

Οδηγίες Εργασίας

ΛΟ-ΧΡΗ

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Βήμα 1ο: Επέλεξε την εξαρτημένη (Ψ) και την ανεξάρτητη μεταβλητή (X) σου ...

Χρησιμοποίησε την βάση δεδομένων της παγκόσμιας τράπεζας

→ <https://data.worldbank.org/indicator>

Η **εξαρτημένη** μεταβλητή (Ψ) σου είναι η μεταβλητή του βασικού ενδιαφέροντός σου, δηλ. ο παράγοντας την κίνηση (βλ. *μεταβλητότητα*) του οποίου προσπαθείς να εξηγήσεις. Η **ανεξάρτητη** μεταβλητή (X) είναι ο παράγοντας η κίνηση του οποίου υποθέτεις πως θα εξηγεί σε μεγάλο βαθμό την κίνηση της εξαρτημένης μεταβλητής. *Η θεωρία (και το ένστικτο ...)* θα σε οδηγήσει στην επιλογή της κατάλληλης ανεξάρτητης μεταβλητής.

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Βήμα 2ο: Επέλεξε το είδος των δεδομένων σου (βλ. διαστρωματικά, χρονολογικά ή πάνελ) ...

1. **Διαστρωματικά:** είναι η φωτογραφία μιας στιγμής. Βρίσκεσαι σε “παγωμένο” χρόνο (**t**) αλλά έχεις πληροφορίες για διαφορετικά **στρώματα i** (πχ χώρες).
2. **Χρονολογικά:** Έχεις πληροφορίες για ένα “παγωμένο” **στρώμα i** αλλά για διαφορετικές χρονικές στιγμές **t** (πχ έτη).
3. **Πάνελ:** συνδυασμός διαστρωματικών και χρονολογικών δεδομένων. Εδώ τόσο τα **στρώματα i** όσο και ο **χρόνος t** μεταβάλλονται.

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Δες μερικά παραδείγματα:

πχ 1: εξαρτημένη μεταβλητή (Ψ) = “*access to electricity*”
ανεξάρτητη μεταβλητή (X) = “*urban population*”

πχ 2: εξαρτημένη μεταβλητή (Ψ) = “*GDP growth*”
ανεξάρτητη μεταβλητή (X) = “*exports*”

πχ 3: εξαρτημένη μεταβλητή (Ψ) = “*labor force, female*”
ανεξάρτητη μεταβλητή (X) = “*fertility rate*”

Country Name	year	Access to electricity (% of population)	Urban population (% of total population)
Burkina Faso	1995	6,6	15,1
Bangladesh	1995	18,3	21,7
Bolivia	1995	64,1	59,2
Brazil	1995	91,7	77,6
Botswana	1995	16,1	49,0
Cote d'Ivoire	1995	43,6	41,2
Cameroon	1995	36,1	42,6
Eritrea	1995	22,9	22,5
Honduras	1995	66,1	42,9
Kenya	1995	5,4	18,3
Madagascar	1995	11,0	25,8
Niger	1995	6,2	15,8
Nigeria	1995	38,7	32,2
Nicaragua	1995	69,8	54,4
Panama	1995	76,7	58,1
Peru	1995	67,4	71,0
Philippines	1995	69,1	46,6
Paraguay	1995	77,5	52,1
Sudan	1995	28,9	32,2
Senegal	1995	28,9	39,6
El Salvador	1995	77,0	54,0
Tanzania	1995	4,3	20,5
Uganda	1995	6,8	12,8
Zambia	1995	15,7	37,1
Zimbabwe	1995	31,9	31,7

διαστρωματικά

	Greece	Greece
year	GDP growth (annual %)	Exports of goods and services (% of GDP)
1970	8,9	7,9
1971	7,8	8,1
1972	10,2	9,1
1973	8,1	11,6
1974	-6,4	14,2
1975	6,4	14,1
1976	6,9	14,0
1977	2,9	13,9
1978	7,2	13,6
1979	3,3	15,1
1980	0,7	19,2
1981	-1,6	21,3
1982	-1,1	17,1
1983	-1,1	16,4
1984	2,0	16,7
1985	2,5	16,1
1986	0,5	17,6
1987	-2,3	18,1
1988	4,3	16,3
1989	3,8	15,9
1990	0,0	14,7
1991	3,1	14,1
1992	0,7	14,8
1993	-1,6	14,0
1994	2,0	14,4
1995	2,1	14,4
1996	1,4	14,3
1997	3,6	16,4
1998	3,4	16,5
1999	2,7	19,4
2000	4,1	24,0

χρονολογικά

Country Name			
year	country	Labor force participation rate, female (% of female population ages 15+) (modeled ILO estimate)	Fertility rate, total (births per woman)
1990	Australia	52,3	1,90
1991	Australia	52,0	1,85
1992	Australia	52,0	1,89
1993	Australia	51,8	1,86
1994	Australia	52,7	1,84
1995	Australia	53,7	1,82
1990	Austria	43,1	1,46
1991	Austria	43,6	1,51
1992	Austria	45,1	1,51
1993	Austria	45,6	1,50
1994	Austria	48,1	1,47
1995	Austria	48,7	1,42
1990	Bulgaria	49,4	1,82
1991	Bulgaria	49,3	1,66
1992	Bulgaria	49,2	1,55
1993	Bulgaria	48,4	1,46
1994	Bulgaria	47,7	1,37
1995	Bulgaria	47,1	1,23
1990	Canada	57,9	1,83
1991	Canada	57,8	1,72
1992	Canada	57,2	1,71
1993	Canada	57,0	1,69
1994	Canada	56,9	1,69
1995	Canada	56,8	1,67

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Βήμα 3ο: Υπολογίστε με τη βοήθεια της συνάρτησης του **=correl** σε ένα φύλλο εργασίας τον **συντελεστή γραμμικής συσχέτισης** που συσχετίζει τις τιμές της εξαρτημένης (Ψ) και ανεξάρτητης (X) μεταβλητής ...

Βήμα 4ο: Χρησιμοποίησε το περιβάλλον της εφαρμογής
<https://www.statskingdom.com/correlation-calculator.html>

για να ελέγξεις αν υπολόγισες σωστά στο φύλλο εργασίας την τιμή του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης. Κάνε “εξαγωγή” και το **διάγραμμα διασποράς** ...

Να δοθεί η ερμηνεία του αποτελέσματος ...

Παράδειγμα 1: πρόσβαση στον ηλεκτρισμό (ψ) και αστικός πληθυσμός (χ)

	ψ	χ			
	Πίνακας1				
	πρόσβ. ηλεκτρ.	αστικ. πληθ.	#	$\Sigma \chi_i \psi_i$	$\Sigma (\chi_i^2)$
1	6,6	15,1		99,66	228,01
2	18,3	21,7		397,11	470,89
3	64,1	59,2		3794,72	3504,64
4	91,7	77,6		7115,92	6021,76
5	16,1	49		788,9	2401
6	43,6	41,2		1796,32	1697,44
7	36,1	42,6		1537,86	1814,76
8	22,9	22,5		515,25	506,25
9	66,1	42,9		2835,69	1840,41
10	5,4	18,3		98,82	334,89
11	11	25,8		283,8	665,64
12	6,2	15,8		97,96	249,64

G6

? =CORREL(B6:B29;C6:C29)

= 0,88



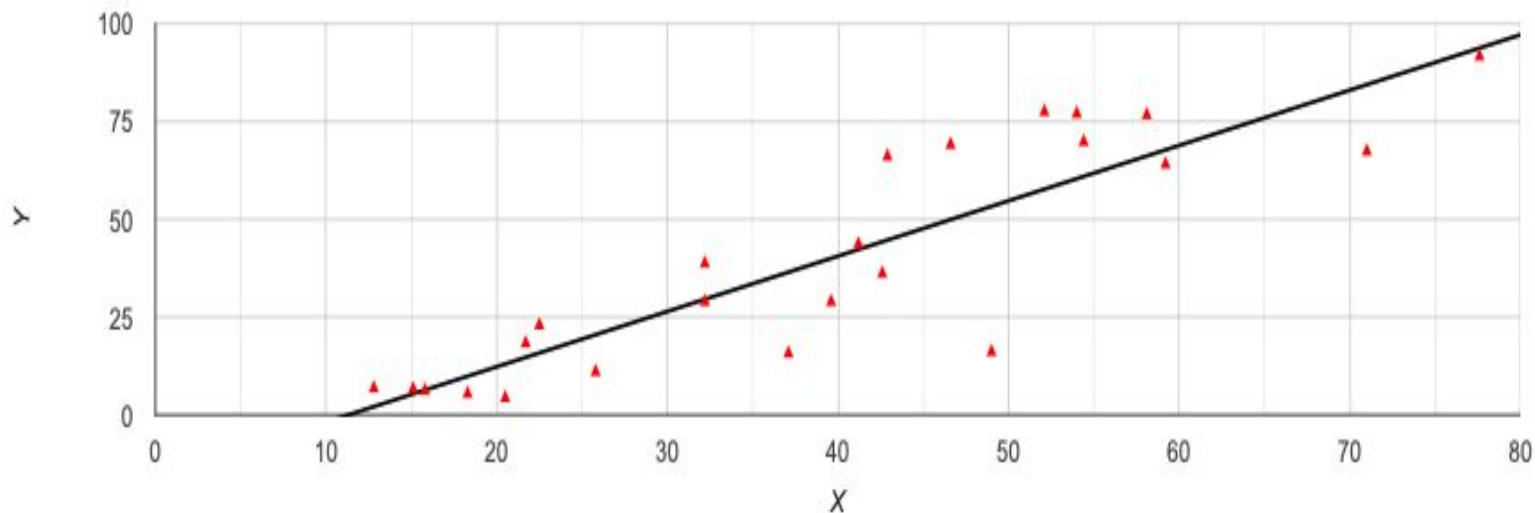
↑ $r = 0.8807$

αρκετά έντονα θετική

Παράδειγμα

Line Fit Plot

διάγραμμα διασποράς



Παράδειγμα 2: ρυθμοί ανάπτυξης (ψ) και εξαγωγές (χ)

ψ		χ			
Πίνακας2					
#	ρυθμ. αναπτ.	#	εξαγωγ.	#	$\Sigma \chi_i \psi_i$
					$\Sigma (\chi_i^2)$
1	8,9	7,9	70,31	62,41	
2	7,8	8,1	63,18	65,61	
3	10,2	9,1	92,82	82,81	
4	8,1	11,6	93,96	134,56	
5	-6,4	14,2	-90,88	201,64	
6	6,4	14,1	90,24	198,81	
7	6,9	14	96,6	196	
8	2,9	13,9	40,31	193,21	
9	7,2	13,6	97,92	184,96	
10	3,3	15,1	49,83	228,01	

-0,52



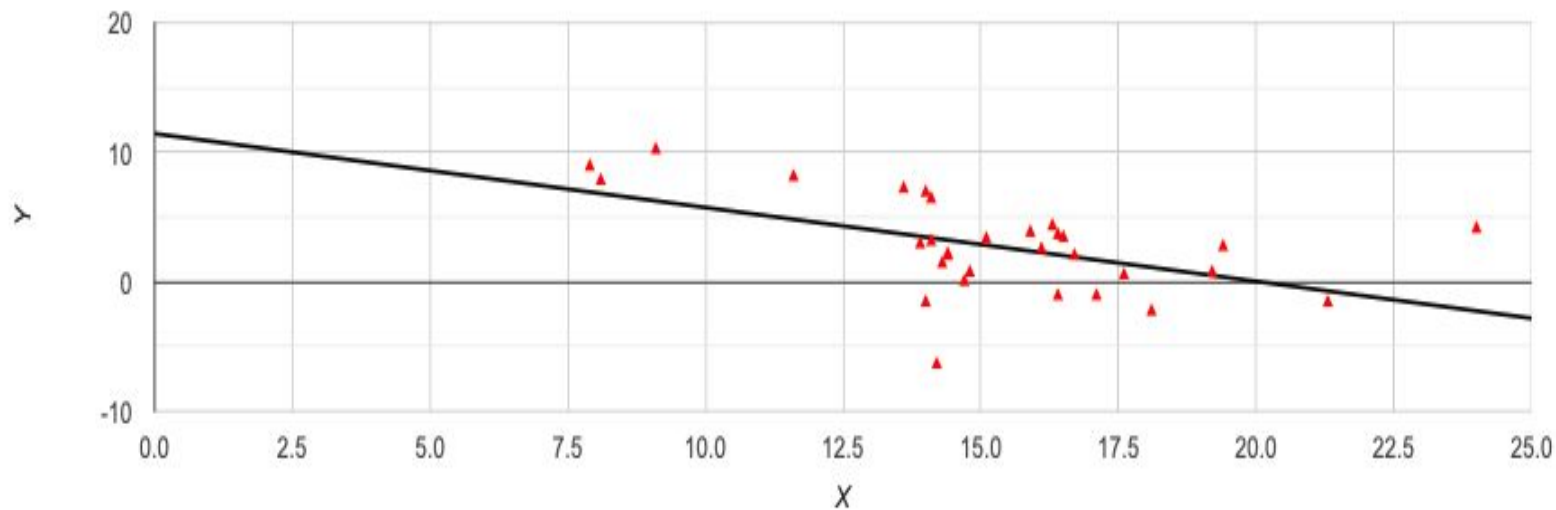
↓ $r = -0.5242$

έντονα αρνητική

Παράδειγμα

Line Fit Plot

διάγραμμα διασποράς



Παράδειγμα 3: γυναικεία εργασία (ψ) και γονιμότητα (χ)

ψ		χ	
Πίνακας3			
#	γυν. εργασ.	#	γονιμ.
1	52,3	1,9	99,37
2	52	1,85	96,2
3	52	1,89	98,28
4	51,8	1,86	96,348
5	52,7	1,84	96,968
6	53,7	1,82	97,734
7	43,1	1,46	62,926
8	43,6	1,51	65,836
9	45,1	1,51	68,101
10	45,6	1,5	68,4
11	48,1	1,47	70,707
12	48,7	1,42	69,154

G74

=CORREL(B74:B96;C74:C96)

= 0,64



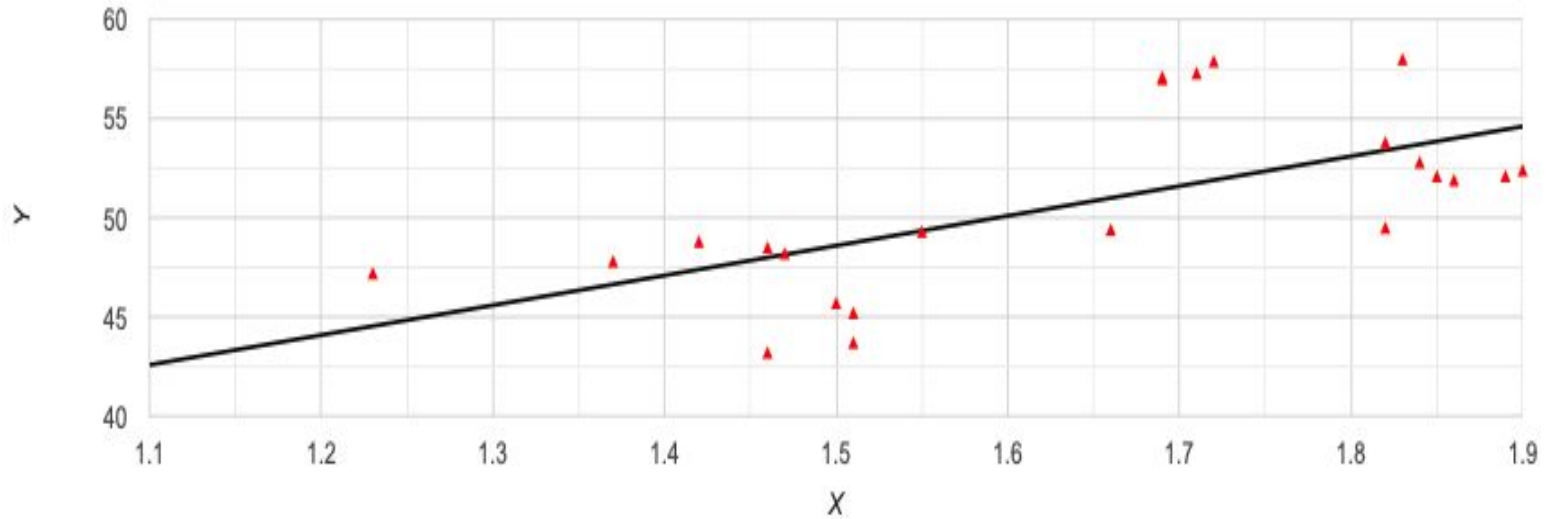
↑ $r = 0.642$

έντονα θετική

Παράδειγμα

Line Fit Plot

διάγραμμα διασποράς



Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα (k=1)

Βήμα 5ο: Υπολογίστε με τη βοήθεια των πράξεων σε στήλες σε ένα φύλλο εργασίας τους **συντελεστές της παλινδρόμησης** για το απλό γραμμικό μοντέλο σας
...

Χρησιμοποιήστε τους τύπους από τις διαφάνειες των διαλέξεων:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum \Psi_i X_i - \sum X_i \sum \Psi_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$\hat{\alpha} = \overline{\Psi_i} - \hat{\beta} \overline{X_i}$$

A	B	C	D	E
	Πίνακας1			
	πρόσβ. ηλεκτρ.	αστικ. πληθ.	#	ΣΧ/Ψ
	Ψi	Xi		Σ(Xi^2)
	6,6	15,1	99,66	228,01
	18,3	21,7	397,11	470,89
	64,1	59,2	3794,72	3504,64
	91,7	77,6	7115,92	6021,76
	16,1	49	788,9	2401
	43,6	41,2	1796,32	1697,44
	36,1	42,6	1537,86	1814,76
	22,9	22,5	515,25	506,25
	66,1	42,9	2835,69	1840,41
	5,4	18,3	98,82	334,89
	11	25,8	283,8	665,64
	6,2	15,8	97,96	249,64
	38,7	32,2	1246,14	1036,84
	69,8	54,4	3797,12	2959,36
	76,7	58,1	4456,27	3375,61
	67,4	71	4785,4	5041
	69,1	46,6	3220,06	2171,56
	77,5	52,1	4037,75	2714,41
	28,9	32,2	930,58	1036,84
	28,9	39,6	1144,44	1568,16
	77	54	4158	2916
	4,3	20,5	88,15	420,25
	6,8	12,8	87,04	163,84
	15,7	37,1	582,47	1376,41
	948,9	942,3	47895,43	44515,61

Παράδειγμα 1:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum \Psi_i X_i - \sum X_i \sum \Psi_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$= [24 * (47.895,43) - (948,9) * (942,3)] / 24 * (44.515,61) - (942,3)^2$$

$$= 1,415$$

$$\hat{\alpha} = \bar{\Psi}_i - \hat{\beta} \bar{X}_i$$

$$= -16,021$$

A	B	C	D	E
	# ρυθμ. αναντ.	# εξαγωγ.	# ΣΧ/Ψ	Σ(ΧΨ²)
	Ψ _i	Χ _i		
	8,9	7,9	70,31	62,41
	7,8	8,1	63,18	65,61
	10,2	9,1	92,82	82,81
	8,1	11,6	93,96	134,56
	-6,4	14,2	-90,88	201,64
	6,4	14,1	90,24	198,81
	6,9	14	96,6	196
	2,9	13,9	40,31	193,21
	7,2	13,6	97,92	184,96
	3,3	15,1	49,83	228,01
	0,7	19,2	13,44	368,64
	-1,6	21,3	-34,08	453,69
	-1,1	17,1	-18,81	292,41
	-1,1	16,4	-18,04	268,96
	2	16,7	33,4	278,89
	2,5	16,1	40,25	259,21
	0,5	17,6	8,8	309,76
	-2,3	18,1	-41,63	327,61
	4,3	16,3	70,09	265,69
	3,8	15,9	60,42	252,81
	0	14,7	0	216,09
	3,1	14,1	43,71	198,81
	0,7	14,8	10,36	219,04
	-1,6	14	-22,4	196
	2	14,4	28,8	207,36
	2,1	14,4	30,24	207,36
	1,4	14,3	20,02	204,49
	3,6	16,4	59,04	268,96
	3,4	16,5	56,1	272,25
	2,7	19,4	52,38	376,36
	4,1	24	98,4	576
	84,5	473,3	1094,78	7568,41

Παράδειγμα 2:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum \Psi_i X_i - \sum X_i \sum \Psi_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$= \frac{31 \cdot (1.094,78) - (84,5) \cdot (473,3)}{31 \cdot (7.568,41) - (473,3)^2}$$

$$= -0,571$$

$$\hat{\alpha} = \overline{\Psi_i} - \hat{\beta} \overline{X_i}$$

$$= 11,442$$

A	B	C	D	E
	Ψ	X		
	Πίνακας3			
	# γυν. εργασ.	# γυν.μ.	# ΣXiΨi	Σ(Xi^2)
	Ψi	Xi		
	52,3	1,9	99,37	3,61
	52	1,85	96,2	3,4225
	52	1,89	98,28	3,5721
	51,8	1,86	96,348	3,4596
	52,7	1,84	96,968	3,3856
	53,7	1,82	97,734	3,3124
	43,1	1,46	62,926	2,1316
	43,6	1,51	65,836	2,2801
	45,1	1,51	68,101	2,2801
	45,6	1,5	68,4	2,25
	48,1	1,47	70,707	2,1609
	48,7	1,42	69,154	2,0164
	49,4	1,82	89,908	3,3124
	49,3	1,66	81,838	2,7556
	49,2	1,55	76,26	2,4025
	48,4	1,46	70,664	2,1316
	47,7	1,37	65,349	1,8769
	47,1	1,23	57,933	1,5129
	57,9	1,83	105,957	3,3489
	57,8	1,72	99,416	2,9584
	57,2	1,71	97,812	2,9241
	57	1,69	96,33	2,8561
	56,9	1,69	96,161	2,8561
	1166,6	37,76	1927,652	62,8168

Παράδειγμα 3:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum \Psi_i X_i - \sum X_i \sum \Psi_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$= [23*(1.927,65) - (27,76)*(1.166,6)] / 23*(62,8168) - (27,76)^2$$

$$= 15,034$$

$$\hat{\alpha} = \bar{\Psi}_i - \hat{\beta} \bar{X}_i$$

$$= 26,040$$

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Βήμα 6ο: Χρησιμοποίησε το περιβάλλον της εφαρμογής
<https://www.statskingdom.com/linear-regression-calculator.html>

για να δεις αν υπολόγισες σωστά στο φύλλο εργασίας τους συντελεστές της παλινδρόμησης ...

ΠΡΟΣΟΧΗ: αντικατέστησε τα (,) με (.) για να δουλέψει σωστά η εφαρμογή.

Simple Linear regression

Multiple Linear regression

Logistic regression

Multinomial logistic regression

αστ πληθ X_i	προσβ ηλεκτ Ψ_i
15.1	6.6
21.7	18.3
59.2	64.1
77.6	91.7
49	16.1
41.2	43.6
42.6	36.1
22.5	22.9
42.9	66.1
18.3	5.4
25.8	11
15.8	6.2
32.2	38.7
54.4	69.8
58.1	76.7
71	67.4
46.6	69.1

Παράδειγμα 1:

Regression line equation

$$\hat{Y} = -16.0215 + 1.4151X$$

γραμμή παλινδρόμησης

Simple Linear regression

Multiple Linear regression

Logistic regression

Multinomial logistic regression

εξαγωγ X_i	ρυθμ αναπτ Ψ_i
7.9	8.9
8.1	7.8
9.1	10.2
11.6	8.1
14.2	-6.4
14.1	6.4
14	6.9
13.9	2.9
13.6	7.2
15.1	3.3
19.2	0.7
21.3	-1.6
17.1	-1.1
16.4	-1.1
16.7	2
16.1	2.5
17.6	0.5

Παράδειγμα 2:

Regression line equation

$$\hat{Y} = 11.4417 - 0.5709X$$

γραμμή παλινδρόμησης

Simple Linear regression

Multiple Linear regression

Logistic regression

Multinomial logistic regression

γονιμ X_i	γυν. εργ Ψ_i
1.9	52.3
1.85	52
1.89	52
1.86	51.8
1.84	52.7
1.82	53.7
1.46	43.1
1.51	43.6
1.51	45.1
1.5	45.6
1.47	48.1
1.42	48.7
1.82	49.4
1.66	49.3
1.55	49.2
1.46	48.4
1.37	47.7

Παράδειγμα 3:

Regression line equation

$$\hat{Y} = 26.0396 + 15.0342X$$

γραμμή παλινδρόμησης

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα (k=1)

Βήμα 7ο: Με τη βοήθεια των πράξεων στο φύλλο εργασίας να υπολογιστούν τα αθροίσματα τετραγώνων (βλ. **SSR**: άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης ,

SSE: άθροισμα τετραγώνων σφάλματος, **SST**: άθροισμα τετραγώνων συνολικό).

Χρησιμοποιήστε τους τύπους από τις διαφάνειες των διαλέξεων.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{\Psi}_i - \bar{\Psi})^2}{\sum_{i=1}^n (\Psi_i - \bar{\Psi})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\Psi_i - \hat{\Psi}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\Psi_i - \bar{\Psi})^2}$$

Έπειτα, να υπολογιστεί η τιμή του **συντελεστή προσδιορισμού** και να δοθεί η **ερμηνεία** του.

Ψ

X

=SSR / SST = 0,78 (78%)

	Πίνακας1 ▾				
	πρόσβ. ηλεκτρ. ▾	αστικ. πληθ. ▾	#	ΣΧίΨι ▾	Σ(Χί^2) ▾
1	6,6	15,1		99,66	228,01
2	18,3	21,7		397,11	470,89
3	64,1	59,2		3794,72	3504,64
4	91,7	77,6		7115,92	6021,76
5	16,1	49		788,9	2401
6	43,6	41,2		1796,32	1697,44
7	36,1	42,6		1537,86	1814,76
8	22,9	22,5		515,25	506,25
9	66,1	42,9		2835,69	1840,41
10	5,4	18,3		98,82	334,89
11	11	25,8		283,8	665,64
12	6,2	15,8		97,96	249,64

Παράδειγμα 1:

	SSR	SST
Ψ_ΕΚΤ.	(Ψ_ΕΚΤ - Ψ_μέσος)^2	(Ψ - Ψ_μέσος)^2
5,35	1169,092864	1084,878906
14,68	617,671609	451,0314063
67,75	795,7758903	603,3164063
93,78	2942,57427	2720,926406
53,31	189,7919523	549,3164063
42,28	7,50486025	16,50390625
44,26	22,28312025	11,81640625
15,82	562,685841	276,8064063
44,68	26,471025	705,5664063
9,87	879,952896	1165,368906
20,49	362,9596523	814,3889063
6.34	1102.339602	1111.388906

Ψ Χ

$$=SSR / SST = 0,27 \text{ (27\%)}$$

Παράδειγμα 2:

Πίνακας2



ρυθμ. αναπτ. # εξαγωγ. # ΣΧίΨι Σ(Χί^2)

1	8,9	7,9	70,31	62,41
2	7,8	8,1	63,18	65,61
3	10,2	9,1	92,82	82,81
4	8,1	11,6	93,96	134,56
5	-6,4	14,2	-90,88	201,64
6	6,4	14,1	90,24	198,81
7	6,9	14	96,6	196
8	2,9	13,9	40,31	193,21
9	7,2	13,6	97,92	184,96
10	3,3	15,1	49,83	228,01
11	0,7	19,2	13,44	368,64
12	-1,6	21,3	-34,08	453,69

	SSR	SST
Ψ_ΕΚΤ.	(Ψ_ΕΚΤ - Ψ_μέσος)^2	(Ψ - Ψ_μέσος)^2
6,9311	17,68454809	38,12074564
6,8169	16,73709921	25,74750564
6,2459	12,39110401	55,86366564
4,8184	4,37897476	28,88202564
3,3338	0,369664	83,28022564
3,3909	0,44235801	13,49974564
3,448	0,52157284	17,42394564
3,5051	0,60730849	0,03034564
3,6764	0,90364036	20,01846564
2,8199	0,00885481	0,32970564
0,4788	5,049009	4,10386564
-0.7203	11.87560521	18.71254564

ψ

χ

=SSR / SST = 0,41 (41%)

Πίνακας3

	# γυν. εργασ.	# γονιμ.	# ΣΧιΨι	Σ(Χι^2)
1	52,3	1,9	99,37	3,61
2	52	1,85	96,2	3,4225
3	52	1,89	98,28	3,5721
4	51,8	1,86	96,348	3,4596
5	52,7	1,84	96,968	3,3856
6	53,7	1,82	97,734	3,3124
7	43,1	1,46	62,926	2,1316
8	43,6	1,51	65,836	2,2801
9	45,1	1,51	68,101	2,2801
10	45,6	1,5	68,4	2,25
11	48,1	1,47	70,707	2,1609
12	48,7	1,42	69,154	2,0164

Παράδειγμα 3:

	SSR	SST
Ψ_ΕΚΤ.	(Ψ_ΕΚΤ - Ψ_μέσος)^2	(Ψ - Ψ_μέσος)^2
54,60	15,07691241	2,49103089
53,85	9,80441344	1,63405089
54,45	13,93200415	1,63405089
54,00	10,76850477	1,16273089
53,70	8,88552634	3,91367089
53,40	7,183364832	8,87027089
47,99	7,464151844	58,09031089
48,74	3,92182573	50,71861089
48,74	3,92182573	31,60351089
48,59	4,53988249	26,23181089
48,14	6,665278158	6,87331089
47.39	11.1116889	4.08727089

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Μοντέλο Α: $R\text{-squared}=0,78$ Παράδειγμα 1:

Μοντέλο Β: $R\text{-squared}=0,27$ Παράδειγμα 2:

Μοντέλο Γ: $R\text{-squared}=0,41$ Παράδειγμα 3:

Ερμηνεία: Η μεταβλητότητα των τιμών του αστικού πληθυσμού εξηγεί περίπου το **78%** της συνολικής μεταβλητότητας των τιμών της πρόσβασης του πληθυσμού στον ηλεκτρισμό (ένα 22% παραμένει ανερμήνευτο). Η μεταβλητότητα των τιμών των εξαγωγών εξηγεί περίπου το **27%** της συνολικής μεταβλητότητας των τιμών των ρυθμών ανάπτυξης (ένα 73% παραμένει ανερμήνευτο). Η μεταβλητότητα των τιμών του δείκτη γονιμότητας εξηγεί περίπου το **41%** της συνολικής μεταβλητότητας των τιμών της γυναικείας εργασίας (ένα 59% παραμένει ανερμήνευτο).

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Βήμα 8ο: Με τη βοήθεια των αποτελεσμάτων από την εφαρμογή <https://www.statskingdom.com/linear-regression-calculator.html>

να δοθεί η **ερμηνεία** των συντελεστών της παλινδρόμησης.

Βήμα 9ο: Με τη βοήθεια των αποτελεσμάτων από την εφαρμογή <https://www.statskingdom.com/linear-regression-calculator.html>

να διατυπώσετε και να δώσετε την ερμηνεία του αποτελέσματος του **ελέγχου στατιστικής σημαντικότητας** (t) των συντελεστών της παλινδρόμησης.

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Regression line equation

$$\hat{Y} = -16.0215 + 1.4151X$$

Reporting linear regression in APA style

X predicted Y , $R^2 = .78$, $F(1,22) = 76.03$, $p < .001$.

$\beta = 1.42$, $p < .001$, $\alpha = -16.02$, $p = .032$.

Παράδειγμα 1:

H_0 (μηδενική υπόθεση): $\beta = 0$

H_1 (εναλλακτική υπόθεση): ο συντελεστής ΔΕΝ είναι στατιστικά ασήμαντος (δηλ. είναι στατιστικά σημαντικός)

$p\text{-value} < 0,001 \rightarrow$ άρα ο συντελεστής β είναι στατιστικά σημαντικός ακόμη και στο $\alpha=1\%$ (***)

$p\text{-value} = 0,032 \rightarrow$ άρα ο συντελεστής α είναι στατιστικά σημαντικός στο $\alpha=5\%$ (**), όχι όμως και στο $\alpha=1\%$

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα (k=1)

Regression line equation

$$\hat{Y} = -16.0215 + 1.4151X$$

Reporting linear regression in APA style

X predicted Y, $R^2 = .78$, $F(1,22) = 76.03$, $p < .001$.

$\beta = 1.42$, $p < .001$, $\alpha = -16.02$, $p = .032$.

Παράδειγμα 1:

Ακόμη και αν ο αστικός πληθυσμός (X) είναι 0 θα υπάρχει ένα ελάχιστο επίπεδο πρόσβασης του πληθυσμού στον ηλεκτρισμό ίσο με -16% (εδώ δεν έχει νόημα η ερμηνεία του εκτιμητή του σταθερού όρου αφού δε μπορεί να υπάρχει αρνητική τιμή πρόσβασης του πληθυσμού στον ηλεκτρισμό)

Αν ο αστικός πληθυσμός αυξηθεί κατά μια μονάδα (δηλ. κατά 1%) τότε η πρόσβαση του πληθυσμού στον ηλεκτρισμό θα αυξηθεί κατά περίπου 1,41 μονάδες (δηλ. κατά περίπου 1,41%).

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Regression line equation

$$\hat{Y} = 11.4417 - 0.5709X$$

Reporting linear regression in APA style

X predicted Y, $R^2 = .27$, $F(1,29) = 10.99$, $p = .002$.

$\beta = -.57$, $p = .002$, $\alpha = 11.44$, $p < .001$.

Παράδειγμα 2:

Ho (μηδενική υπόθεση): $\beta = 0$

H1 (εναλλακτική υπόθεση): ο συντελεστής ΔΕΝ είναι στατιστικά ασήμαντος (δηλ. είναι στατιστικά σημαντικός)

p-value = 0,002 → άρα ο συντελεστής β είναι στατιστικά σημαντικός ακόμη και για $\alpha=1\%$ (***)

p-value < 0,001 → άρα ο συντελεστής α είναι στατιστικά σημαντικός ακόμη και για $\alpha=1\%$ (***)

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Regression line equation

$$\hat{Y} = 11.4417 - 0.5709X$$

Reporting linear regression in APA style

X predicted Y , $R^2 = .27$, $F(1,29) = 10.99$, $p = .002$.

$\beta = -.57$, $p = .002$, $\alpha = 11.44$, $p < .001$.

Παράδειγμα 2:

Ακόμη και αν οι εξαγωγές (X) είναι 0 θα υπάρχει ένα επίπεδο ρυθμών οικονομικής ανάπτυξης ίσο με 11,44%

Αν οι εξαγωγές αυξηθούν κατά μια μονάδα (δηλ. κατά 1%) τότε ο ρυθμός οικονομικής ανάπτυξης θα μειωθεί κατά περίπου 0,57 μονάδες (δηλ. κατά περίπου 0,57%).

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Regression line equation

$$\hat{Y} = 26.0396 + 15.0342X$$

Reporting linear regression in APA style

X predicted Y , $R^2 = .41$, $F(1,21) = 14.73$, $p < .001$.

$\beta = 15.03$, $p < .001$, $\alpha = 26.04$, $p < .001$.

Παράδειγμα 3:

Ho (μηδενική υπόθεση): $\beta = 0$

H1 (εναλλακτική υπόθεση): ο συντελεστής ΔΕΝ είναι στατιστικά ασήμαντος (δηλ. είναι στατιστικά σημαντικός)

$p\text{-value} < 0,001 \rightarrow$ άρα ο συντελεστής β είναι στατιστικά σημαντικός ακόμη και στο $\alpha=1\%$ (***)

$p\text{-value} < 0,001 \rightarrow$ άρα ο συντελεστής α είναι στατιστικά σημαντικός ακόμη και στο $\alpha=1\%$ (***)

Απλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=1$)

Regression line equation

$$\hat{Y} = 26.0396 + 15.0342X$$

Reporting linear regression in APA style

X predicted Y , $R^2 = .41$, $F(1,21) = 14.73$, $p < .001$.

$\beta = 15.03$, $p < .001$, $\alpha = 26.04$, $p < .001$.

Παράδειγμα 3:

Ακόμη και αν η γονιμότητα (X) είναι 0 θα υπάρχει ένα επίπεδο συμμετοχής των γυναικών στην εργασία ίσο με 26,03%

Αν η τιμή του δείκτη γονιμότητας αυξηθεί κατά μια μονάδα τότε το επίπεδο συμμετοχής των γυναικών στην εργασία θα αυξηθεί κατά περίπου 15,03 μονάδες (δηλ. κατά περίπου 15,03%).

Πολλαπλό Γραμμικό Υπόδειγμα (k=2)

Βήμα 10ο: Με τη βοήθεια των πράξεων στις στήλες του φύλλου εργασίας υπολογίστε το τυπικό σφάλμα της παλινδρόμησης καθώς και το τυπικό σφάλμα του εκτιμητή b της παλινδρόμησης. Έπειτα, κατασκευάστε ένα 90%, 95% και 99% διάστημα εμπιστοσύνης για τον συντελεστή β.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SSE}{n-k-1}}$$

τυπικό σφάλμα παλινδρόμησης

$$s.e(\hat{\beta}) = \hat{\sigma} * \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$

τυπικό σφάλμα εκτιμητή $s.e(b)$

$$P(\hat{\beta} - t_{\alpha/2, n-k-1} * s.e(\hat{\beta}) < \beta < \hat{\beta} + t_{\alpha/2, n-k-1} * s.e(\hat{\beta})) \quad \Delta.E$$

Πολλαπλό Γραμμικό Υπόδειγμα ($k=2$)

Βήμα 11ο: Προσθέστε μια ακόμη μεταβλητή στο υπόδειγμά σας ...

Διατυπώστε τον έλεγχο F για την από κοινού στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών β της παλινδρόμησης και δώστε την ερμηνεία του αποτελέσματός του.

Βήμα 12ο: Είναι ο παράγοντας που προσθέσατε στατιστικά σημαντικός;

Απαντήστε με τη βοήθεια της εφαρμογής →

https://www.statskingdom.com/410multi_linear_regression.html