Micro-foundations of macroeconomics

(or Το υπόδειγμα Άριστης Οικονομικής Μεγέθυνσης)

A. Αποκεντρωμένη Οικονομία

Υποθέστε μία κλειστή οικονομία η οποία απαρτίζεται από πλήθος όμοιων νοικοκυριών και πλήθος όμοιων επιχειρήσεων. Συνεπώς, επιλέγουμε να μελετήσουμε τη συμεριφορά του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού και της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης.

Το αντιπροσωπευτικό νοικοκυριό επιλέγει πόσο θα καταναλώσει, πόσο θα εργασθεί και πόσο θα αποταμιεύσει, με κριτήριο τη μεγιστοποίηση της διαχρονικής του ευημερίας και σεβόμενο τους εισοδηματικούς περιορισμούς που αντιμετωπίζει. Τις αποταμιεύσεις του τις επενδύει σε φυσικό κεφάλαιο το οποίο δανείζει στην επιχείρηση και για το οποίο λαμβάνει τόκο/απόδοση. Επίσης, προσφέρει εργασία στην επιχείρηση για την οποία λαμβάνει μισθό. Τέλος είναι αγοραστής των μετοχών της επιχείρησης και ως εκ τούτου το εισοδημά του συμπληρώνεται από τα μερίσματα της επιχείρησης. Note that we have all basic consumption-saving-work decisions.

Η αντιπροσωπευτική επιχείρηση από την άλλη πλευρά παράγει ένα μοναδικό προϊόν χρησιμοποιώντας κεφάλαιο και εργασία. Επιλέγει την ποσότητα του κεφαλαίου και της εργασίας που θα χρησιμοποιήσει με κριτήριο την μεγιστοποίηση των κερδών της.

Υποθέτουμε διακριτό χρόνο, άπειρο χρονικό ορίζοντα και πλήρη βεβαιότητα.

A.1 Το πρόβλημα του αντιπροσωπευτικού νοικοκυριού

Το αντιπροσωπευτικό νοικοκυριό επιλέγει πόσο θα καταναλώσει και πόσο θα αποταμιεύσει/επενδύσει προκειμένου να μεγιστοποιήσει τη διαχρονική του ευημερία που δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log c_t \tag{1}$$

Όπου $0 < \beta < 1$ είναι ο συντελεστής χρονικής προεξόφλησης που δείχνει τον βαθμό που το νοικοκυριό ενδιαφέρεται για τη μελλοντική του ευημερία σε σχέση με την σημερινή και c_t η καταναλωσή του την περίοδο t. Note that the utility function is increasing and concave in its argument.

Ο εισοδηματικός περιορισμός που αντιμετωπίζει το νοικοκυριό σε κάθε χρονική περίοδο είναι ο ακόλουθος:

$$c_t + i_t = r_t k_t + w_t l_t + \pi_t \tag{2}$$

Όπου i_t είναι η επένδυση την περίοδο t, r_t είναι η αμοιβή του κεφαλαίου την περίοδο t, k_t είναι το φυσικό κεφάλαιο στο τέλος της περιόδου $t-1$ ή στην αρχή της περιόδου t, w_t ο μισθός την περίοδο t, l_t η ποσότητα εργασίας την οποία τα νοικοκυριά προσφέρουν στην περίοδο t και π_t τα μερίσματα που λαμβάνει το νοικοκυριό από τη λειτουργία της επιχείρησης. Για λόγους αλγεβρικής απλοποίησης και μόνο θα υποθέσουμε ότι το νοικοκυριό προσφέρει ανελαστικά μία μονάδα εργασίας άρα $l_t = 1$. We assume that the household λαμβάνει τις αποφάσεις του παίρνοντας σαν δεδομένα το ύψος της αμοιβής του κεφαλαίου, r_t, το μισθό, w_t, καθώς και τα μερίσματα, π_t, ενώ είναι γνωστό το ύψος του φυσικού κεφαλαίου στην αρχή της περιόδου t, k_t (that is, its acts perfectly competitively). Note that το αριστερό κομμάτι της (2) δίνει το σκέλος της δαπάνης ενώ το δεξιό το σκέλος του εισοδήματος.

Η επένδυση δίνεται από:

$$i_t = k_{t+1} - (1-\delta)k_t \tag{3}$$

Όπου k_{t+1} είναι το φυσικό κεφάλαιο στο τέλος της περιόδου t ή στην αρχή της περιόδου $t+1$ και $0 \leq \delta \leq 1$ είναι ο συντελεστής απόσβεσης του κεφαλαίου. Για λόγους αλγεβρικής απλοποίησης υποθέτουμε ότι $\delta = 1$, δηλαδή έχουμε πλήρη απόσβεση κεφαλαίου. Έτσι, λοιπόν το πρόβλημα του νοικοκυριού ξαναγράφεται ως εξής:

$$\max_{c_t, k_{t+1}} \left[\log c_0 + \beta \log c_1 + \beta^2 \log c_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\right]$$

Ούτως ώστε σε κάθε χρονική περίοδο να ικανοποιείται ο ακόλουθος εισοδηματικός περιορισμός:

$$c_t + k_{t+1} = r_t k_t + w_t + \pi_t \tag{4}$$

Παρατηρώντας carefully το πρόβλημα διαπιστώνουμε ότι μόνο δύο διαδοχικές περίοδοι παίζουν ρόλο για την άριστη επιλογή του c_t και του k_{t+1} σε οποιαδήποτε χρονική περίοδο t, οπότε το πρόβλημα του νοικοκυριού είναι δυνατό να ξαναγραφεί ως εξής:

$$\max_{c_t, k_{t+!}} \left[\log c_t + \beta \log c_{t+1}\right] \tag{5}$$

Ούτως ώστε να ικανοποιείται η (4). Λύνοντας την (4) ως προς c_t και αντικαθιστώντας στην (5) και γράφοντας την (4) μία περίοδο μπροστά, λύνοντας ως προς c_{t+1} και αντικαθιστώντας στην (5), μετατρέπουμε το πρόβλημα από ενα πρόβλημα με περιορισμούς σε ένα πρόβλημα χωςρίς περιορισμούς:

$$\max_{c_t, k_{t+!}} \left[\log(r_t k_t + w_t + \pi_t - k_{t+1}) + \beta \log(r_{t+1} k_{t+1} + w_{t+1} + \pi_{t+1} - k_{t+2}) \right] \tag{6}$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης ως προς k_{t+1} από τη μεγιστοποίηση της (6) δίνει την ακόλουθη σχέση:

$$\frac{1}{c_t}(-1) + \beta \frac{1}{c_{t+1}} r_{t+1} = 0 \Rightarrow \frac{c_{t+1}}{c_t} = \beta r_{t+1} \tag{7}$$

Η εξίσωση (7) είναι η γνωστή εξίσωση Euler, η οποία δίνει τον διαχρονικό λόγο υποκατάστασης μεταξύ κατανάλωσης της περιόδου t και της περιόδου $t+1$. Οι εξισώσεις (7) και (4) απαρτίζουν ένα σύστημα δύο εξισώσεων σε δύο αγνώστους, c and k.

A.2 Το πρόβλημα της αντιπροσωπευτικής επιχείρησης

Η αντιπροσωπευτική επιχείρηση χρησιμοποιεί κεφάλαιο και εργασία προκειμένου να παράγει ένα μοναδικό αγαθό σύμφωνα με την ακόλουθη συνάρτηση παραγωγής:

$$y_t = A k_t^{\alpha} l_t^{1-\alpha} \tag{8}$$

Όπου $A>0$ είναι μία σταθερά – συντελεστής τεχνολογίας, $0<\alpha<1$ μία σταθερά η οποία ουσιαστικά καθορίζει την παραγωγικότητα του φυσικού κεφαλαίου και l_t η ποσότητα εργασίας την περίοδο t.

Η επιχείρηση επιλέγει το k_t και το l_t με κριτήριο τη μεγιστοποίηση των κερδών της σε κάθε περίοδο t. Η συνάρτηση κερδών της επιχείρησης σε μία οποιαδήποτε περίοδο t είναι η ακόλουθη:

$$\pi_t \equiv y_t - r_t k_t - w_t l_t \tag{9}$$

Όπως είναι προφανές από την εξίσωση (9) το πρόβλημα της επιχείρησης είναι στατικό σε αντιδιαστολή με το πρόβλημα του νοικοκυριού που είναι δυναμικό. Οι συνθήκες πρώτης τάξεως ως προς το κεφάλαιο και την εργασία είναι:

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial k_t} = 0 \Rightarrow r_t = \alpha A k_t^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha} \tag{10a}$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial l_t} = 0 \Rightarrow w_t = (1-\alpha) A k_t^{\alpha} l_t^{-\alpha} \tag{10b}$$

Προσέξτε ότι οι σχέσεις (10a)-(10b) εάν αντικατασταθούν στην συνάρτηση των κερδών υπονοούν ότι σε κάθε περίοδο t:

$$\pi_t = 0 \tag{10c}$$

Δηλαδή η επιχείρηση δεν μπορεί παρά να έχει μόνο κανονικά κέρδη.

Α.3 Ανταγωνιστική Ισορροπία

Ορίζεται ως η κατανομή πόρων $\{c_t, k_{t+1}, l_t, y_t\}_{t=0}^{\infty}$ και τιμών $\{r_t, w_t\}_{t=0}^{\infty}$ η οποία προκύπτει εάν: (α) Τα νοικοκυριά μεγιστοποιούν την ευημερία τους, (β) Οι επιχειρήσεις μεγιστοποιούν τα κέρδη τους, (γ) Όλοι οι περιορισμοί ικανοποιούνται και (δ) Όλες οι αγορές «καθαρίζουν».

Έτσι λοιπόν στην ανταγωνιστική ισορροπία η προσφορά εργασίας από την πλευρά των νοικοκυριών πρέπει να ισούται με τη ζήτηση εργασίας από την πλευρά των επιχειρήσεων, άρα πρέπει $l_t^s = l_t^d$ αλλά αφού $l_t^s = 1$, θα έχουμε και $l_t^d = 1$. Θέτοντας $l_t = 1$ το προϊόν στην ανταγωνιστική ισορροπία από τη σχέση (8) γίνεται:

$$y_t = Ak_t^{\alpha} \tag{11}$$

Επίσης οι (10a)-(10b) γίνονται:

$$r_t = \alpha A k_t^{\alpha-1} \tag{12a}$$

$$w_t = (1-\alpha) A k_t^{\alpha} \tag{12b}$$

Η εξίσωση (7) σε συνδυασμό με την (12a) γραμμένη μία περίοδο μπροστά δίνει:

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \alpha\beta A k_{t+1}^{\alpha-1} \tag{13}$$

Τέλος, η σχέση (4) εφόσον χρησιμοποιήσουμε τις (12a)-(12b) και τη (10c) γίνεται:

$$c_t + k_{t+1} = Ak_t^{\alpha} \tag{14}$$

Οι σχέσεις (11), (12a), (12b), (13) και (14) απαρτίζουν μία ανταγωνιστική ισορροπία. 'Εχουμε 5 δυναμικές εξισώσεις σε 5 αγνώστους που είναι $\{c_t, k_{t+1}, y_t, r_t, w_t\}_{t=0}^{\infty}$.

A.4 Ένα παράδειγμα δύο περιόδων

Ενας εύκολος τρόπος να εξάγουμε λύσεις κλειστού τύπου είναι να υποθέσουμε ότι η οικονομία μας υφίσταται μόνο για δύο (2) περιόδους, 1 και 2.

Τότε, έχουμε από τις (11), (12a), (12b), (13) και (14):

$$y_1 = Ak_1^{\alpha} \quad \text{για την πρώτη περίοδο} \tag{15a}$$

$$y_2 = Ak_2^{\alpha} \quad \text{για την δεύτερη περίοδο} \tag{15b}$$

$$r_2 = \alpha Ak_2^{\alpha-1} \quad \text{για την δεύτερη περίοδο} \tag{16a}$$

$$w_2 = (1-\alpha)Ak_2^{\alpha} \quad \text{για την δεύτερη περίοδο} \tag{16b}$$

$$\frac{c_2}{c_1} = \alpha\beta Ak_2^{\alpha-1} \tag{17}$$

$$c_1 + k_2 = Ak_1^{\alpha} \quad \text{για την πρώτη περίοδο} \tag{18a}$$

$$c_2 + k_3 = Ak_2^{\alpha} \quad \text{για την δεύτερη περίοδο} \tag{18b}$$

Πρόσεξτε ότι αφού η οικονομία μας υφίσταται μόνο για 2 περιόδους, $k_3 \equiv 0$ στην (18b).

Οι εξισώσεις (17), (18a) και (18b) απαρτίζουν ένα σύστημα τριών εξισώσεων σε τρείς αγνώστους, δηλαδή τα c_1, c_2 και k_2. Από (18a) και (18b) έχουμε:

$$c_1 = Ak_1^{\alpha} - k_2 \tag{19a}$$

$$c_2 = Ak_2^{\alpha} \tag{19b}$$

Η (17) με βάση τις (19a) και (19b) δίνει:

$$\frac{Ak_2^{\alpha}}{Ak_1^{\alpha} - k_2} = \alpha\beta A k_2^{\alpha-1} \Rightarrow \frac{1}{Ak_1^{\alpha} - k_2} = \frac{\alpha\beta}{k_2} \Rightarrow k_2 = \frac{\alpha\beta}{1+\alpha\beta} Ak_1^{\alpha} \tag{20}$$

Η (19b) σε συνδυασμό με την (20) δίνει:

$$c_2 = A^{1+\alpha}\left[\frac{\alpha\beta}{1+\alpha\beta}\right]^{\alpha} k_1^{\alpha^2} \tag{21}$$

Τέλος, η (19a) σε συνδυασμό με την (20) δίνει:

$$c_1 = \frac{1}{1+\alpha\beta} Ak_1^{\alpha} \tag{22}$$

Οι σχέσεις (20), (21) και (22) δίνουν τις κατανομές c_1, c_2 και k_2 σε μία ανταγωνιστική ισορροπία, συναρτήσει του δεδομένου k_1 και των παραμέτρων της οικονομίας, α, β και A. Όπως θα αποδείξουμε στη συνέχεια αυτή η ισορροπία, αν και αποκεντρωμένη, ισοδυναμεί με την κατά Pareto άριστη κατανομή πόρων.

Β. Το πρόβλημα του Κοινωνικού Σχεδιαστή

Υποθέστε τώρα ότι υπάρχει ένας Κοινωνικός Σχεδιαστής ο οποίος επιλέγει για λογαριασμό των παραγόντων της οικονομίας το ύψος της κατανάλωσης και της επένδυσης προκειμένου να μεγιστοποιήσει τη διαχρονική ευημερία όπως αυτή δίνεται από την εξίσωση (1). Ο Κοινωνικός Σχεδιαστής περιορίζεται μόνο από τη συνάρτηση παραγωγής που δίνεται από την εξίσωση (8) και τον εισοδηματικό περιορισμό:

$$Y = Ak_t^{\alpha} = c_t + k_{t+1} \tag{23}$$

Έτσι το πρόβλημα τώρα είναι ο Κοινωνικός Σχεδιαστής να επιλέξει σε κάθε χρονική περίοδο t, τα c_t και k_{t+1} που θα δώσουν τη μέγιστη δυνατή τιμή στην (1) ούτως ώστε σε κάθε περίοδο t να ικανοποιείται η (23). Ακολουθώντας ακριβώς την ίδια μαθηματική λογική όπως και στο τμήμα Α καταλήγουμε στις σχέσεις (13) και (14). Εν συνεχεία, υποθέτοντας μόνο δύο περιόδους, μπορούμε να πάρουμε τις ίδιες κατανομές κατανάλωσης, c_1, c_2 και κεφαλαίου, k_2 όπως αυτές που δίνονται από τις σχέσεις (22), (21) και (20) αντίστοιχα.

Άρα σε μία οικονομία σαν αυτή που αναλύθηκε, η αποκεντρωμένη δομή μέσω της ανταγωνιστικής ισορροπίας, «παράγει» ακριβώς την ίδια κατανομή πόρων μεταξύ κατανάλωσης και συσσώρευσης κεφαλαίου, όπως αυτή που «παράγεται» από το πρόβλημα του Κοινωνικού Σχεδιαστή. **Συνεπώς**, οι σχέσεις (20), (21) και (22) δίνουν μία κατά Pareto άριστη κατανομή των πόρων.

But this equivalence does not hold if there are imperfections at market or policy level.

Βαγγέλης Βασιλάτος, Γιώργος Οικονομίδης

Μάϊος 2009