

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας με παρατηρήσεις στο εθνικό επίπεδο για τη **γυναικεία συμμετοχή στη βιομηχανία (%)**, τις **στρατιωτικές δαπάνες (% ΑΕΠ)**, τον **δείκτη οικονομικών ανισοτήτων του Gini**, το **ποσοστό του πλούτου που αντιστοιχεί στο τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων**, τις **κρατικές δαπάνες για την εκπαίδευση (% ΑΕΠ)** και τους **ρυθμούς οικονομικής ανάπτυξης (%)**.

1) Χρησιμοποιώντας τη φόρμουλα υπολογισμού του **συντελεστή γραμμικής συσχέτισης** να εκτιμήσετε τη σχέση ανάμεσα στις **οικονομικές ανισότητες** και τις **στρατιωτικές δαπάνες**.

	γυν. βιομ. %	στρατ. δαπ. %	οικον. ανισ.	τοπ 10% εισοδ. %	δαπ. εκπ. %	ρυθ. αναπ. %
	2020	2020	2020	2020	2020	2020
Αυστρία	11,5	0,9	29,8	23,1	5,6	-6,3
Βέλγιο	8,3	1	26	21,4	6,8	-4,8
Βουλγαρία	22,6	1,6	40,5	32,6	4,5	-3,2
Βραζιλία	10,7	1,3	48,9	39,5	5,8	-3,3
Ελβετία	10,2	0,8	33,7	26,4	5,3	-2,1
Χιλή	10,4	2,1	47	37,3	5,6	-6,1
Κίνα	28,6	1,8	37,1	29,4	4,2	2,2
Κύπρος	6,8	1,9	31,7	26,3	5,6	-3,2
Τσεχία	23,5	1,3	26,2	22,5	4,7	-5,3

	X	Ψ	$(X-X_{\mu})*(Ψ-Ψ_{\mu})$	$(X-X_{\mu})^2$	$(Ψ-Ψ_{\mu})^2$
Αυστρία	0,9	29,8	2,99	0,26	34,34
Βέλγιο	1	26	3,96	0,17	93,32
Βουλγαρία	1,6	40,5	0,92	0,04	23,43
Βραζιλία	1,3	48,9	-1,46	0,01	175,30
Ελβετία	0,8	33,7	1,20	0,37	3,84
Χιλή	2,1	47	7,82	0,48	128,60
Κίνα	1,8	37,1	0,56	0,15	2,07
Κύπρος	1,9	31,7	-1,94	0,24	15,68
Τσεχία	1,3	26,2	1,04	0,01	89,49
	X_μέσος=1,41	Ψ_μέσος=35,66	$\Sigma(X-X_{\mu})*(Ψ-Ψ_{\mu}) = 15,09$	$\Sigma(X-X_{\mu})^2=1,73$	$\Sigma(Ψ-Ψ_{\mu})^2=566,06$

Συντελεστής Γραμμικής Συσχέτισης

$$\rho = (15,09) / (1,31 * 23,79) = + 0,48$$

Φαίνεται πως υπάρχει μια **θετική γραμμική σχέση** ανάμεσα στις στρατιωτικές δαπάνες και τον δείκτη των οικονομικών ανισοτήτων του Gini !!!

Ίδιο αποτέλεσμα δίνει και η σχετική συνάρτηση στο φύλλο εργασίας (βλ. **=correl**),

καθώς και η εφαρμογή

<https://www.statskingdom.com/correlation-calculator.html>

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας με παρατηρήσεις στο εθνικό επίπεδο για τη **γυναικεία συμμετοχή στη βιομηχανία (%)**, τις **στρατιωτικές δαπάνες (% ΑΕΠ)**, τον **δείκτη οικονομικών ανισοτήτων του Gini**, το **ποσοστό του πλούτου που αντιστοιχεί στο τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων**, τις **κρατικές δαπάνες για την εκπαίδευση (% ΑΕΠ)** και τους **ρυθμούς οικονομικής ανάπτυξης (%)**.

2) Χρησιμοποιώντας τη φόρμουλα υπολογισμού του **συντελεστή γραμμικής συσχέτισης** να εκτιμήσετε τη σχέση ανάμεσα στις **στρατιωτικές δαπάνες** και τις **δαπάνες για την εκπαίδευση**.

	γυν. βιομ. %	στρατ. δαπ. %	οικον. ανισ.	τοπ 10% εισοδ. %	δαπ. εκπ. %	ρυθ. αναπ. %
	2020	2020	2020	2020	2020	2020
Αυστρία	11,5	0,9	29,8	23,1	5,6	-6,3
Βέλγιο	8,3	1	26	21,4	6,8	-4,8
Βουλγαρία	22,6	1,6	40,5	32,6	4,5	-3,2
Βραζιλία	10,7	1,3	48,9	39,5	5,8	-3,3
Ελβετία	10,2	0,8	33,7	26,4	5,3	-2,1
Χιλή	10,4	2,1	47	37,3	5,6	-6,1
Κίνα	28,6	1,8	37,1	29,4	4,2	2,2
Κύπρος	6,8	1,9	31,7	26,3	5,6	-3,2
Τσεχία	23,5	1,3	26,2	22,5	4,7	-5,3

	X	Ψ	$(X-X_{\mu})*(Ψ-Ψ_{\mu})$	$(X-X_{\mu})^2$	$(Ψ-Ψ_{\mu})^2$
Αυστρία	0,9	5,6	-0,13	0,26	0,07
Βέλγιο	1	6,8	-0,60	0,17	2,13
Βουλγαρία	1,6	4,5	-0,16	0,04	0,71
Βραζιλία	1,3	5,8	-0,05	0,01	0,21
Ελβετία	0,8	5,3	0,02	0,37	0,00
Χιλή	2,1	5,6	0,18	0,48	0,07
Κίνα	1,8	4,2	-0,44	0,15	1,30
Κύπρος	1,9	5,6	0,13	0,24	0,07
Τσεχία	1,3	4,7	0,07	0,01	0,41
	X_μέσος=1,41	Ψ_μέσος=5,34	$\Sigma(X-X_{\mu})*(Ψ-Ψ_{\mu}) = -0,98$	$\Sigma(X-X_{\mu})^2=1,73$	$\Sigma(Ψ-Ψ_{\mu})^2=4,96$

Συντελεστής Γραμμικής Συσχέτισης

$$\rho = (-0,98) / (1,31 * 2,23) = - 0,34$$

Φαίνεται πως υπάρχει μια αρνητική γραμμική σχέση ανάμεσα στις στρατιωτικές δαπάνες και τις δαπάνες για την εκπαίδευση !!!

Ίδιο αποτέλεσμα δίνει και η σχετική συνάρτηση στο φύλλο εργασίας (βλ. =correl),

καθώς και η εφαρμογή

<https://www.statskingdom.com/correlation-calculator.html>

3) Ο παρακάτω πίνακας παρέχει πληροφορίες για την πιθανή γραμμική σχέση ανάμεσα στο **ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων** και τις **στρατιωτικές δαπάνες (% ΑΕΠ)**.

3.1 Με κριτήριο την τιμή του **συντελεστή συσχέτισης του Pearson** πως θα χαρακτηρίζατε τη σχέση ανάμεσα στους δύο υπό εξέταση παράγοντες;

Parameter	Value
Pearson correlation coefficient (r)	0.4918
r^2	0.2419
P-value	0.1244
Covariance	1.2605
Sample size (n)	11
Statistic	1.6944

έντονα θετική γραμμική σχέση

3) Ο παρακάτω πίνακας παρέχει πληροφορίες για την πιθανή γραμμική σχέση ανάμεσα στο **ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων** και τις **στρατιωτικές δαπάνες (% ΑΕΠ)**.

3.2 Με δεδομένο πως στο απλό γραμμικό υπόδειγμα ο συντελεστής προσδιορισμού (R-squared) είναι ίσος με το τετράγωνο του συντελεστή συσχέτισης (r^2) **να αξιολογήσετε την ερμηνευτική ικανότητα του απλού γραμμικού μοντέλου σας.**

ψ : εξαρτημένη μεταβλητή (στρατιωτικές δαπάνες)

χ : ανεξάρτητη μεταβλητή (το ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των εισοδημάτων)

Parameter	Value
Pearson correlation coefficient (r)	0.4918
r^2	0.2419
P-value	0.1244
Covariance	1.2605
Sample size (n)	11
Statistic	1.6944

Ερμηνεία: Περίπου το 24% της συνολικής μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής μπορεί να εξηγηθεί από τη μεταβλητότητα της ανεξάρτητης μεταβλητής

3) Ο παρακάτω πίνακας παρέχει πληροφορίες για την πιθανή γραμμική σχέση ανάμεσα στο **ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων** και τις **στρατιωτικές δαπάνες (% ΑΕΠ)**.

3.3 Με βάση τα αποτελέσματα του πίνακα να χαρακτηρίσετε τη **στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή συσχέτισης**, αφού πρώτα **διατυπώσετε την μηδενική (H_0) και την εναλλακτική (H_1) υπόθεση**. Χρησιμοποιήστε τον κανόνα με την τιμή του **p-value**.

Parameter	Value
Pearson correlation coefficient (r)	0.4918
r^2	0.2419
P-value	0.1244
Covariance	1.2605
Sample size (n)	11
Statistic	1.6944

H_0 (μηδενική υπόθεση): $\rho = 0 \rightarrow$ ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης ΔΕΝ είναι στατιστικά σημαντικός

H_1 (εναλλακτική υπόθεση): ο συντελεστής συσχέτισης είναι στατιστικά σημαντικός (ΔΕΝ είναι μηδέν)

$p\text{-value} > 0,05$ (5%) $\rightarrow$ ΔΕΝ μπορώ να απορρίψω την H_0 (μη στατιστικά σημαντικός συντελεστής γραμμικής συσχέτισης)

3.4 Με βάση το αποτέλεσμα του προηγούμενου ερωτήματος **θα προχωρούσατε τελικά στην ερμηνεία του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης** που περιγράφει τη σχέση ανάμεσα στις στρατιωτικές δαπάνες (Ψ) και το ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων (X);

ΟΧΙ → Δεν έχει νόημα να προχωρήσουμε στην ερμηνεία ενός συντελεστή γραμμικής συσχέτισης που ο έλεγχος της στατιστικής σημαντικότητας μας έδειξε πως ΔΕΝ είναι στατιστικά σημαντικός !!!

4) Χρησιμοποιώντας τη φόρμουλα υπολογισμού των **συντελεστών της παλινδρόμησης** να υπολογίσετε τα α και β (καπελάκι) για το μοντέλο:

$$\text{ρυθμοί_ανάπτυξης } (\psi_i) = \alpha + \beta * \text{γυναίκες_στη_βιομηχανία } (X_i) + \epsilon_i$$

	γυν. βιομ. %	ρυθμ. αναπτ. %				
	(X)	(Ψ)	$\chi_i * \psi_i$	χ_i^2		
Αυστρία	11,5	-6,3	-72,45	132,25		
Βέλγιο	8,3	-4,8	-39,84	68,89		
Βουλγαρία	22,6	-3,2	-72,32	510,76		
Βραζιλία	10,7	-3,3	-35,31	114,49		
Ελβετία	10,2	-2,1	-21,42	104,04		
Χιλή	10,4	-6,1	-63,44	108,16		
Κίνα	28,6	2,2	62,92	817,96		
Κύπρος	6,8	-3,2	-21,76	46,24		
Τσεχία	23,5	-5,3	-124,55	552,25		
Γερμανία	13,9	-4,1	-56,99	193,21		
	$\Sigma \chi_i=146,5$	$\Sigma \psi_i=-36,2$	$\Sigma (\chi_i * \psi_i)=-445,16$	$\Sigma (\chi_i^2)=2.648,25$		

Συντελεστής Παλινδρόμησης

$$b_1 = [-10 \cdot (445,16) + (146,5 \cdot 36,2)] / [10 \cdot (2.648,25) - (146,5)^2] = \\ = 851,7 / 5.020,25 = 0,17$$

Ερμηνεία: *Αν αυξηθεί η συμμετοχή των γυναικών στη βιομηχανία κατά 1 μονάδα (δηλ κατά 1%) τότε θα αυξηθούν οι ρυθμοί οικονομικής ανάπτυξης κατά 0,17 μονάδες (δηλ κατά 0,17%) !!!*

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \cdot \bar{X} = (-36,2/10) - 0,17 \cdot (146,5/10) = -6,10$$

Ίδιο αποτέλεσμα δίνει και η εφαρμογή

<https://www.statskingdom.com/linear-regression-calculator.html>

$$\hat{Y} = -6.1054 + 0.1697X$$

5) Είναι γνωστό πως το μοντέλο ρυθμοί_ανάπτυξης (ψ) = $\alpha + \beta * \text{γυναίκες_στη_βιομηχανία} (X_i)$ + ϵ_i δίνει τιμή συντελεστή γραμμικής συσχέτισης ίση με $\rho=0,51$. Με δεδομένο πως στο απλό γραμμικό υπόδειγμα ο συντελεστής προσδιορισμού (R-squared) είναι ίσος με το τετράγωνο του συντελεστή συσχέτισης (r^2) να αξιολογήσετε την **ερμηνευτική ικανότητα** του απλού γραμμικού μοντέλου σας.

Συντελεστής Προσδιορισμού = $(0,51 * 0,51) = 0,26$ ή 26%

Ερμηνεία: **Περίπου το 26% της συνολικής μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής μας εξηγείται από τη μεταβλητότητα των τιμών της ανεξάρτητης μεταβλητής μας !!!**

6) Η παρακάτω σχέση αποδίδει τη γραμμή της παλινδρόμησης που συνδέει το ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των εισοδημάτων (ψ) με τις κρατικές δαπάνες της εκπαίδευσης ως ποσοστό επί του ΑΕΠ(χ).

$$\hat{Y} = 35.2002 - 1.2756X$$

6.1 Να δώσετε την ερμηνεία του συντελεστή α της παλινδρόμησης.

6.2 Να δώσετε την ερμηνεία του συντελεστή β της παλινδρόμησης.

6.3 Με βάση το αποτέλεσμα της παλινδρόμησης θα λέγατε πως όταν το κράτος ξοδεύει περισσότερα χρήματα για την εκπαίδευση

6) Η παρακάτω σχέση αποδίδει τη γραμμή της παλινδρόμησης που συνδέει το ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των εισοδημάτων (ψ) με τις κρατικές δαπάνες της εκπαίδευσης ως ποσοστό επί του ΑΕΠ(χ).

$$\hat{Y} = 35.2002 - 1.2756X$$

6.1 Να δώσετε την ερμηνεία του συντελεστή α της παλινδρόμησης.

Ακόμη και αν το κράτος δαπανήσει μηδέν ευρώ για την εκπαίδευση θα υπάρχει ένα ποσοστό κοντά στο 35% του παραγόμενου πλούτου που θα συγκεντρώνεται στα χέρια του τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων

6) Η παρακάτω σχέση αποδίδει τη γραμμή της παλινδρόμησης που συνδέει το ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των εισοδημάτων (ψ) με τις κρατικές δαπάνες της εκπαίδευσης ως ποσοστό επί του ΑΕΠ(χ).

$$\hat{Y} = 35.2002 - 1.2756X$$

6.2 Να δώσετε την ερμηνεία του συντελεστή β της παλινδρόμησης.

Μια αύξηση των κρατικών δαπανών για την εκπαίδευση κατά 1 μονάδα (δηλ κατά 1%) θα οδηγήσει στη μείωση του ποσοστού του παραγόμενου πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων κατά περίπου 1,27 μονάδες (δηλ κατά περίπου 1,27%)

6) Η παρακάτω σχέση αποδίδει τη γραμμή της παλινδρόμησης που συνδέει το ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των εισοδημάτων (ψ) με τις κρατικές δαπάνες της εκπαίδευσης ως ποσοστό επί του ΑΕΠ(χ).

$$\hat{Y} = 35.2002 - 1.2756X$$

6.3 Με βάση το αποτέλεσμα της παλινδρόμησης θα λέγατε πως όταν το κράτος ξοδεύει περισσότερα χρήματα για την εκπαίδευση **ΑΜΒΛΥΝΕΙ ΤΙΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΑΝΙΣΟΤΗΤΕΣ (ΚΑΙ ΠΙΟ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ ΜΕΙΩΝΕΙ ΤΗ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗ ΤΟΥ ΠΛΟΥΤΟΥ ΣΤΑ ΧΕΡΙΑ ΤΩΝ ΛΙΓΩΝ)**

6.4 Το ίδιο μοντέλο δίνει τιμή του συντελεστή προσδιορισμού ίση με $R\text{-squared}=0,023$ (ή 2,3%). Τελικά, πως θα χαρακτηρίζατε τις κρατικές δαπάνες για την εκπαίδευση ως πιθανό προσδιοριστικό παράγοντα της υψηλής συγκέντρωσης του πλούτου σε λίγα χέρια;

Φαίνεται πως η μεταβλητότητα των τιμών της ανεξάρτητης μεταβλητής μας μπορεί να εξηγήσει ΜΟΛΙΣ το 2,3% της συνολικής μεταβλητότητας των τιμών της ανεξάρτητης μεταβλητής μας !!!

Αυτό σημαίνει πως οι κρατικές δαπάνες για την εκπαίδευση δε μπορούν να λειτουργήσουν ως ένας ικανοποιητικός παράγοντας επεξήγησης των μεταβολών του ποσοστού του πλούτου που κατέχει η οικονομική ελίτ.

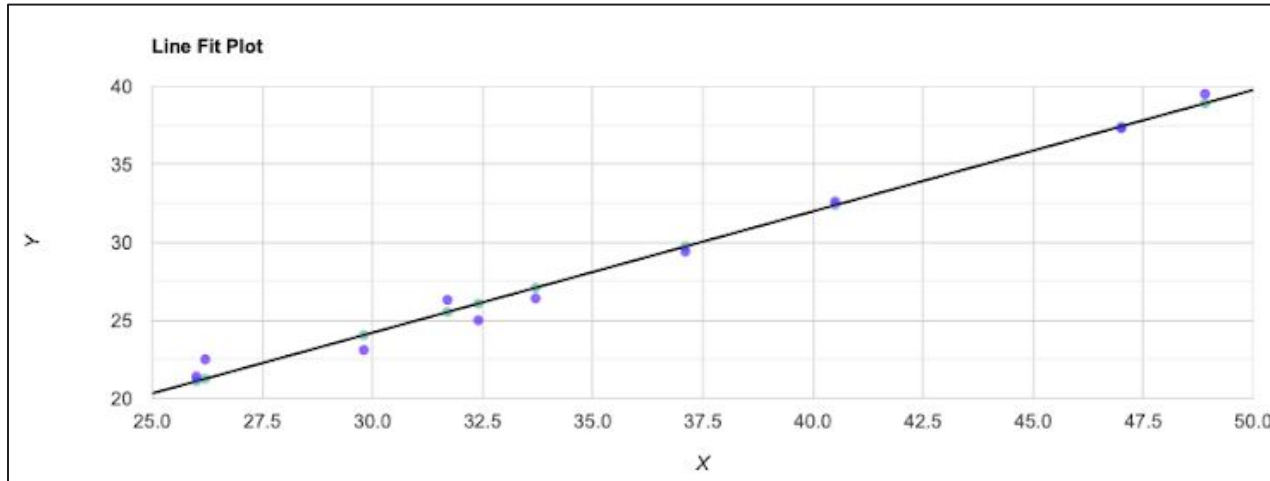
7) Όταν χτίζουμε το απλό γραμμικό μοντέλο που συνδέει το ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων (ψ) με τα ποσοστά συμμετοχής των γυναικών στη βιομηχανία (χ) λαμβάνουμε το ακόλουθο αποτέλεσμα.

$$\hat{Y} = 28.276 + 0.00505X$$

Με βάση την τιμή του συντελεστή β της παλινδρόμησης θα χαρακτηρίζατε τη συμμετοχή των γυναικών στην βιομηχανία ως καλό προσδιοριστικό παράγοντα της υψηλής συγκέντρωσης πλούτου σε λίγα χέρια;

Μια αύξηση της συμμετοχής των γυναικών στη βιομηχανία κατά 1% θα οδηγήσει σε μια σχεδόν αμελητέα αύξηση του ποσοστού του πλούτου που κατέχει η οικονομική ελίτ (αύξηση της τάξεως του 0,005%) → όχι καλός προσδιοριστικός παράγοντας ...

8) Όταν υπολογίζουμε το απλό γραμμικό μοντέλο που συνδέει το ποσοστό του πλούτου που κατέχει το τοπ 10% των υψηλότερων εισοδημάτων (ψ) με τις τιμές του δείκτη οικονομικών ανισοτήτων του Gini (χ) λαμβάνουμε το ακόλουθο διάγραμμα διασποράς. Πως θα χαρακτηρίζατε τη σχέση που προκύπτει:



Σχεδόν **ΤΕΛΕΙΑ**
ΘΕΤΙΚΗ σχέση

(λογικό, αφού και οι δύο δείκτες μετρούν το ίδιο πράγμα, δηλ τις οικονομικές ανισότητες)

9) Να βρεθεί ο συντελεστής προσδιορισμού του προηγούμενου μοντέλου αν είναι γνωστό ότι:

$$SSR=347$$

$$SSE=5$$

$$SST=352$$

$$\text{Συντελεστής Προσδιορισμού} = SSR / SST = 347 / 352 = 0,98 \text{ ή } 98\%$$

10) Με βάση το αποτέλεσμα του προηγούμενου ερωτήματος πως θα χαρακτηρίζατε την ερμηνευτική ικανότητα του μοντέλου σας;

Σχεδόν ΤΕΛΕΙΑ → η κίνηση της ανεξάρτητης μεταβλητής είναι καθρέφτης της κίνησης της εξαρτημένης ...