$\left.\begin{aligned} Q &= 3 - 2P_D \\ Q &= -1 + 1P_S \\ P_D &= P_S + t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad p_S = \frac{4}{3} - \frac{2t}{3}\downarrow, \;\; p_D = p_S + t = \frac{4}{3} + \frac{t}{3}\uparrow \;, \;\; q = -1 + p_S = \frac{1}{3} - \frac{2t}{3}\downarrow$$

$$T = tq = \frac{1}{3}t - \frac{2}{3}t^2 = \frac{2}{3}t\left(\frac{1}{2} - t\right)$$ **, συνολικός φόρος**

▲

11

Η ζήτηση ενός προιόντος σε σχέση με την μοναδιαία τιμή του δίνεται από την συνάρτηση ζήτησης:

$D: Q = 3 - 2P$

1. Να βρεθεί η συνάρτηση υπερβάλλουσας χρησιμότητας $VU(Q)=U(Q)-U(0)$ **που δημιουργεί την παραπάνω ζήτηση. Να γίνει και το γράφημά της**

2. Αν η μοναδιαία τιμή του προιόντος είναι: $p = 1/2$**, να υπολογιστεί το πλεόνασμα του καταναλωτή.**

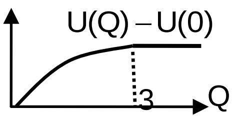
Λύση. Η εξίσωση ζήτησης ορίζεται στα διαστήματα: $\{0 \le P \le 3/2, \quad 0 \le Q \le 3\}$

1. Η υπερβάλλουσα χρησιμότητα δίνεται από το ολοκλήρωμα της αντίστροφης συνάρτησης ζήτησης:

$D: Q = 3 - 2P \Rightarrow D^{-1}: P = 3/2 - Q/2$

$$U(Q) - U(0) = \int_0^Q D^{-1}(Q)dQ = \int_0^Q \left(\frac{3}{2} - \frac{Q}{2}\right)dQ = \frac{3}{2}Q - \frac{1}{4}Q^2$$

$$= \frac{1}{4}Q(6 - Q), \quad \text{για } \; Q \le 3$$



Μετά μένει σταθερή λόγω κορεσμού, διότι η τιμή ζήτησης είναι μηδενική.

2. Για τιμή $p = 1/2$ έχουμε αντίστοιχη κατανάλωση $q = 3 - 2(1/2) = 2$, και βρίσκουμε:

$U(q) - U(0) = \frac{3}{2}q - \frac{1}{4}q^2 = \frac{3}{2}2 - \frac{1}{4}2^2 = 2$, υπερβάλλουσα χρησιμότητα

$pq = \frac{1}{2}2 = 1$, δαπάνη της κατανάλωσης

Η διαφορά τους μας δίνει το πλεόνασμα του καταναλωτή:

$CS(q) = [U(q) - U(0)] - pq = 2 - 1 = 1$

▲

<u>12</u>

Η προσφορά Q ενός προιόντος σε σχέση με την μοναδιαία τιμή του P δίνεται από την συνάρτηση προσφοράς:

$$S: Q = -1 + P$$

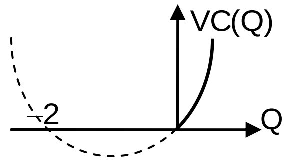
1. Να βρεθεί η συνάρτηση μεταβλητού κόστους $VC(Q) = C(Q) - C(0)$ που δημιουργεί την παραπάνω προσφορά. Να γίνει και το γράφημά της

2. Αν η μοναδιαία τιμή του προιόντος είναι: $p = 2$, να υπολογιστεί το πλεόνασμα του προμηθευτή.

<u>Λύση.</u> Η εξίσωση προσφοράς ορίζεται για τιμές: $P \geq 1$

1. Η συνάρτηση μεταβλητού κόστους δίνεται από το ολοκλήρωμα της αντίστροφης συνάρτησης προσφοράς:

$$S: Q = -1 + P \Rightarrow S^{-1}: P = 1 + Q$$



$$VC(Q) = C(Q) - C(0) = \int_0^Q S^{-1}(Q)dQ = \int_0^Q (1+Q)\,dQ = Q + \frac{1}{2}Q^2$$

$$= \frac{1}{2}Q(Q+2)$$

2. Για τιμή $p = 2$ έχουμε αντίστοιχη προσφορά $q = -1 + p = -1 + 2 = 1$, και βρίσκουμε:

$pq = 2 \cdot 1 = 2$, έσοδο

$VC(q) = C(q) - C(0) = q + \frac{1}{2}q^2 = 1 + \frac{1}{2}1^2 = 3/2$, μεταβλητό κόστος

Η διαφορά τους μας δίνει το πλεόνασμα του προμηθευτή:

$$SS(q) = pq - [C(q) - C(0)] = 2 - 3/2 = 1/2$$

▲

<u>13</u>

Θεωρούμε τις παρακάτω γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης-προσφοράς:

$$\left.\begin{aligned} D&: Q = 2 - P \\ S&: Q = -1 + P \end{aligned}\right\}$$

Να υπολογιστεί το συνολικό πλεόνασμα

<u>Λύση.</u> Υπολογίζουμε πρώτα τις τιμές ισορροπίας, καθώς και τις αντίστροφες συναρτήσεις ζήτησης-προσφοράς::

$$\left.\begin{aligned} D&: Q = 2 - P \\ S&: Q = -1 + P \end{aligned}\right\} \Rightarrow \{p = 3/2,\ q = 1/2\},\ \left.\begin{aligned} D^{-1}&: P = 2 - Q \\ S^{-1}&: P = 1 + Q \end{aligned}\right\}$$

Για το συνολικό πλεόνασμα βρίσκουμε:

$$TS = \int_0^q [D^{-1}(Q) - S^{-1}(Q)]dQ = \int_0^{1/2} [(2-Q) - (1+Q)]dQ = \int_0^{1/2} (1-2Q)dQ$$

$$= Q - Q^2 \Big|_0^{1/2} = 1/2 - 1/4 = 1/4$$

▲