

Επαναληπτικές Ασκήσεις

Άσκηση 1: Υποθέστε το ακόλουθο οικονομετρικό υπόδειγμα το οποίο περιγράφει τη σχέση μεταξύ του ποσοστού των ψήφων που λαμβάνει το κυβερνών κόμμα στις εκλογές και (α) του ποσοστού αύξησης του πραγματικού κατά κεφαλήν ΑΕΠ το προηγούμενο τρίμηνο των εκλογών και (β) τον μέσο πληθωρισμό κατά τη περίοδο διακυβέρνησης. Έτσι εκτιμήσαμε το υπόδειγμα,

$$\text{VOTE} = \beta_1 + \beta_2 \text{GROWTH} + \beta_3 \text{INFLATION} + \varepsilon$$

όπου,

VOTE = το ποσοστό των ψήφων του κυβερνώντος κόμματος στις εκλογές

GROWTH = το ποσοστό αύξησης του πραγματικού κατά κεφαλήν ΑΕΠ το προηγούμενο τρίμηνο των εκλογών

INFLATION = ο μέσος πληθωρισμός κατά τη περίοδο διακυβέρνησης

Όλα τα παραπάνω μεγέθη μετριοούνται σε ποσοστιαίες μονάδες.

Χρησιμοποιώντας δεδομένα των Αμερικανικών προεδρικών εκλογών από το 1880 έως το 2008, δηλαδή 33 παρατηρήσεις, εκτιμήσαμε το παραπάνω υπόδειγμα. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης παρουσιάζονται στο Πίνακα 1.

Πίνακας 1: Εκτίμηση του υποδείγματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

Dependent Variable: VOTE

Method: Least Squares

Sample: 1 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	52.15653	1.458703	35.75541	0.0000
GROWTH	0.643420	0.165629	3.884711	0.0005
INFLATION	-0.172076	0.428955	-0.401152	0.6912
R-squared	0.350990	Mean dependent var		52.09939
Adjusted R-squared	0.307723	S.D. dependent var		6.056635
S.E. of regression	5.039314	Akaike info criterion		6.158925
Sum squared resid	761.8406	Schwarz criterion		6.294971
Log likelihood	-98.62226	F-statistic		8.112131
Durbin-Watson stat	2.243907	Prob(F-statistic)		0.001527

1. Ερμηνεύστε τα αριθμητικά αποτελέσματα της εκτίμησης των παραμέτρων του υποδείγματος και σχολιάστε τη στατιστική σημαντικότητάς τους.
2. Προβλέψτε το ποσοστό του κυβερνητικού υποψηφίου στις επρχόμενες εκλογές όταν ο μέσος πληθωρισμός ήταν 4 ποσοστιαίες μονάδες και το ποσοστό αύξησης του πραγματικού κατά κεφαλήν ΑΕΠ ήταν -4 ποσοστιαίες μονάδες.

3. Ελέγξτε στατιστικά με επίπεδο σημαντικότητας 1% αν μια αύξηση του ΑΕΠ κατά 1 ποσοστιαία μονάδα θα αυξήσει το ποσοστό του κυβερνώντος κόμματος κατά 0.5 ποσοστιαίες μονάδες.
4. Ο Πίνακας 2 παρουσιάζει τα αποτελέσματα του ελέγχου Breusch-Pagan για ετεροσκεδαστικότητα. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

Πίνακας 2: Έλεγχος Breusch-Pagan για ετεροσκεδαστικότητα

F-statistic	0.916623	Prob. F(2,30)	0.4108
Obs*R-squared	1.900439	Prob. Chi-Square(2)	0.3867

Στη συνέχεια εισάγουμε μια ψευδομεταβλητή (dummy variable) στο υπόδειγμα. Η μεταβλητή αυτή PERSON παίρνει τη τιμή 1 αν ο πρόεδρος είναι πάλι υποψήφιος και τη τιμή 0 αν δεν είναι. Η εκτίμηση του υποδείγματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 3.

Πίνακας 3: Εκτίμηση του υποδείγματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

Dependent Variable: VOTE

Method: Least Squares

Sample: 1 33

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	51.00861	1.648646	30.93969	0.0000
GROWTH	0.595291	0.166452	3.576352	0.0012
INFLATION	-0.280812	0.428927	-0.654683	0.5178
PERSON	2.549495	1.802758	1.414219	0.1679
R-squared	0.392862	Mean dependent var		52.09939
Adjusted R-squared	0.330055	S.D. dependent var		6.056635
S.E. of regression	4.957367	Akaike info criterion		6.152839
Sum squared resid	712.6892	Schwarz criterion		6.334234
Log likelihood	-97.52185	Hannan-Quinn criter.		6.213873
F-statistic	6.255032	Durbin-Watson stat		2.018483
Prob(F-statistic)	0.002085			

5. Ερμηνεύστε τα αριθμητικά αποτελέσματα της εκτίμησης των παραμέτρων του υποδείγματος που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3 και σχολιάστε τη στατιστική σημαντικότητα αυτών. Ποιο από τα δύο υποδείγματα θεωρείτε ότι έχει την καλύτερη προσαρμοστικότητα στα δεδομένα και γιατί;

Άσκηση 2: Το ακόλουθο οικονομετρικό υπόδειγμα περιγράφει τη σχέση μεταξύ του ποσοστού της κατανάλωσης ενός νοικοκυριού σε αλκοολούχα ποτά (σε σχέση με τη συνολική κατανάλωση του νοικοκυριού) και (α) τη συνολική κατανάλωση του νοικοκυριού, (β) την ηλικία του μεγαλύτερου μέλους της οικογένειας και (γ) τον αριθμό των ανηλίκων στην οικογένεια. Πιο συγκεκριμένα θεωρούμε το υπόδειγμα,

$$WALC = \beta_1 + \beta_2 \log(TOTEXP) + \beta_3 AGE + \beta_4 NK + \varepsilon$$

όπου,

WALC = το ποσοστό της κατανάλωσης ενός νοικοκυριού σε αλκοολούχα ποτά σε σχέση με τη συνολική κατανάλωση του νοικοκυριού

TOTEXP = η συνολική κατανάλωση του νοικοκυριού

AGE = η ηλικία του μεγαλύτερου μέλους της οικογένειας

NK = ο αριθμός των ανηλίκων στην οικογένεια

Χρησιμοποιώντας δεδομένα από 500 νοικοκυριά εκτιμήσαμε το παραπάνω υπόδειγμα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1: Εκτίμηση του υποδείγματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

Dependent Variable: WALC

Method: Least Squares

Sample: 1 500

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.014861	0.036955	0.402140	0.6878
LOG(TOTEXP)	0.032703	0.008152	4.011542	0.0001
AGE	-0.002204	0.000400	-5.514748	0.0000
NK	-0.014834	0.006087	-2.436796	0.0152
R-squared	0.080343	Mean dependent var		0.059748
Adjusted R-squared	0.074780	S.D. dependent var		0.067111
S.E. of regression	0.064552	Akaike info criterion		-2.634708
Sum squared resid	2.066844	Schwarz criterion		-2.600992
Log likelihood	662.6771	F-statistic		14.44381
Durbin-Watson stat	1.990082	Prob(F-statistic)		0.000000

1. Ερμηνεύστε τα αριθμητικά αποτελέσματα της εκτίμησης των παραμέτρων του υποδείγματος και σχολιάστε τη στατιστική σημαντικότητα αυτών.
2. Κατασκευάστε ένα διάστημα εμπιστοσύνης για τη παράμετρο β_3 με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Τι συμπεραίνετε για την αξιοπιστία της εκτίμησης;
3. Εξηγείστε γιατί τα αλκοολούχα ποτά μπορούν να θεωρηθούν είδος πρώτης ανάγκης όταν $\beta_2 < 0$, και είδος πολυτελείας όταν $\beta_2 > 0$. (Σκεφτείτε τι προβλέπει το υπόδειγμα σε μια μείωση της $\ln(TOTEXP)$).
4. Ελέγξτε στατιστικά με επίπεδο σημαντικότητας 5% τη μηδενική υπόθεση $H_0 : \beta_2 \leq 0$ έναντι της εναλλακτικής $H_1 : \beta_2 > 0$. Τι συμπέρασμα προκύπτει από τα αποτελέσματα αυτού του ελέγχου;

Άσκηση 3: Ένας ερευνητής μελέτησε τη διαχρονική σχέση μεταξύ της κατά κεφαλήν κατανάλωσης και του κατά κεφαλήν εισοδήματος. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιώντας τριμηνία στοιχεία από το 1960 μέχρι και το 2009 εκτίμησε το ακόλουθο οικονομετρικό υπόδειγμα:

$$CONGWTH_t = \beta_1 + \beta_2 INCGWTH_t + \varepsilon_t$$

όπου $INCGWTH_t$ και $CONGWTH_t$ η ποσοστιαία μεταβολή του κατά κεφαλήν εισοδήματος και της κατά κεφαλήν κατανάλωσης στη διάρκεια ενός τριμήνου, αντίστοιχα (η μεταβλητές μετριοούνται σε ποσοστιαίες μονάδες). Τα αποτελέσματα της εκτίμησης παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1: Εκτίμηση του υποδείγματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

Dependent Variable: CONGWTH

Sample: 1 200

Included observations: 200

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.954112	0.098737	9.663115	0.0000
INCGWTH	0.456996	0.049496	9.233042	0.0000
R-squared	0.300969	Mean dependent var		1.747000
Adjusted R-squared	0.297438	S.D. dependent var		0.822174
S.E. of regression	0.689138	Akaike info criterion		2.103200
Sum squared resid	94.03245	Schwarz criterion		2.136183
Log likelihood	-208.3200	Hannan-Quinn criter.		2.116547
F-statistic	85.24907	Durbin-Watson stat		1.962586
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 2: Έλεγχος Lagrange multiplier για αυτοσυσχέτιση τάξης 2

F-statistic	13.28852	Prob. F(2,196)	0.0000
Obs*R-squared	23.88120	Prob. Chi-Square(2)	0.0000

1. Ερμηνεύστε τα αριθμητικά αποτελέσματα της εκτίμησης των παραμέτρων του υποδείγματος που παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 και σχολιάστε τη στατιστική σημαντικότητα αυτών.
2. Ελέγξτε σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% την υπόθεση ότι μια αύξηση του κατά κεφαλήν εισοδήματος κατά 2 ποσοστιαίες μονάδες θα αυξήσει την κατά κεφαλήν κατανάλωση τουλάχιστον κατά 1 ποσοστιαία μονάδα.
3. Ο Πίνακας 2 παρουσιάζει τα αποτελέσματα του ελέγχου Lagrange multiplier τάξης 2. Σχολιάστε τα αποτελέσματα του πίνακα αυτού. Τι συμπεράσματα προκύπτουν αναφορικά με την εκτίμηση που παρουσιάζεται στον Πίνακα 1;

Στη συνέχεια ο ερευνητής εκτίμησε ένα νέο υπόδειγμα της μορφής:

$$CONGWTH_t = \beta_1 + \beta_2 CONGWTH_{t-1} + \beta_3 CONGWTH_{t-2} + \beta_4 INCGWTH_t + \beta_5 INCGWTH_{t-1} + \varepsilon_t$$

Τα αποτελέσματα της εκτίμησης παρουσιάζονται στον Πίνακα 3. Ο Πίνακας 4 παρουσιάζει τα αποτελέσματα του ελέγχου Lagrange multiplier τάξης 2 για το δεύτερο υπόδειγμα.

Πίνακας 3: Εκτίμηση του υποδείγματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

Dependent Variable: CONGWTH

Sample (adjusted): 3 200

Included observations: 198 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.313860	0.122067	2.571217	0.0109
CONGWTH(-1)	0.013507	0.070038	0.192847	0.8473
CONGWTH(-2)	0.213932	0.061289	3.490562	0.0006
INCGWTH	0.357693	0.049082	7.287706	0.0000
INCGWTH(-1)	0.238422	0.054102	4.406932	0.0000
R-squared	0.475105	Mean dependent var		1.750000
Adjusted R-squared	0.464226	S.D. dependent var		0.825037
S.E. of regression	0.603898	Akaike info criterion		1.854106
Sum squared resid	70.38578	Schwarz criterion		1.937143
Log likelihood	-178.5565	Hannan-Quinn criter.		1.887717
F-statistic	43.67317	Durbin-Watson stat		1.988363
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 4: Έλεγχος Lagrange multiplier για αυτοσυσχέτιση τάξης 2

F-statistic	0.013718	Prob. F(2,191)	0.9864
Obs*R-squared	0.028437	Prob. Chi-Square(2)	0.9859

4. Με βάση το δεύτερο υπόδειγμα πώς επηρεάζει η μεταβολή του εισοδήματος τη μεταβολή της κατανάλωσης; Παρατηρείτε σημαντικές διαφορές σε σχέση με το πρώτο υπόδειγμα;
5. Με βάση όλα τα προηγούμενα αποτελέσματα ποιο από τα δύο υποδείγματα θα επιλέγατε ως καταλληλότερο (αναφορικά με τη προσαρμοστικότητα και τις ιδιότητες του διαταρακτικού όρου) για την ερμηνεία της σχέσης μεταξύ του κατά κεφαλήν εισοδήματος και της κατανάλωσης; Τεκμηριώστε την απάντησή σας.

6. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στην εκτίμηση για τις τρεις τελευταίες περιόδους.

	<i>CONGWITH</i>	<i>INCGWITH</i>
2009-2 ^ο τρίμηνο	0.1	1.9
2009-3 ^ο τρίμηνο	1.3	-0.3
2009-4 ^ο τρίμηνο	1	0.9

Αν η ποσοστιαία μεταβολή του κατά κεφαλήν εισοδήματος για το πρώτο τρίμηνο του 2010 ήταν 0.6 ποσοστιαίες μονάδες προβλέψτε τη ποσοστιαία μεταβολή της κατά κεφαλήν κατανάλωσης για το ίδιο τρίμηνο χρησιμοποιώντας το δεύτερο υπόδειγμα.

Άσκηση 4: Θεωρούμε το ακόλουθο οικονομετρικό υπόδειγμα

$$\log(WAGE) = \beta_1 + \beta_2 EDUC + \beta_3 EXPER + \beta_4 HRSWK + \varepsilon$$

όπου *WAGE* είναι το η ωριαίος μισθός ενός εργαζόμενου, *EDUC* είναι τα έτη που έχει περάσει στην εκπαίδευση, *EXPER* είναι τα έτη που έχει εργαστεί στο παρελθόν (εργασιακή εμπειρία) και *HRSWK* είναι οι εβδομαδιαίες ώρες εργασίας του. Χρησιμοποιώντας διαστρωματικά δεδομένα από 4838 εργαζόμενους από την αγορά εργασίας των ΗΠΑ για το 2008 εκτιμήθηκε το παραπάνω υπόδειγμα με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης εμφανίζονται στον Πίνακα 1. Επίσης ο Πίνακας 2 παρουσιάζει τον έλεγχο White για ετεροσκεδαστικότητα. Τέλος ο Πίνακας 3 παρουσιάζει την εκτίμηση του υποδείγματος με robust standard errors.

Πίνακας 1: Εκτίμηση του υποδείγματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

Dependent Variable: LOG(WAGE)

Sample: 1 4838

Included observations: 4838

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.975384	0.047527	20.52278	0.0000
EDUC	0.092836	0.002653	34.99564	0.0000
EXPER	0.005851	0.000566	10.33805	0.0000
HRSWK	0.010701	0.000678	15.78268	0.0000
R-squared	0.253836	Mean dependent var		2.836807
Adjusted R-squared	0.253373	S.D. dependent var		0.574260
S.E. of regression	0.496204	Akaike info criterion		1.437168
Sum squared resid	1190.220	Schwarz criterion		1.442529
Log likelihood	-3472.508	Hannan-Quinn criter.		1.439050
F-statistic	548.1560	Durbin-Watson stat		2.030702
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 2: Έλεγχος White

F-statistic	17.18130	Prob. F(9,4828)	0.0000
Obs*R-squared	150.1432	Prob. Chi-Square(9)	0.0000

Πίνακας 3: Εκτίμηση του υποδείγματος με robust standard errors

Dependent Variable: LOG(WAGE)

Sample: 1 4838

Included observations: 4838

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.975384	0.051072	19.09833	0.0000
EDUC	0.092836	0.002932	31.65914	0.0000
EXPER	0.005851	0.000585	10.00725	0.0000
HRSWK	0.010701	0.000844	12.67547	0.0000
R-squared	0.253836	Mean dependent var		2.836807
Adjusted R-squared	0.253373	S.D. dependent var		0.574260
S.E. of regression	0.496204	Akaike info criterion		1.437168
Sum squared resid	1190.220	Schwarz criterion		1.442529
Log likelihood	-3472.508	Hannan-Quinn criter.		1.439050
F-statistic	548.1560	Durbin-Watson stat		2.030702
Prob(F-statistic)	0.000000			

1. Ερμηνεύστε τα αριθμητικά αποτελέσματα της εκτίμησης των παραμέτρων του υποδείγματος που παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 και σχολιάστε τη στατιστική σημαντικότητα αυτών.
2. Ποια εκτίμηση του υποδείγματος μεταξύ αυτών που παρουσιάζονται στους Πίνακες 1 και 3 θεωρείται πιο αξιόπιστη και γιατί;
3. Κατασκευάστε ένα διάστημα εμπιστοσύνης για τη παράμετρο β_2 με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Τι συμπεραίνετε για την αξιοπιστία της εκτίμησης της παραμέτρου;

Στη συνέχεια ο ερευνητής ενσωμάτωσε στο υπόδειγμα τη ψευδομεταβλητή (dummy variable) *FEMALE* η οποία παίρνει τη τιμή 1 όταν ο εργαζόμενος είναι γυναίκα και τη τιμή 0 όταν είναι άνδρας. Το νέο υπόδειγμα είναι της μορφής:

$$\log(WAGE) = \beta_1 + \beta_2 FEMALE + \beta_3 EDUC + \beta_4 EDUC \times FEMALE + \beta_5 EXPER + \beta_6 HRSWK + \varepsilon$$

Η εκτίμηση του υποδείγματος με robust standard errors παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.

Πίνακας 4: Εκτίμηση του υποδείγματος με robust standard errors

Dependent Variable: LOG(WAGE)

Sample: 1 4838

Included observations: 4838

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.248449	0.059041	21.14541	0.0000
FEMALE	-0.524955	0.075577	-6.946014	0.0000
EDUC	0.086420	0.003528	24.49220	0.0000
FEMALE*EDUC	0.023428	0.005468	4.284610	0.0000
EXPER	0.006393	0.000587	10.89591	0.0000
HRSWK	0.008203	0.000870	9.429088	0.0000
R-squared	0.284860	Mean dependent var		2.836807
Adjusted R-squared	0.284120	S.D. dependent var		0.574260
S.E. of regression	0.485880	Akaike info criterion		1.395527
Sum squared resid	1140.733	Schwarz criterion		1.403569
Log likelihood	-3369.781	Hannan-Quinn criter.		1.398351
F-statistic	384.9434	Durbin-Watson stat		2.043577
Prob(F-statistic)	0.000000			

4. Πώς επηρεάζει η ψευδομεταβλητή το υπόδειγμα; Πιο συγκεκριμένα ποια είναι η διαφορά στο μέσο μισθό ενός άνδρα και μιας γυναίκας με τα ίδια χρόνια στην εκπαίδευση, τα ίδια έτη εργασιακής εμπειρίας που εργάζονται τις ίδιες ώρες εβδομαδιαίως; Επίσης, ποια είναι η σχέση μεταξύ μισθού και εκπαίδευσης για άνδρες και γυναίκες;
5. Προβλέψτε το μέγεθος του ωριαίου μισθού για μια γυναίκα και έναν άνδρα εργαζόμενο ξεχωριστά με 16 χρόνια στην εκπαίδευση, 5 χρόνια εργασιακή προϋπηρεσία ο οποίος εργάζεται 35 ώρες εβδομαδιαίως.
6. Ελέγξτε με επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% ότι $\beta_2 = \beta_4 = 0$, δηλαδή ότι η μεταβλητή *FEMALE* επηρεάζει σημαντικά το υπόδειγμα.