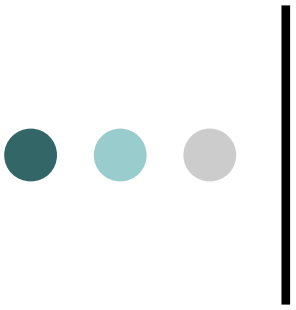




Scheduling

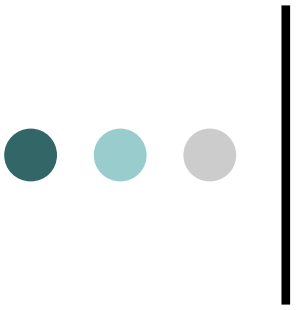


Παράδειγμα

- Έστω ότι έχουμε δύο εργασίες, E1 και E2 οι οποίες πρέπει να περάσουν από δύο μηχανές πρώτα από τη M1 και στην συνέχεια από τη M2
- Οι χρόνοι επεξεργασίας είναι:

	M1	M2
E1	2	7
E2	5	3

- Με ποια σειρά θα πρέπει να περάσουν οι εργασίες από τις μηχανές, ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο χρόνος της παραγωγής;

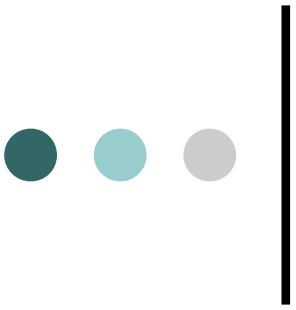


Λύση (1)

- Αν γίνει πρώτα η **E1** και στην συνέχεια η **E2**, έχουμε:

M1→	E1	E2	
M2→		E1	E2
Χρόνος στην M1	1-2	3-7	
Χρόνος στην M2		3-9	10-12

- Η διαδικασία θα ολοκληρωθεί τη χρονική στιγμή **12**
- Ο χρόνος που οι μηχανές μένουν αχρησιμοποίητες είναι: 2 για τη M2 και 5 για τη M1

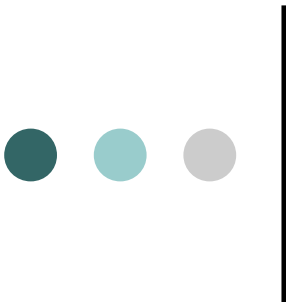


Λύση (2)

- Αν γίνει πρώτα η **E2** και στην συνέχεια η **E1**, έχουμε:

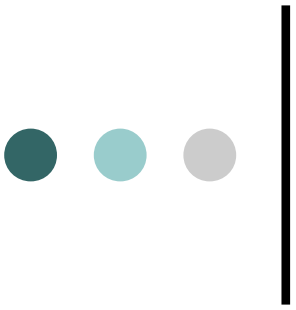
M1→	E2	E1	
M2→		E2	E1
Χρόνος στην M1	1-5	6-7	
Χρόνος στην M2		6-8	9-15

- Η διαδικασία θα ολοκληρωθεί τη χρονική στιγμή **15**
- Ο χρόνος που οι μηχανές μένουν αχρησιμοποίητες θα είναι: 5 για τη M2 και 8 για τη M1



Συνολικός χρόνος επεξεργασίας με δύο μηχανές

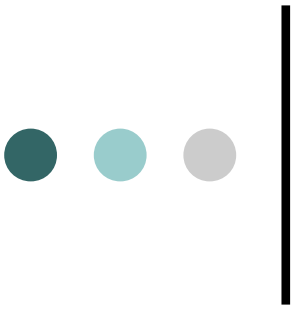
- Επιλύεται με τον αλγόριθμο του *Johnson*. Συγκεκριμένα:
 - Επιλέγουμε τον μικρότερο χρόνο περάτωσης ανάμεσα στους χρόνους και των δύο μηχανών ($p11... p1$, $p12... p2$)
 - Αν ο χρόνος $p1$ είναι ο μικρότερος τότε τοποθετούμε την εργασία r στην **νωρίτερα** διαθέσιμη θέση, αν ο χρόνος $p2$ είναι ο μικρότερος τοποθετούμε την εργασία r στην **τελευταία** διαθέσιμη θέση
 - Επαναλαμβάνουμε τα προηγούμενα βήματα για τις εργασίες που έχουν μείνει μέχρι να διαταχθούν όλες



Παράδειγμα με δύο μηχανές

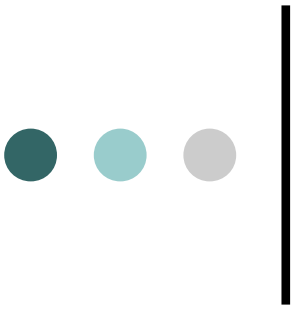
- Έστω ότι έχουμε 6 εργασίες που θα πρέπει να περάσουν πρώτα από τη μηχανή M1 και στη συνέχεια από τη μηχανή M2
- Με ποια σειρά θα πρέπει να γίνουν οι εργασίες;
- Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τον χρόνο περάτωσης κάθε εργασίας σε κάθε μηχανή σε ώρες:

Εργασίες	Χρόνος στη M1	Χρόνος στη M2
1	2	5
2	1	2
3	8	3
4	4	1
5	3	4
6	2	4



Λύση

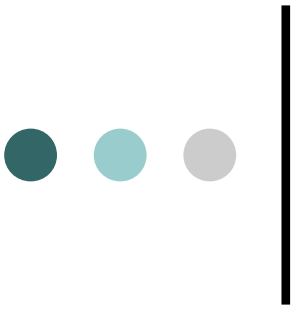
- Ο μικρότερος χρόνος περάτωσης εργασίας είναι αυτός της εργασίας E2 στη μηχανή M1 και της E4 στη M2
- Η E2 θα γίνει πρώτη και η E4 τελευταία
- Ο επόμενος μικρότερος χρόνος είναι των εργασιών E1 και E6 στη μηχανή M1 επομένως η E1 θα γίνει δεύτερη και η E6 θα γίνει τρίτη ή αντίστροφα
- Προτείνεται να γίνει πρώτα η E1 διότι ο χρόνος επεξεργασίας της στη δεύτερη μηχανή είναι μεγαλύτερος απ'ότι της E6
- Ο επόμενος μικρότερος χρόνος είναι της εργασίας E5 στη μηχανή M1 και της E3 στη M2
- Επομένως η E5 θα γίνει τέταρτη και η E3 δεύτερη από το τέλος, δηλαδή πέμπτη



Λύση (2)

- Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι εργασίες με τη σειρά που περνάνε από τις μηχανές και οι χρόνοι ολοκλήρωσής τους:

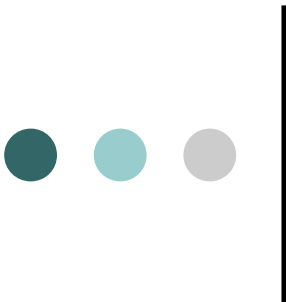
	Χρόνος στη M1		Χρόνος στη M2	
Εργασίες	In	Out	In	Out
2	0	1	1	3
1	1	3	3	8
6	3	5	8	12
5	5	8	12	16
3	8	16	16	19
4	16	20	20	21



Τρεις Μηχανές

- Αποτελεί πρόβλημα που δεν επιλύεται με ακριβείς αλγορίθμους
- Σε ορισμένες περιπτώσεις, η γενίκευση του αλγορίθμου του Johnson δίνει τη βέλτιστη λύση
 - Αν p_{i1}, p_{i2}, p_{i3} είναι οι χρόνοι επεξεργασίας κάθε εργασίας i στις μηχανές και
 - Αν $\max(p_{i2}) \leq \min(p_{i1})$ ή $\max(p_{i2}) \leq \min(p_{i3})$ για όλα τα i
 - Τότε το πρόβλημα μπορεί να αναχθεί σε πρόβλημα δύο μηχανών με χρόνους επεξεργασίας

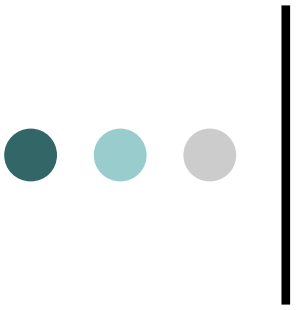
$$p'_{i1} = p_{i1} + p_{i2} \quad \text{και} \quad p'_{2i} = p_{i2} + p_{i3}$$



Παράδειγμα

- Έστω ότι έχουμε **5 εργασίες** που θα πρέπει να περάσουν πρώτα από τη μηχανή M1 μετά από τη μηχανή M2 και τέλος από την τη μηχανή M3
- Με ποια σειρά θα πρέπει να γίνουν οι εργασίες;
- Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τους χρόνους περάτωσης κάθε εργασίας σε κάθε μηχανή σε ώρες:

Εργασίες	Χρόνος στη M1	Χρόνος στη M2	Χρόνος στη M3
1	7	5	8
2	9	5	10
3	8	2	6
4	6	3	7
5	12	4	11



Λύση

- Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι εργασίες με τη σειρά που περνάνε από τις μηχανές και οι χρόνοι ολοκλήρωσής τους:

	M1		M2		M3	
Εργασίες	In	Out	In	Out	In	Out
4	0	6	6	9	9	16
1	6	13	13	18	18	26
2	13	22	22	27	27	37
5	22	34	34	38	38	49
3	34	42	42	44	49	55