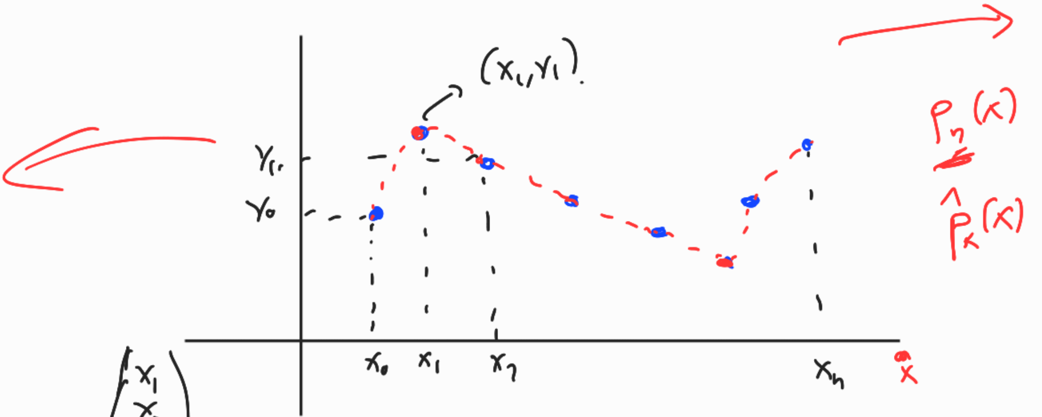


$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$\rightarrow \|x\|_\infty = \max_i \{|x_i|\}$

$\rightarrow \|x\|_2 = \left(\sum |x_i|^2\right)^{1/2} = \sqrt{|x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_n|^2}$

$\rightarrow \|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$

$\hat{x} \qquad x^* \qquad \hat{x}, x^* \in \mathbb{R}^n$

$\vec{\varepsilon} = \|\hat{x} - x^*\|_{\infty, 2, 1}$

$x \odot y$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \cdot y_1 \\ x_2 \, y_2 \\ \\ x_n \, y_n \end{pmatrix}$$

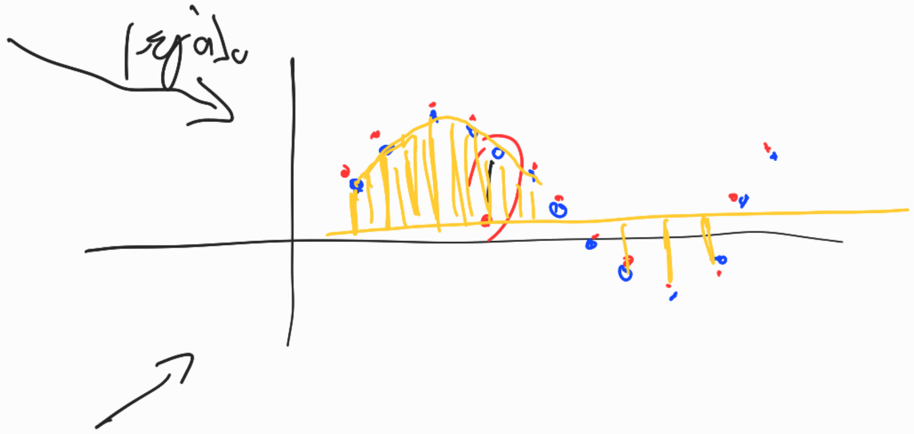
$\rightarrow x^T \cdot y$

$x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$

$\rightarrow x \cdot y^T \rightarrow \operatorname{rank}(x y^T) = 1$

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \\ y_1 \cdot x & y_2 x & \dots \\ \vdots & \vdots & \end{bmatrix}$$

$\|\varepsilon\|_\infty = \|\hat{x} - x^*\|_\infty =$



$\int_a^b (f - p)^2 \, dx =$

$\int_a^b \varepsilon^2 \, dx =$

$$\boxed{\frac{1}{n}\|\varepsilon\|_2} = \frac{1}{n}\sqrt{(\hat{x}_1 - x_1^*)^2 + (\hat{x}_2 - x_2^*)^2 + \dots + (\hat{x}_n - x_n^*)^2} \approx 0$$

$2 \quad p_1(x)$

$$\min_{\{a,b\}} \| y - (ax+b) \|_2 = \min_d \| y - Ad \|_2$$

$$\min_{\{a,b,\gamma\}} \| y - (ax^2 + \beta x + \gamma) \|_2$$

$$y = f(x) \qquad \| y - (ax+b) \|_2$$

$$\overset{A}{\begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ x_3 & 1 \\ \vdots & \\ x_n & 1 \end{bmatrix}} \overset{d}{\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}} \approx \overset{Y}{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}} \rightsquigarrow \boxed{A^T A d = A^T y}$$

n

$$A = \begin{bmatrix} | & | & & | \\ \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \\ | & | & & | \end{bmatrix} \qquad A^T A = \begin{bmatrix} (- \vec{a}_1 -) \\ (- \vec{a}_2 -) \\ \vdots \\ (- \vec{a}_n -) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & | & & | \\ \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \\ | & | & & | \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} \langle \vec{a}_1, \vec{a}_1 \rangle & \langle \vec{a}_1, \vec{a}_2 \rangle & \cdots & \langle \vec{a}_1, \vec{a}_n \rangle \\ \langle \vec{a}_2, \vec{a}_1 \rangle & \langle \vec{a}_2, \vec{a}_2 \rangle & \cdots & \langle \vec{a}_2, \vec{a}_n \rangle \\ \vdots & & & \\ \langle \vec{a}_n, \vec{a}_1 \rangle & & \cdots & \langle \vec{a}_n, \vec{a}_n \rangle \end{bmatrix}$$

$\| \ \|_2$

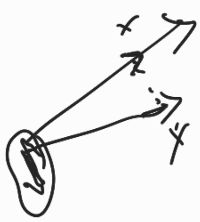
$\|a_n\|_2^2$

$$\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

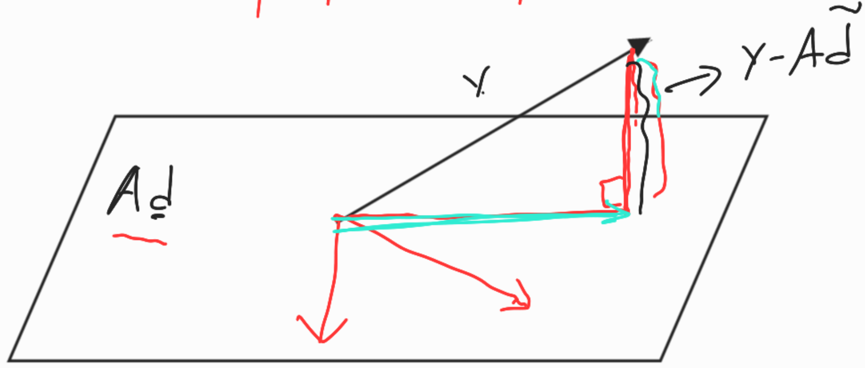
$x, y \in \mathbb{R}$

$$(A^T A)^T = A^T A$$

Σd..



Γεωμετρική ερμηνεία των ΚΕ



$$(y - A\tilde{d}) \perp Ad \quad \forall d$$

$$A^T(y - A\tilde{d}) = 0$$

$$A^T y = A^T A d$$

$$\boxed{A = QR}$$

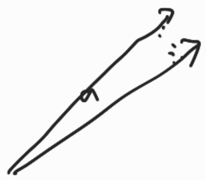
Q: ορθογώνιος πίνακας

R: άνω τριγωνικός με θετικά διαγώνια στοιχεία

$Q^TQ = I$ (ορθογώνιος)

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ & r_{22} & & \vdots \\ 0 & & \ddots & \vdots \\ & & & r_{nn} \end{bmatrix}$$

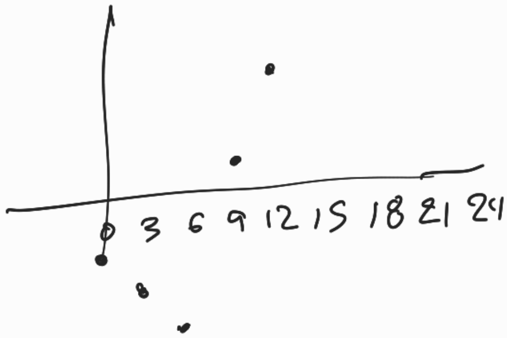
$$\underset{A}{\begin{bmatrix} | & | & & | \\ \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \\ | & | & & | \end{bmatrix}} \xrightarrow{R} \underset{Q}{\begin{bmatrix} | & | & & | \\ \vec{q}_1 & \vec{q}_2 & \cdots & \vec{q}_n \\ | & | & & | \end{bmatrix}}$$



$$A^TAd = A^Ty \qquad (A = QR)$$

$$R^T\underbrace{Q^TQ}_{I}Rd = R^TQ^Ty \Rightarrow \boxed{Rd = Q^Ty}$$

H	°C	t
12 nf	-1	0
3 nf	-2	1/8
6 nf	-3	2/8
9 nf	1	3/8
12 nf	5	
3 nf	7	
6 nf	4	
9 nf	2	7/8



$$\Rightarrow \; y = c_1 + c_2 \cos 2\pi(t) + c_3 \sin 2\pi(t)$$

$$\left.\begin{aligned}
y_1 &= -1 \overset{(?)}{=} c_1 + c_2 \cos 2\pi \cdot 0 + c_3 \sin 2\pi \cdot 0 \\
y_2 &= -2 \overset{(?)}{=} c_1 + c_2 \cos 2\pi \tfrac{1}{8} + c_3 \sin 2\pi \cdot \tfrac{1}{8} \\
&\vdots \\
y_8 &= 2 \overset{(?)}{=} c_1 + c_2 \cos 2\pi \tfrac{7}{8} + c_3 \sin 2\pi \tfrac{7}{8}
\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$A \cdot c = Y$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \cos 0 & \sin 0 \\ 1 & \cos \frac{\pi}{4} & \sin \frac{\pi}{4} \\ 1 & & \\ \vdots & & \\ 1 & \cos \frac{7\pi}{4} & \sin \frac{7\pi}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_8 \end{bmatrix}$$

c

$\rightarrow Y = c_1 e^{c_2 t}$ (2)

$$Y = c_1 e^{t} + c_2 \cos 2\pi t + c_3 \log(t+1)$$

Για να αντιμετωπίσουμε το (2) έχουμε δύο επιλογές

a) (δύσκολο) : Να λύσουμε το μη γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης

β) (εύκολο) : Να "γραμμικοποιήσουμε" το μη γραμμικό πρόβλημα

π.χ στην (2)

$$\ln y = \ln(c_1 e^{c_2 t}) = \ln c_1 + c_2 t$$

t_i	Y_i	$\ln Y_i$
		$\vdots$

ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΤΟ ΓΡΑΜ ΜΕ ΤΟ ΑΡΧΙΚΟ μη γραμμικό

Ελαχ: $(c_1 e^{c_2 t_1} - y_1)^2 + (c_1 e^{c_2 t_2} - y_2)^2 + \dots + (c_1 e^{c_2 t_n} - y_n)^2$

Ελαχ: $(\ln c_1 + c_2 t_1 - \ln y_1)^2 + (\ln c_1 + c_2 t_2 - \ln y_2)^2 + \dots + (\ln c_1 + c_2 t_n - \ln y_n)^2$