

**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΘΗΝΩΝ**



ATHENS UNIVERSITY
OF ECONOMICS
AND BUSINESS

**ΣΧΟΛΗ
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ**

SCHOOL OF
BUSINESS

**ΤΜΗΜΑ
ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ &
ΧΡΗΜΑΤΟ-
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ**
DEPARTMENT OF
ACCOUNTING &
FINANCE

Γραμμική Άλγεβρα και Μαθηματικός Λογισμός για Οικονομικά και Επιχειρησιακά Προβλήματα

Ενότητα: Ασκήσεις 2

Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος

Τμήμα Λογιστικής & Χρηματοοικονομικής

1. Σκοποί ενότητας	5
2. Περιεχόμενα ενότητας.....	5
3. Ασκήσεις (2)	5
3.1 Άσκηση 1:.....	5
3.2 Άσκηση 2:.....	5
3.3 Άσκηση 3:.....	5
3.4 Άσκηση 4:.....	5
3.5 Άσκηση 5:.....	6
3.6 Άσκηση 6:.....	6

1. Σκοποί ενότητας

Ασκήσεις που βοηθούν στην κατανόηση και την εφαρμογή της θεωρίας της Γραμμικής Άλγεβρας.

2. Περιεχόμενα ενότητας

Ασκήσεις σε Στοιχεία Γραμμικής Άλγεβρας.

3. Ασκήσεις (2)

3.1 Άσκηση 1:

1. Δίνονται τα σημεία του \mathcal{R}^4 , $a^T = (1,2,3,1)$ και $b^T = (2,4,1,3)$. Έστω L_a η ευθεία που διέρχεται από το a και το 0 και L_b η ευθεία που διέρχεται από το b και το 0 .
 - 1.1. Να βρεθούν οι διανυσματικές εξισώσεις των L_a και L_b .
 - 1.2. Να βρεθεί το σημείο της L_a που είναι πλησιέστερο στο b .
 - 1.3. Να βρεθεί το σημείο της L_b που είναι πλησιέστερο στο a .
 - 1.4. Να βρεθεί η εξίσωση (διανυσματική) του επιπέδου που διέρχεται από τα a , b και 0 και εκείνου που διέρχεται από τα a , b και c , όπου $c^T = (1,1,0,0)$.

3.2 Άσκηση 2:

2. Απαντήστε στα παρακάτω:
 - 2.1. Βρείτε τα μήκη και το εσωτερικό γινόμενο των $x = (1,4,0,2)$ και $y = (2,-2,1,3)$.
 - 2.2. Υπολογίστε τη γωνία θ που βρίσκεται μεταξύ των διανυσμάτων x και y .

3.3 Άσκηση 3:

3. Αν $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ και $C = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$, να υπολογίσετε τους πίνακες:
 - 3.1. $A + B + C$.
 - 3.2. $C - A$.
 - 3.3. $4A + 2B - 3C$.
 - 3.4. AB και BA , είναι $AB=BA$;

3.4 Άσκηση 4:

4. Έστω $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & -2 \end{bmatrix}$, και $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & 3 & 0 \\ 8 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ και $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$.

- 4.1. Να υπολογιστούν τα $A \cdot B$, $A \cdot x$, $x^T \cdot B$.
- 4.2. Να βρεθεί πίνακας E_1 τέτοιος ώστε το $E_1 \cdot x$ να προσθέτει το 3-πλάσιο της δεύτερης συντεταγμένης του x στην τρίτη. Πώς διαφέρει ο $E_1 \cdot B$ από τον B ;
- 4.3. Να βρεθεί πίνακας E_2 τέτοιος ώστε το $E_2 \cdot x$ να προσθέτει το 4-πλάσιο της δεύτερης συντεταγμένης του x στην τέταρτη. Πώς διαφέρει ο $E_2 \cdot B$ από τον B ;
- 4.4. Υπολογίστε τον $E = E_2 \cdot E_1$. Πώς διαφέρει το $E \cdot x$ από το x ; Και πώς ο $E \cdot B$ από τον B .

3.5 Άσκηση 5:

5. (Άσκηση 1.4.11 από Strang) Αληθές ή ψευδές; Δώστε αντιπαράδειγμα όταν είναι ψευδές.
 - 5.1. Εάν η πρώτη και τρίτη στήλη του B είναι ίδιες τότε το ίδιο συμβαίνει και με την πρώτη και τρίτη στήλη του $A \cdot B$.
 - 5.2. Εάν η πρώτη και τρίτη γραμμή του B είναι ίδιες τότε το ίδιο συμβαίνει και με την πρώτη και τρίτη γραμμή του $A \cdot B$.
 - 5.3. Εάν η πρώτη και τρίτη γραμμή του A είναι ίδιες τότε το ίδιο συμβαίνει και με την πρώτη και τρίτη γραμμή του $A \cdot B$.
 - 5.4. $(A \cdot B)^2 = A^2 \cdot B^2$.

3.6 Άσκηση 6:

6. (Άσκηση 1.4.19 από Strang) Ποιοί από τους επόμενους πίνακες είναι σίγουρα ίσοι με $(A + B)^2$;
 - 6.1. $(B + A)^2$, $A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2$, $A \cdot (A + B) + B \cdot (A + B)$, $(A + B) \cdot (B + A)$,
 $A^2 + A \cdot B + B \cdot A + B^2$.

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Οικονομικό Πανεπιστήμιον Αθηνών, Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος, 2015. Ανδριανός Ε. Τσεκρέκος. «Γραμμική Άλγεβρα και Μαθηματικός Λογισμός για Οικονομικά και Επιχειρησιακά Προβλήματα». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.aueb.gr/modules/document/?course=LOXR100>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων

- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)
μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

