



# ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

<http://eclass.aueb.gr/courses/INF511/>

## Αποθήκευση Δεδομένων (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1)

Αλκμήνη Σγουρίτσα

Κοδριγκτώνος 12, 2<sup>ος</sup> όροφος

E-mail: [alkmini@aueb.gr](mailto:alkmini@aueb.gr)

# Αποθήκευση Δεδομένων

- Τα bits και ο τρόπος που αποθηκεύονται
  - Πύλες, δισταθή κυκλώματα
- Κυρίως μνήμη και άλλα αποθηκευτικά μέσα
  - Μέσα μαζικής αποθήκευσης
- Δυαδικό σύστημα για αναπαράσταση αριθμών στον υπολογιστή
  - Ακέραιοι αριθμοί (θετικοί/αρνητικοί)
  - Πραγματικοί αριθμοί (Αριθμητική κινητής υποδιαστολής)
  - Προβλήματα: υπερχείλιση, σφάλμα στρογγυλοποίησης
- Αναπαράσταση πληροφορίας στον υπολογιστή
  - Δειγματοληψία σε αναλογική πηγή ήχου
  - Κωδικοποίηση πληροφορίας
- Συμπίεση δεδομένων
- Σφάλματα επικοινωνίας και κωδικοποίηση

# Τα bit και η σημασία τους

- Bit = **b**inary **d**igit
- “Το bit είναι η βασική μονάδα πληροφορίας στους υπολογιστές και στις ψηφιακές επικοινωνίες.” [Wikipedia]
- Ένα bit μπορεί να έχει μόνο μία από **2 τιμές** και μπορεί ως εκ τούτου να υλοποιηθεί φυσικά με μια συσκευή δύο καταστάσεων.
  - Αυτές οι τιμές είναι **0** και **1**.
- Μερικές πιθανές ερμηνείες για ένα bit:
  - Αριθμητική τιμή (1 ή 0)
  - Τιμές Boolean (αληθές ή ψευδές)
  - Τάση (υψηλή ή χαμηλή)
- Τα δεδομένα που αποθηκεύονται σε έναν υπολογιστή αναπαριστώνται με ακολουθίες bits (π.χ. 01101110) και μπορεί να είναι:
  - Αριθμοί
  - Χαρακτήρες κειμένου
  - Εικόνες
  - Ήχοι
  - Βίντεο
  - Εντολές

# Πράξεις Boolean

- Οι πράξεις που χειρίζονται τιμές τύπου **αληθής / ψευδής** ονομάζονται **λογικές** πράξεις ή **πράξεις Boolean**.
  - Χρησιμοποιούνται για πράξεις σε bits
  - bit=1 (αληθές), bit=0 (ψευδές)
- Συγκεκριμένες πράξεις:
  - Σύζευξη: AND
  - Διάζευξη: OR
  - Αποκλειστική Διάζευξη: XOR
  - Άρνηση: NOT

# Οι λογικές πράξεις σύζευξη (**AND**), διάζευξη (**OR**) και αποκλειστική διάζευξη (**XOR**)

Η πράξη της σύζευξης (**AND**)

$$\begin{array}{r} \text{AND} \quad 0 \\ \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{AND} \quad 0 \\ \quad 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{AND} \quad 1 \\ \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{AND} \quad 1 \\ \quad 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{AND} \quad 1011 \\ \quad 0010 \\ \hline 0010 \end{array}$$

Η πράξη της διάζευξης (**OR**)

$$\begin{array}{r} \text{OR} \quad 0 \\ \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{OR} \quad 0 \\ \quad 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{OR} \quad 1 \\ \quad 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{OR} \quad 1 \\ \quad 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{OR} \quad 1001 \\ \quad 0010 \\ \hline 1011 \end{array}$$

Η πράξη της αποκλειστικής διάζευξης (**XOR**)

$$\begin{array}{r} \text{XOR} \quad 0 \\ \quad 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{XOR} \quad 0 \\ \quad 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{XOR} \quad 1 \\ \quad 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{XOR} \quad 1 \\ \quad 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

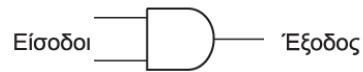
$$\begin{array}{r} \text{XOR} \quad 1011 \\ \quad 0010 \\ \hline 1001 \end{array}$$

Η πράξη της άρνησης (**NOT**): NOT 0 = 1, NOT 1 = 0

# Πύλες

- Η συσκευή (κύκλωμα) που παράγει την έξοδο μίας λογικής πράξης για δεδομένες **τιμές εισόδου** ονομάζεται **πύλη** (gate).
  - Υλοποιείται από μικρά ηλεκτρονικά κυκλώματα, στα οποία τα ψηφία 0 και 1 αντιπροσωπεύονται από επίπεδα τάσης.

AND



Είσοδοι	Έξοδος
0 0	0
0 1	0
1 0	0
1 1	1

OR



Είσοδοι	Έξοδος
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	1

XOR



Είσοδοι	Έξοδος
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	0

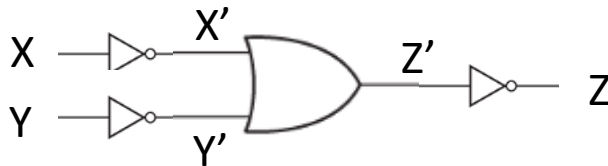
NOT



Είσοδος	Έξοδος
0	1
1	0

# Πύλες

- Ερώτηση: Μπορώ να παράγω την πύλη AND χρησιμοποιώντας μόνο πύλες OR και NOT?

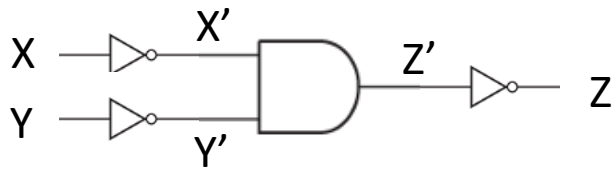


X	Y	X'	Y'	Z'	Z
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1

- Ερώτηση για το σπίτι 1: Πώς μπορώ να παράγω την πύλη OR χρησιμοποιώντας μόνο πύλες AND και NOT?
- Ερώτηση για το σπίτι 2: Πώς μπορώ να παράγω την πύλη XOR χρησιμοποιώντας μόνο πύλες AND, OR και NOT?  
Χρειάζομαι και τις δύο πύλες AND και OR για το τελευταίο?

# Πύλες

- Ερώτηση για το σπίτι 1: Πώς μπορώ να παράγω την πύλη OR χρησιμοποιώντας μόνο πύλες AND και NOT?

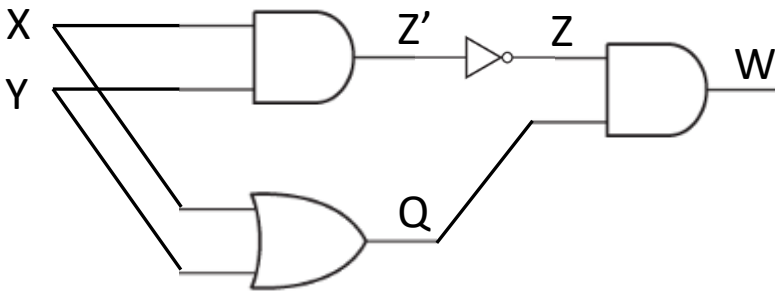


X	Y	X'	Y'	Z'	Z
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1



# Πύλες

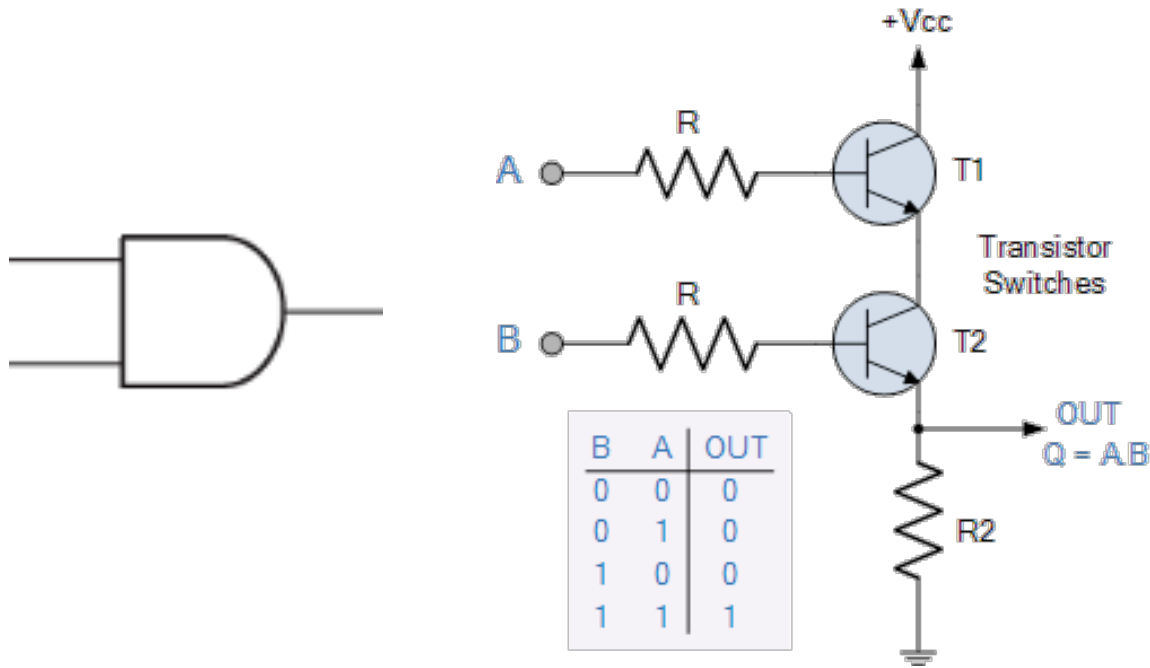
- Ερώτηση για το σπίτι 2: Πώς μπορώ να παράγω την πύλη XOR χρησιμοποιώντας μόνο πύλες AND, OR και NOT?  
Χρειάζομαι και τις δύο πύλες AND και OR για το τελευταίο?



X	Y'	Z'	Z	Q	W
0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0

Μπορούμε να αντικαταστήσουμε είτε την πύλη AND είτε την πύλη OR με το ισοδύναμο κύκλωμά τους που είδαμε πριν.

# Παράδειγμα: Πύλη AND



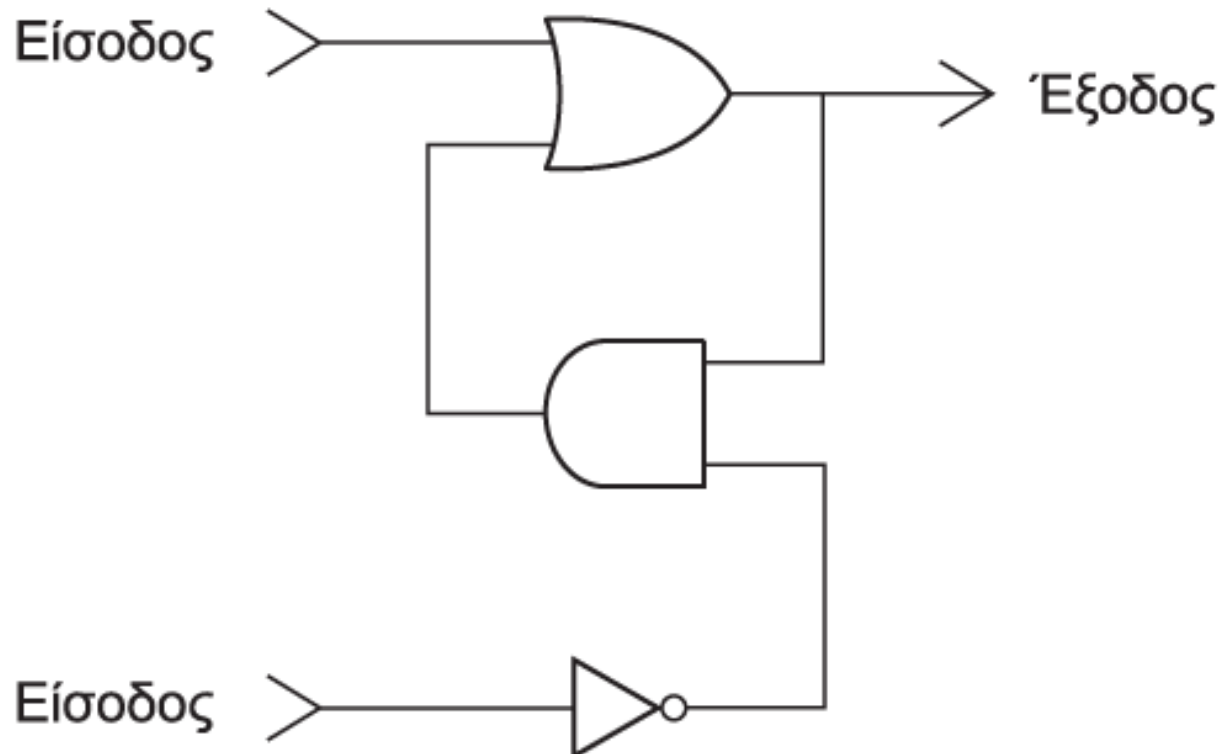
Τρανζίστορ

Περισσότερα: [http://www.electronics-tutorials.ws/transistor/tran\\_4.html](http://www.electronics-tutorials.ws/transistor/tran_4.html)

Το τρανζίστορ χρησιμοποιείται είτε ως ενισχυτής είτε ως **διακόπτης**.

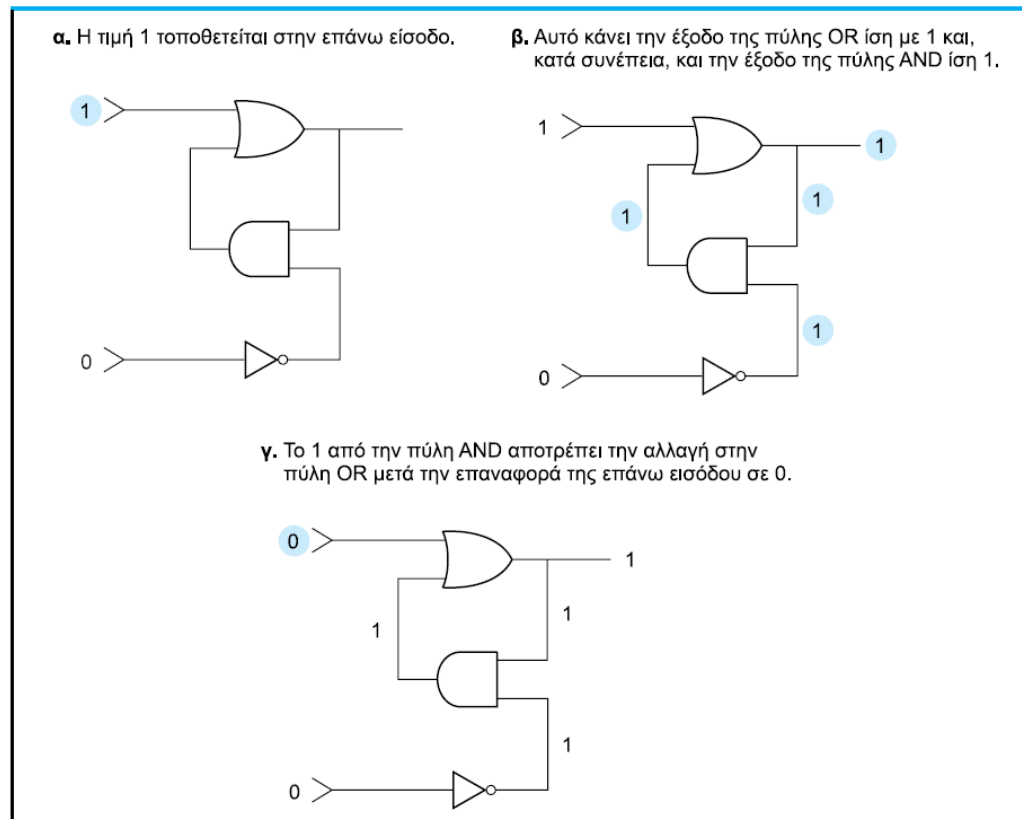
# Δισταθές Κύκλωμα (flip-flop)

- Ένα **δισταθές (bi-stable) κύκλωμα** (flip-flop) είναι ένα κύκλωμα που δημιουργείται από πύλες
- Παράγει μία τιμή εξόδου 0 ή 1 η οποία εναλλάσσεται (flip-flop) ανάλογα με τις τιμές εισόδου



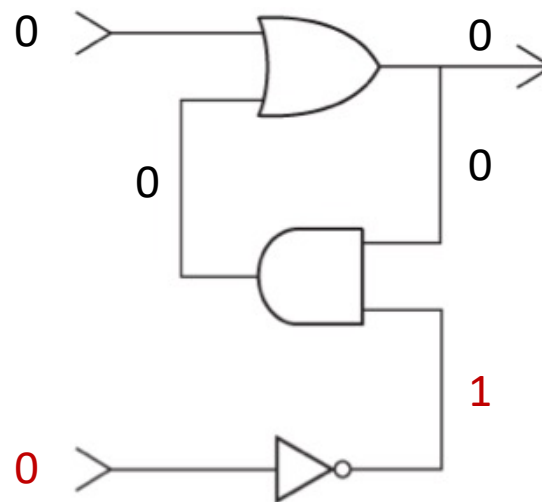
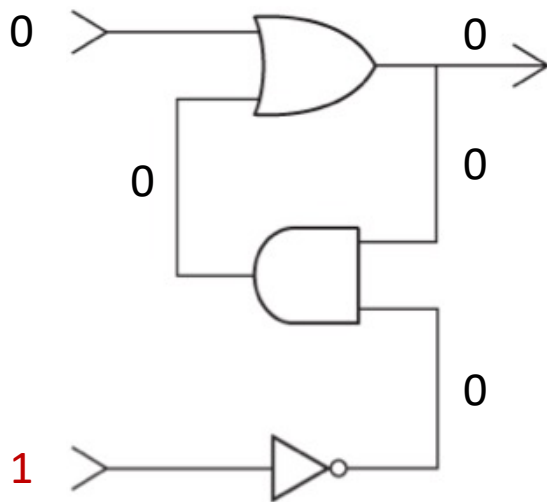
# Βασικό παράδειγμα Flip-flop

- Αν είναι 0 η κάτω είσοδος και βάλουμε 1 στην πάνω, η έξοδος γίνεται 1.
- Η έξοδος παραμένει 1 αν η πάνω είσοδος γίνει 0.
- Το flip-flop «αποθηκεύει» την έξοδο 1!



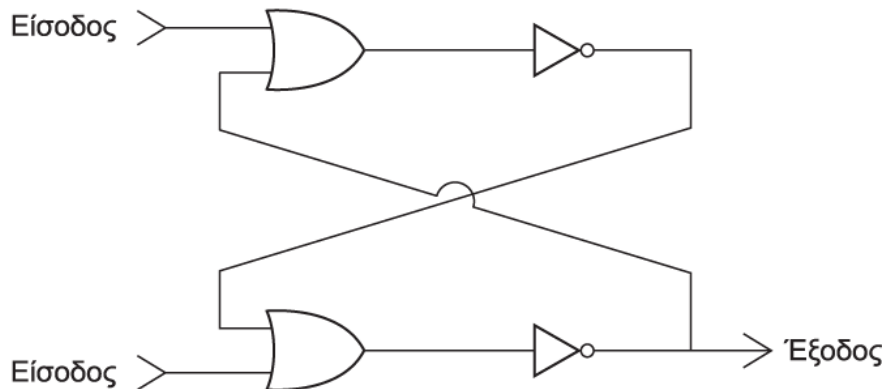
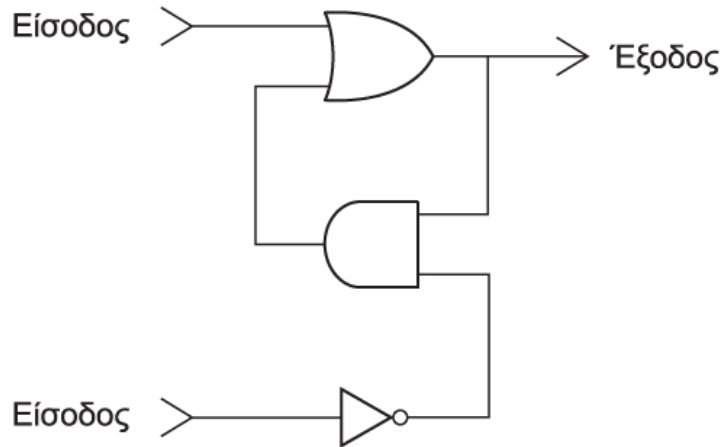
# Βασικό παράδειγμα Flip-flop

- Ομοίως, αν είναι 0 η πάνω είσοδος και βάλουμε 1 στην κάτω, η έξοδος γίνεται 0.
- Η έξοδος παραμένει 0 αν η κάτω είσοδος γίνει 0.
- Το flip-flop «αποθηκεύει» την έξοδο 0!



Το διασταθές κύκλωμα (flip-flop) μπορεί να αποθηκεύσει ένα bit δεδομένων

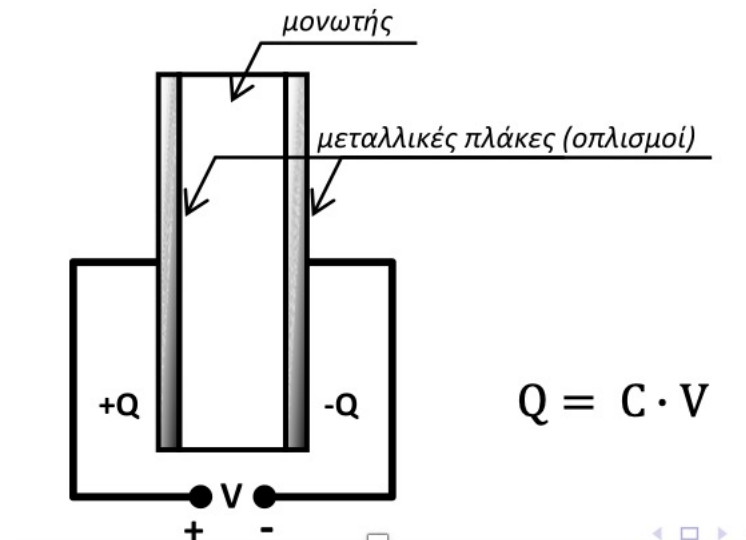
# Flip-flops (συνέχεια)



- Ένα flip-flop μπορεί να αποθηκεύσει ένα bit δεδομένων
- Δικτύωση πολλών τέτοιων μονάδων για κατασκευή κυκλωμάτων πολύ υψηλής κλίμακας ολοκλήρωσης (very large-scale integration, VLSI)
- Θεμελιώδεις μονάδες για κατασκευή περίπλοκων ολοκληρωμένων κυκλωμάτων
  - Αφαιρετικότητα: δεν μας ενδιαφέρουν τα κυκλώματα αλλά μόνο τι bit παράγεται στην έξοδο ανάλογα με τα bit στις εισόδους
- Σχεδιασμός ψηφιακών συστημάτων: χρήση πυλών για την κατασκευή συσκευών.

# Πως αποθηκεύεται φυσικά το bit

- Το bit αποθηκεύεται σαν ηλεκτρικό φορτίο σε έναν πυκνωτή. Ο πυκνωτής μπορεί να είναι:
  - φορτισμένος – αναπαράσταση του 1
  - Αποφορτισμένος – αναπαράσταση του 0



Από μάθημα «Ηλεκτρικά Κυκλώματα» Τμήμα Ψηφ. Συστ, Παν. Πελοποννήσου



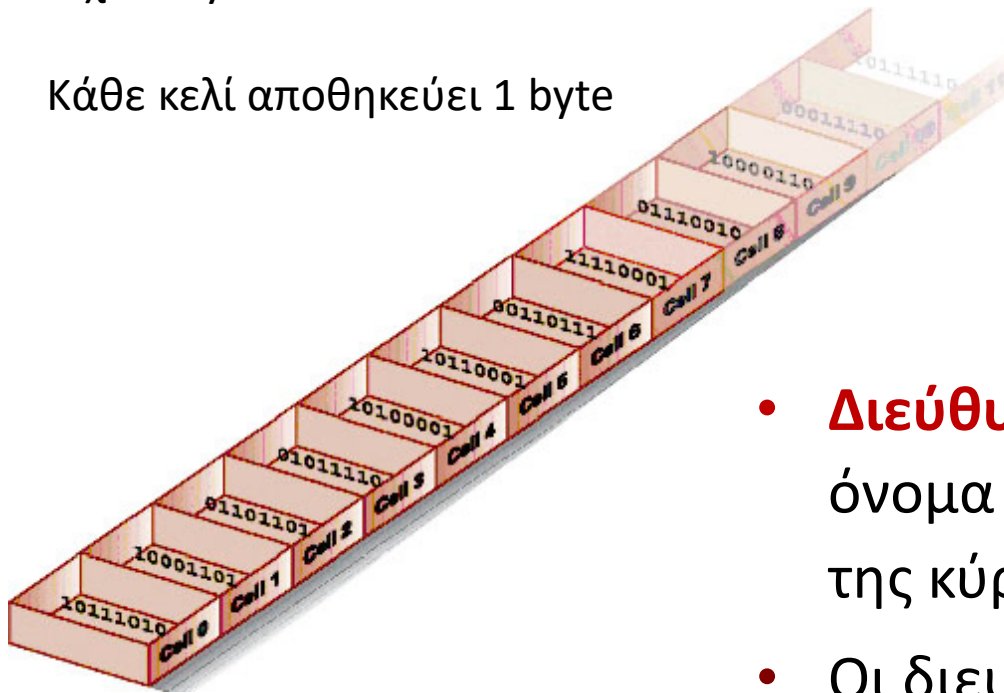


# Διεύθυνση κύριας μνήμης

Μέγεθος κύριας μνήμης = αριθμός κελιών

π.χ. 1Kbyte = 1024 κελιά =  $2^{10}$  κελιά

Κάθε κελί αποθηκεύει 1 byte



- **Διεύθυνση (address):** ένα μοναδικό όνομα που προσδιορίζει κάθε κελί της κύριας μνήμης
- Οι διευθύνσεις είναι αριθμητικές και ξεκινούν από το 0

# Μέτρηση χωρητικότητας μνήμης

- Ο όρος Kilo- αναφέρεται στο  $\sim 1.000$ 
  - Kilobyte (KB) =  $2^{10} = 1024$  κελιά (bytes)  $\sim 10^3$
- Ο όρος Mega- αναφέρεται στο  $\sim 1.000.000$ 
  - Megabyte (MB) =  $2^{20} = 1.048.576 \sim 10^6$
- Ο όρος Giga- συνήθως αναφέρεται στο  $\sim 1.000.000.000$ 
  - Gigabyte (GB) =  $2^{30} = 1.073.741.824 \sim 10^9$
- Ο όρος Tera- συνήθως αναφέρεται στο  $\sim 1.000.000.000.000$ 
  - Terabyte (TB) =  $2^{40} \sim 10^{12}$
- Ακόμα: Peta-byte:  $\sim 10^{15}$ , Exa-byte:  $\sim 10^{18}$ ,  
Zetta-byte:  $\sim 10^{21}$ , Yotta-byte:  $\sim 10^{24}$

Είναι βολικό η χωρητικότητα της μνήμης να είναι δύναμη του 2. Γιατί;  
Η διεύθυνση κάθε κελιού αναπαρίσταται με ένα δυαδικό αριθμό

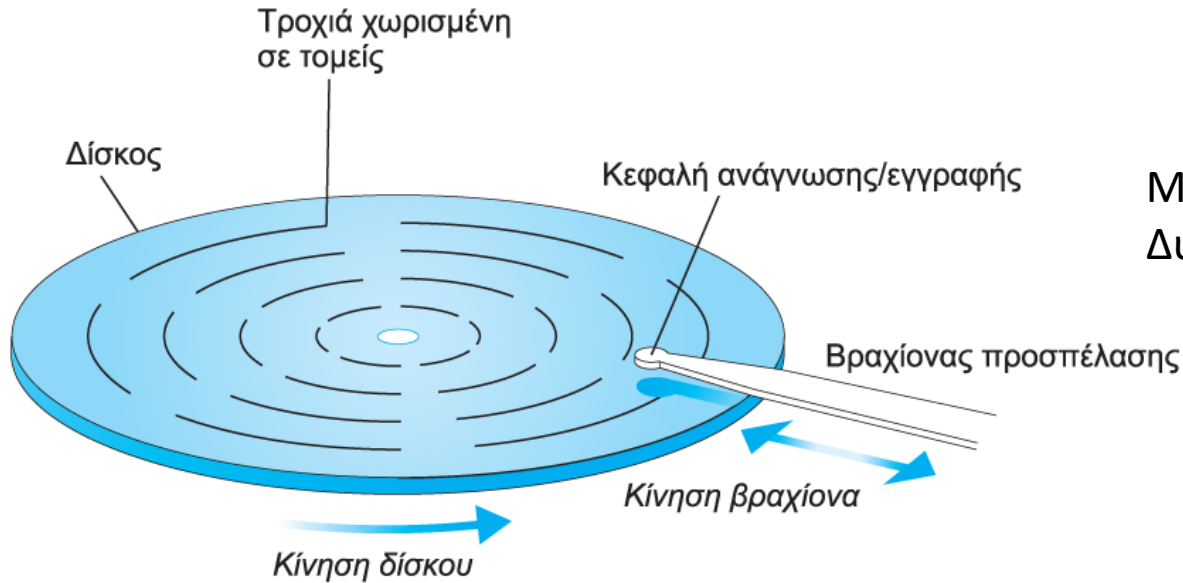
# Είδη κύριας μνήμης

- **Μνήμη τυχαίας προσπέλασης (RAM)** είναι η μνήμη όπου κάθε κελί μπορεί να προσπελαστεί με τυχαία σειρά.
  - Ανάγνωση (read): ανάκτηση περιεχομένων bit μιας διεύθυνσης
  - Εγγραφή (write): τοποθέτηση συγκεκριμένης ακολουθίας bit σε μια διεύθυνση
- **Δυναμική μνήμη (Dynamic RAM, DRAM):** μνήμη RAM με κατάλληλη τεχνολογία που διατηρεί και ανανεώνει τα ηλεκτρικά φορτία που αναπαριστούν τα bits
- **Σύγχρονη Δυναμική RAM (Synchronous DRAM, SDRAM):** μνήμη DRAM με επιπλέον τεχνικές συγχρονισμού για την ελάττωση του χρόνου ανάκτησης πληροφορίας

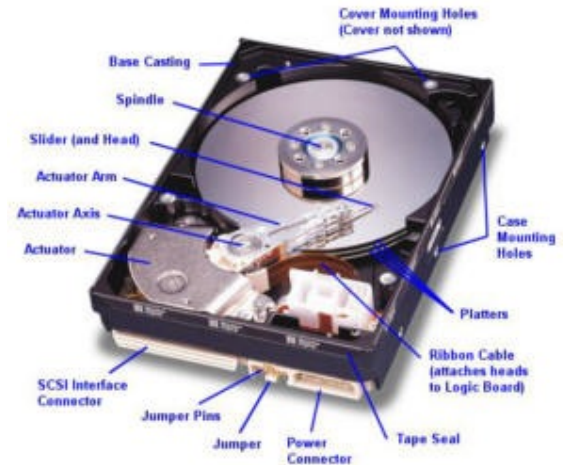
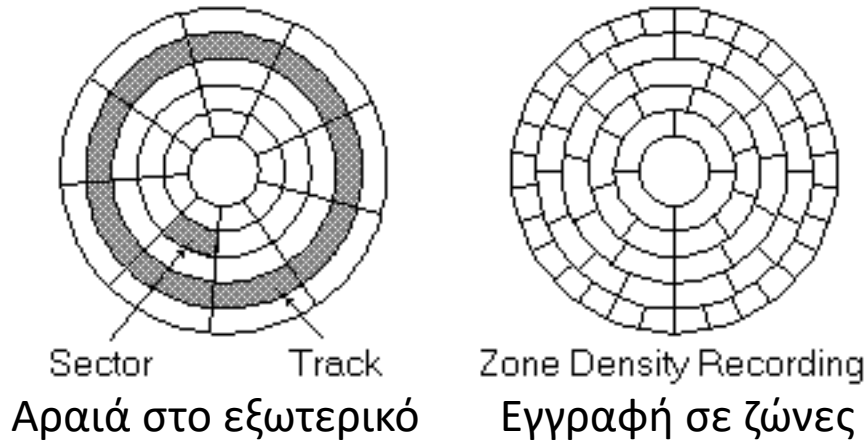
# Τεχνολογίες αποθήκευσης

- **Πτητική μνήμη (volatile memory)** – τα δεδομένα χάνονται όταν κλείσει η πηγή τροφοδοσίας (π.χ. δισταθές κύκλωμα, RAM).
- **Μη πτητική μνήμη (non-volatile memory)** – τα δεδομένα διατηρούνται επ' αόριστον (π.χ. μαγνητική αποθήκευση).
  - Μαγνητικοί δίσκοι (σκληροί δίσκοι)
  - CDs
- Πλεονεκτήματα μη πτητικής μνήμης σε σχέση με την κύρια μνήμη
  - Μεγάλες αποθηκευτικές δυνατότητες
  - Μικρό κόστος
  - Δυνατότητα αφαίρεσης του μέσου από τη μηχανή
- Μειονέκτημα:
  - Απαιτούν (συχνά) μηχανική κίνηση
  - έχουν σημαντικά μεγαλύτερους χρόνους αποθήκευσης και ανάκτησης δεδομένων.

# Συστήματα αποθήκευσης: Μαγνητικός δίσκος



Μαγνητική επίστροση  
Δυο βαθμοί ελευθερίας:  $r$  και  $\theta$



Ελάχιστη μονάδα προσπέλασης δεδομένων = τομέας (σταθερό πλήθος bits: 512-2048 Bytes)

# Μέτρα αξιολόγησης απόδοσης σκληρού δίσκου

- **Χρόνος αναζήτησης** (seek time): χρόνος που απαιτείται για μετακίνηση των κεφαλών ανάγνωσης / εγγραφής από τη μία τροχιά στην άλλη.
- **Καθυστέρηση περιστροφής ή λανθάνων χρόνος** (rotation delay): Μέσος χρόνος για να φτάσουμε σε έναν τομέα
  - Ισούται περίπου με το μισό του χρόνου που απαιτείται για μία πλήρη περιστροφή του δίσκου
- **Χρόνος προσπέλασης** (access time): άθροισμα των χρόνων αναζήτησης και της καθυστέρησης περιστροφής.
  - Οι παραπάνω χρόνοι είναι στην τάξη msec
- **Ρυθμός μεταφοράς** (transfer rate): ρυθμός μεταφοράς των δεδομένων από ή προς το δίσκο (MB/sec)

# Καθυστέρηση περιστροφής- Υπολογισμός

- $a$ : χρόνος για να πάει η κεφαλίδα από τον ένα τομέα στον επόμενο (διπλανό)
- $N$  τομείς:  $0, 1, \dots, N-1$
- Έστω η κεφαλίδα αρχικά στον τομέα  $0$
- $\tau_i$  : χρόνος για να πάει η κεφαλίδα στον τομέα  $i$
- $\tau_i = ia$
- Μέσος χρόνος για να πάει η κεφαλίδα σε ένα τομέα: 
$$T = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \tau_i = \frac{1}{N} a \sum_{i=0}^{N-1} i = a \frac{1}{N} \frac{N(N-1)}{2} = \frac{1}{2} a(N-1)$$

# Αναπαράσταση κειμένου

- Κάθε σύμβολο κειμένου (γράμμα αλφαβήτου, σημείο στίξης κτλ.) αντιστοιχίζεται σε μια μοναδική σειρά bit.
  - Αμερικανικό Πρότυπο Κώδικα για την Ανταλλαγή Πληροφοριών (**ASCII**): χρησιμοποιεί σειρές των 8 bit για να αναπαραστήσει σύμβολα του Αγγλικού αλφαβήτου.
  - Ο κώδικας **Unicode** χρησιμοποιεί σχήματα των 16 bit για τα σύμβολα των περισσότερων γλωσσών του κόσμου.
  - Ο Διεθνής Οργανισμός Τυποποίησης **ISO** χρησιμοποιεί σχήματα των 32 bit.
- **Παράδειγμα:** Το μήνυμα “Hello.” σε κώδικα ASCII

01001000

H

01100101

e

01101100

l

01101100

l

01101111

o

00101110

.

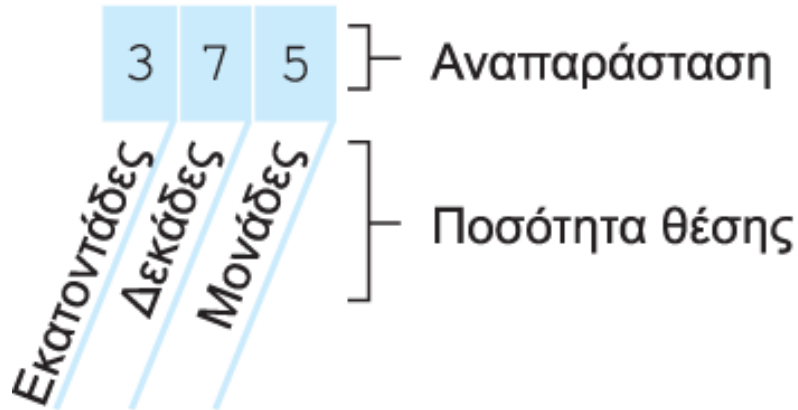


# Αναπαράσταση αριθμητικών τιμών

- Γιατί όχι με ASCII;
  - 1byte (8 bits) ανά ψηφίο θα σημαίνει ότι χρειαζόμαστε 16 bits για να παραστήσουμε διψήφιους αριθμούς (0-99)
    - Όχι αποδοτικό σε ό,τι αφορά τον αριθμό bits για αναπαράσταση
    - Όπως θα δούμε, με 16 bits μπορούν να παριστάνονται οι ακέραιοι 0 ως 65,535
- Βασικοί συμβολισμοί:
  - **Δυαδικός συμβολισμός (binary notation)**: χρησιμοποιεί bits για αναπαράσταση θετικών ακεραίων
  - **Συμβολισμός συμπληρώματος ως προς 2 (two's complement notation)**: αναπαράσταση αρνητικών αριθμών
  - **Αναπαράσταση με υπέρβαση**: αναπαράσταση αρνητικών αριθμών
  - **Συμβολισμός κινητής υποδιαστολής (floating point)**: για αναπαράσταση πραγματικών αριθμών και πολύ μεγάλων ακεραίων ή μικρών αριθμών
- Υπάρχουν περιορισμοί στο πόσα bits χρησιμοποιούνται στις αναπαραστάσεις αυτές

# Το δεκαδικό και το δυαδικό σύστημα

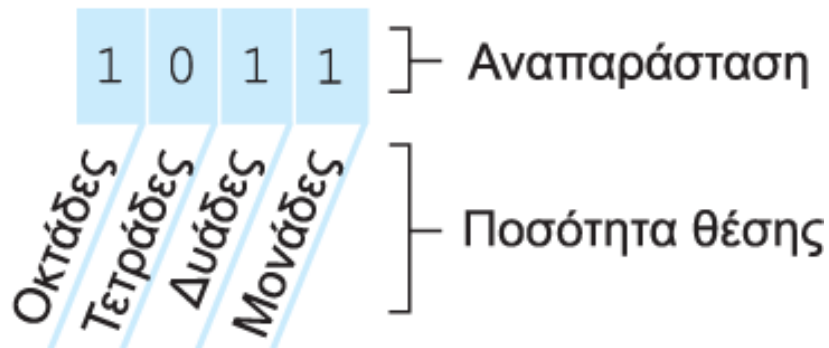
## α. Δεκαδικό σύστημα



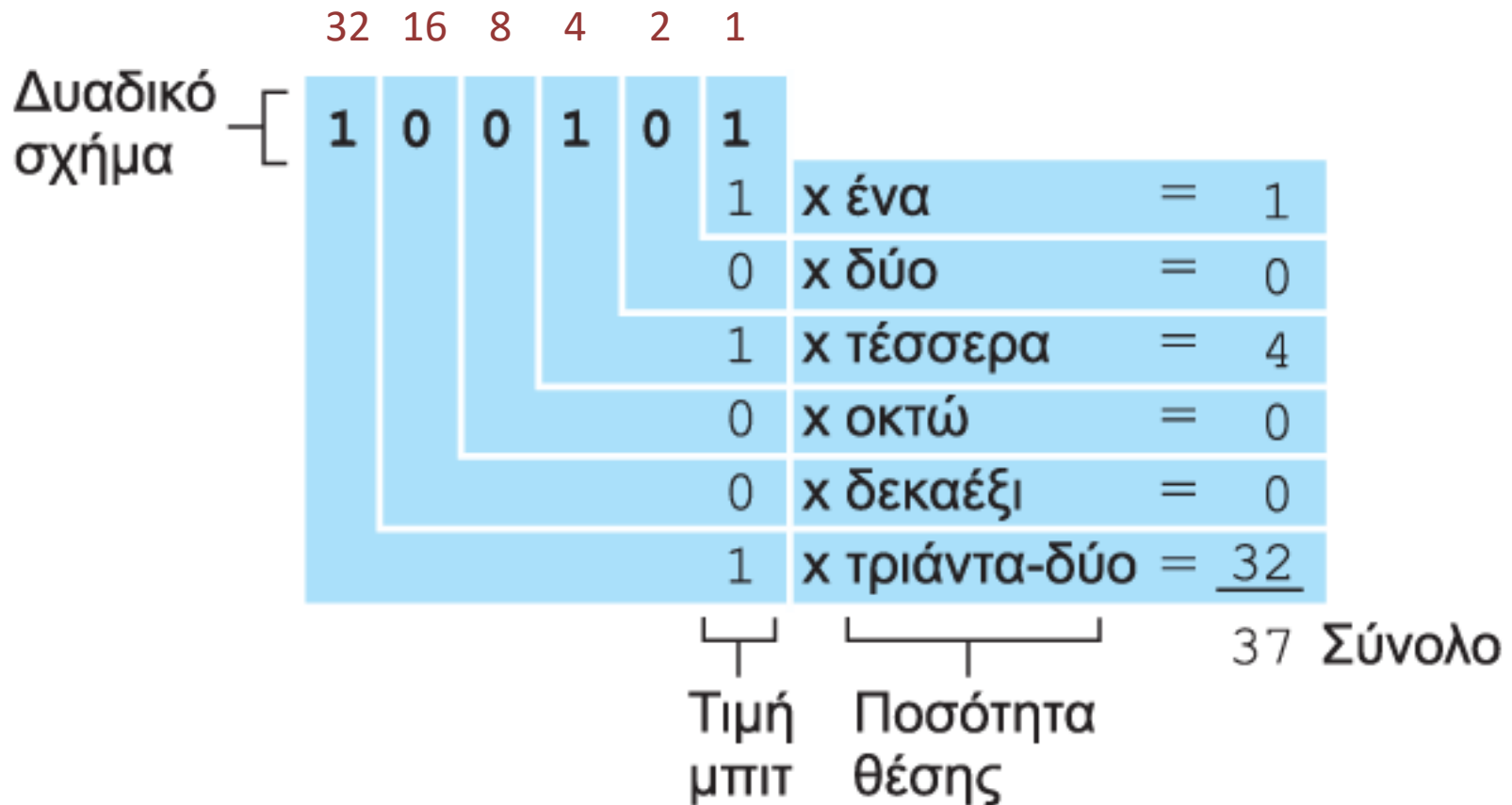
Δυαδικός συμβολισμός με 3 bit

000  
001  
010  
011  
100  
101  
110  
111

## β. Δυαδικό σύστημα



# Μετατροπή από δυαδική σε δεκαδική αναπαράσταση

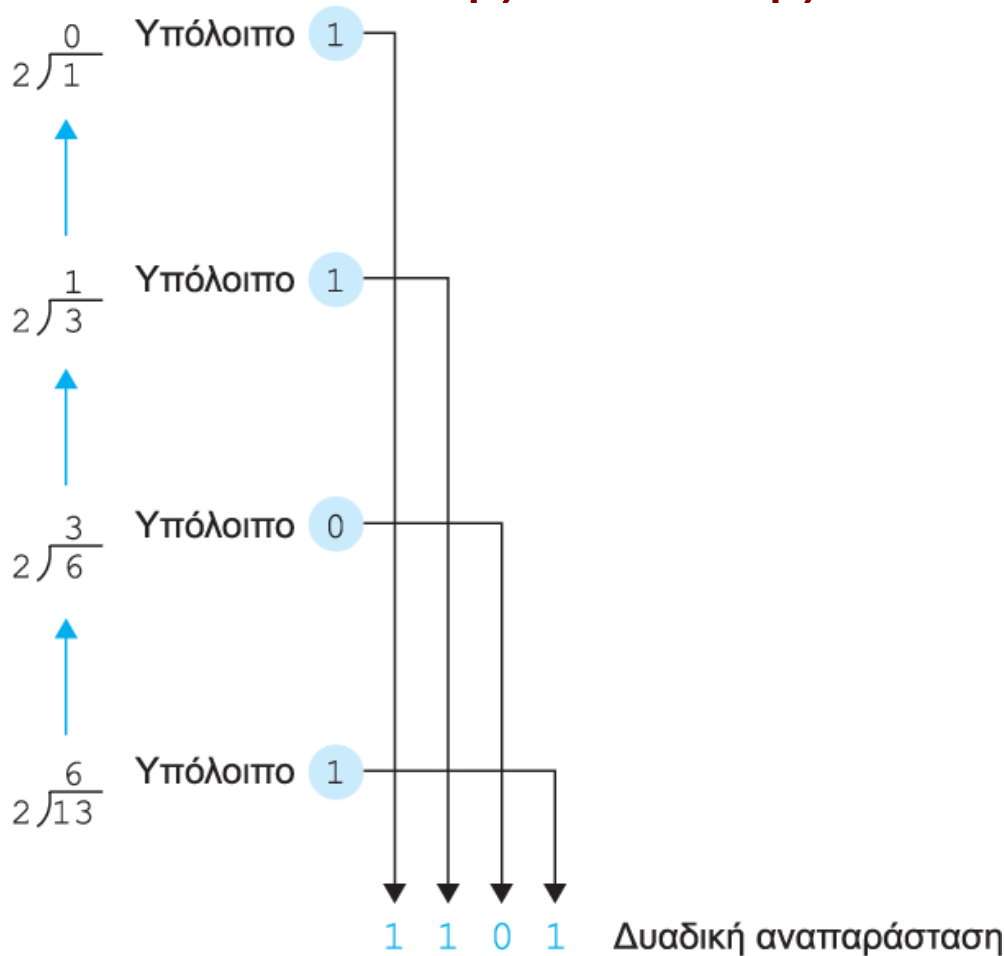


# Ένας αλγόριθμος για την εύρεση της δυαδικής αναπαράστασης ενός θετικού ακεραίου

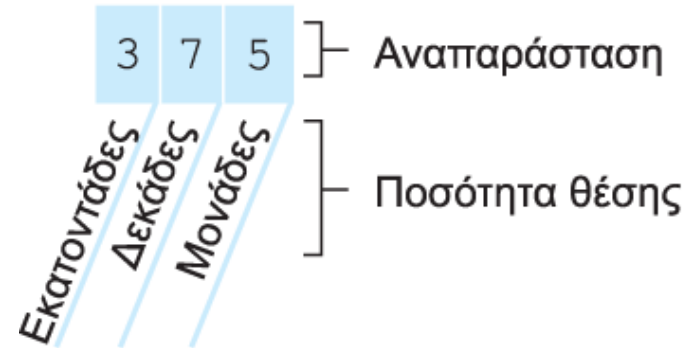
- Βήμα 1.** Διαίρεσε την τιμή με το δύο και σημείωσε το υπόλοιπο.
- Βήμα 2.** Όσο το πηλίκο είναι διάφορο του 0, συνέχισε να διαιρείς το νέο πηλίκο με το δύο και κατέγραφε το υπόλοιπο (γράφε από δεξιά προς αριστερά)
- Βήμα 3.** Αν προκύψει πηλίκο = 0, stop. Η δυαδική αναπαράσταση της αρχικής τιμής αποτελείται από τα **υπόλοιπα**, γραμμένα από τα δεξιά προς τα αριστερά με τη σειρά που σημειώθηκαν.

Παράδειγμα: Τρέξτε τον αλγόριθμο για το 13

# Η εφαρμογή του αλγορίθμου για τον υπολογισμό της δυαδικής αναπαράστασης του 13



## α. Δεκαδικό σύστημα



## β. Δυαδικό σύστημα



Οι μη αρνητικοί ακέραιοι μπορούν να αναπαρασταθούν ως άθροισμα δυνάμεων του 2  
 π.χ.  $13 = 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 1101$   
 π.χ.  $25 = 1 \times 16 (2^4) + 1 \times 8 (2^3) + 0 \times 4 (2^2) + 0 \times 2 (2^1) + 1 \times 1 (2^0) = 11001$

# Οι κανόνες της δυαδικής πρόσθεσης

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 1 \\ \hline 10 \end{array}$$

Παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} 111010 \\ + 11011 \\ \hline 1010101 \end{array}$$

# Δεκαεξαδικός συμβολισμός

- Ο δεκαεξαδικός συμβολισμός (hexadecimal notation) είναι ένας συμβολισμός για αναπαράσταση μεγάλων ροών από bits
  - 4-άδες bit αντιστοιχίζονται σε 16-δικά σύμβολα
  - Πιο συμπαγής συμβολισμός

Ερώτηση: ποιος είναι ο αριθμός  $0xA0 = A0_{16}$

Σχήμα μπιτ	Δεκαεξαδική αναπαράσταση
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

# Σύστημα συμπληρώματος ως προς δύο

- Οι ακέραιοι με πρόσημο μπορούν να αναπαρασταθούν:
- Με **συμβολισμό συμπληρώματος ως προς δύο – σε αυτή τη διαφάνεια**
- Με τον **συμβολισμό υπέρβασης** (λιγότερο διαδεδομένος) – επόμενες διαφάνειες
- Θετικοί αριθμοί ξεκινούν πάντα με 0, αρνητικοί με 1

α. Χρήση σχημάτων μήκους τρία

Σχήμα μπιτ	Τιμή
011	3
010	2
001	1
000	0
111	-1
110	-2
101	-3
100	-4

β. Χρήση σχημάτων μήκους τέσσερα

Σχήμα μπιτ	Τιμή
0111	7
0110	6
0101	5
0100	4
0011	3
0010	2
0001	1
0000	0
1111	-1
1110	-2
1101	-3
1100	-4
1011	-5
1010	-6
1001	-7
1000	-8

Γενίκευση: Ποιο το πεδίο τιμών που μπορεί να αναπαρασταθεί με N bits;  $[-2^{N-1}, 2^{N-1} - 1]$



# Αλγόριθμος αναπάρστασης του -6 σε σύστημα συμπληρώματος ως προς 2 με 4 bits

Συμβολισμός συμπληρώματος ως προς δύο για το 6 με χρήση τεσσάρων μπιτ

— [ 0 1 1 0

Συμβολισμός συμπληρώματος ως προς δύο για το -6 με χρήση τεσσάρων μπιτ

— [ 1 0 1 0

Αντιγραφή των μπιτ από τα δεξιά προς τα αριστερά **μέχρι και το πρώτο 1**

Αντικατάσταση των υπόλοιπων μπιτ με το συμπλήρωμά τους

**Ισοδύναμα**, αντέστρεψε τα bits του 0110 (6) και πρόσθεσε δυαδικά + 1  
Παρατήρηση:  $0110 (6) + 1010 (-6) = 10000$

# Πρόσθεση σε σύστημα συμπληρώματος ως προς δύο

Πρόβλημα στο δεκαδικό		Πρόβλημα σε μορφή συμπληρώματος ως προς δύο		Αποτέλεσμα στο δεκαδικό
$\begin{array}{r} 3 \\ + 2 \\ \hline \end{array}$	→	$\begin{array}{r} 0011 \\ + 0010 \\ \hline 0101 \end{array}$	→	5
$\begin{array}{r} -3 \\ + -2 \\ \hline \end{array}$	→	$\begin{array}{r} 1101 \\ + 1110 \\ \hline 1011 \end{array}$	→	-5
$\begin{array}{r} 7 \\ + -5 \\ \hline \end{array}$	→	$\begin{array}{r} 0111 \\ + 1011 \\ \hline 0010 \end{array}$	→	2

## Σύστημα αναπαράστασης με Υπέρβαση

Σχήμα μπιτ	Τιμή
1111	7
1110	6
1101	5
1100	4
1011	3
1010	2
1001	1
1000	0
0111	-1
0110	-2
0101	-3
0100	-4
0011	-5
0010	-6
0001	-7
0000	-8

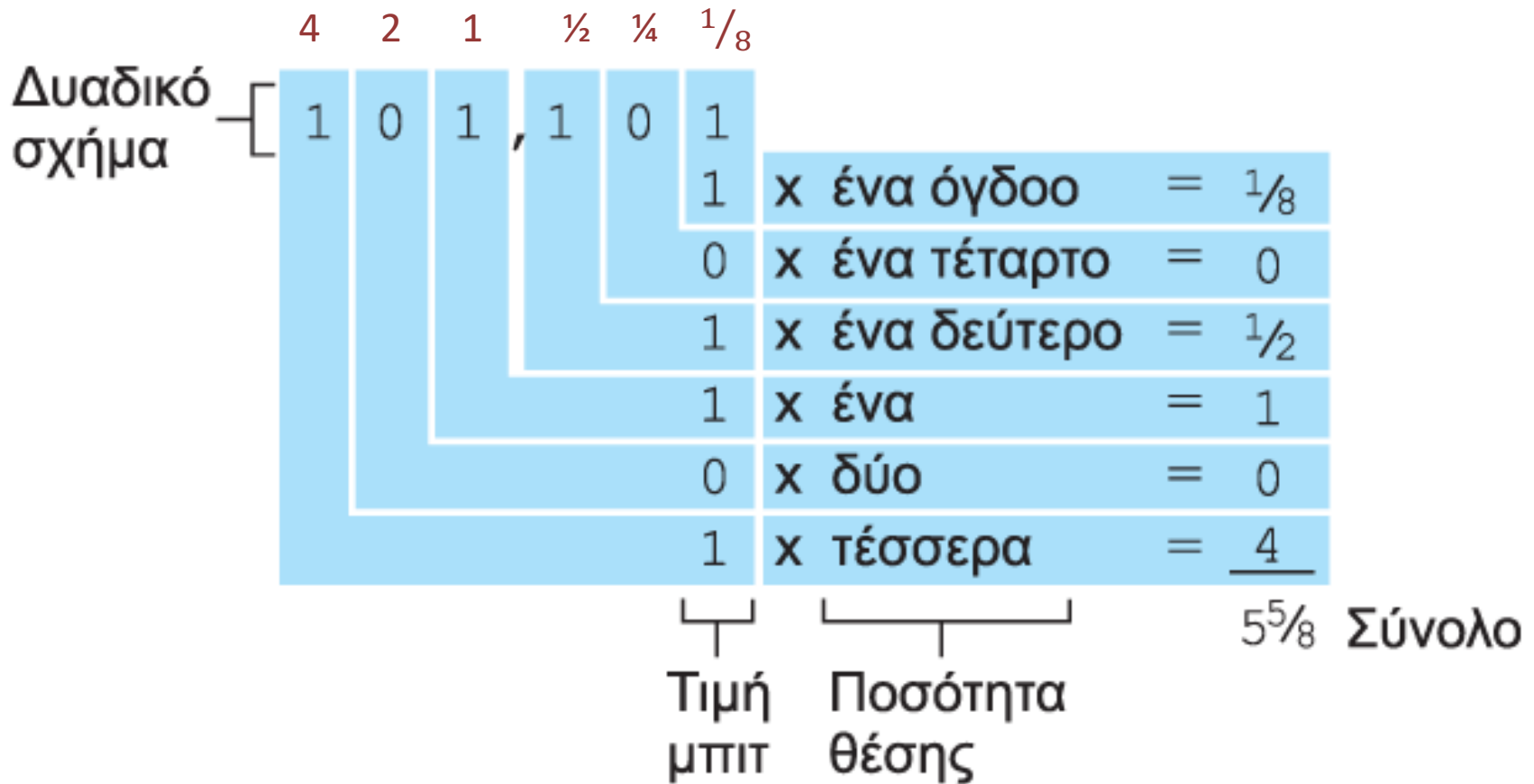
- Ανάθεση τετράδων bits από το κάτω όριο προς τα πάνω, σαν να ξεκινούσε η αρίθμηση από το 0 προς τους θετικούς
- Λέγεται «υπέρβαση κατά 8 ( $=2^{4-1}$ )» γιατί αν υποθετικά είχαμε αναπαράσταση ΜΟΝΟ θετικών αριθμών, τότε η αναπαράστασή του θα ξεπερνούσε κατά 8 τον αντίστοιχο αριθμό που αναπαρίσταται με την μέθοδο υπέρβασης κατά 8
- Παρατήρηση: Σε σχέση με την αναπαράσταση με συμπλήρωμα ως προς 2, μόνο το 1<sup>ο</sup> bit κάθε τετράδας bits είναι ανάποδα (δηλ. 1 αντί για 0, 0 αντί για 1) !

## Υπέρβαση κατά 4 ( $=2^{3-1}$ )

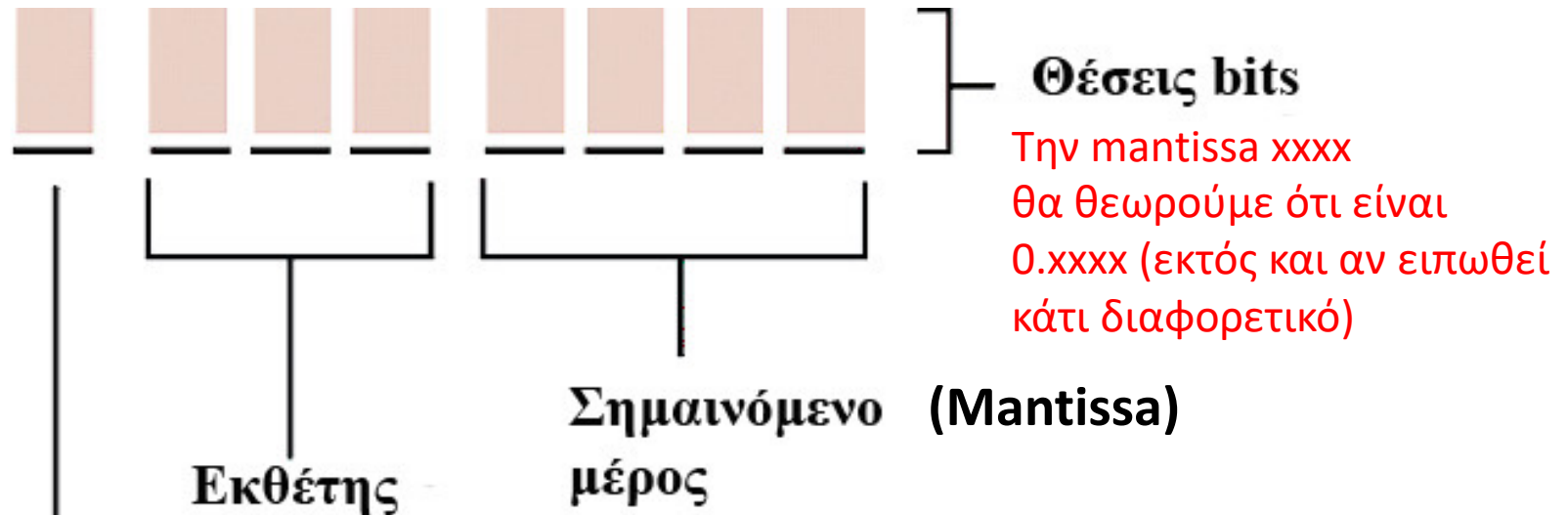
Σχήμα μπιτ	Τιμή
111	3
110	2
101	1
100	0
011	-1
010	-2
001	-3
000	-4

Σημείωση: Οι Η/Υ που χρησιμοποιούν **32** bits για θετικούς/αρνητικούς ακραίους μπορούν να αναπαραστήσουν ακέραιους ως το  $2^{31}-1 = 2,147,483,647$

# Αποκωδικοποίηση της δυαδικής αναπαράστασης 101.101



# Συμβολισμός Κινητής Υποδιαστολής για πραγματικούς αριθμούς



$$-10.11 \leftarrow -.1011 \times 2^2 \leftarrow \{-, 2, 1011\} \leftarrow 11101011$$

εκθέτης

Αναπαράσταση για πραγματικούς (ακέραιους και μη ακέραιους) αριθμούς

- και για πολύ μικρούς ή πολύ μεγάλους αριθμούς

Σημ: Το 110 στον εκθέτη είναι το 2 σε συμβολισμό υπέρβασης

# Μορφή κινητής υποδιαστολής

Single precision: 8 bit  
double precision: 11 bit

Single precision: 23 bit  
double precision: 52 bit

S	Εκθέτης	Κλάσμα (mantissa)
---	---------	-------------------

- Εκθέτης (exponent) , Κλάσμα (fraction)
  - Εξισορρόπηση μεταξύ ακρίβειας (κλάσμα) και εύρους αναπαράστασης (εκθέτης)
  - S: bit προσήμου (0  $\Rightarrow$  μη αρνητικός, 1  $\Rightarrow$  αρνητικός)

$$x = (-1)^S \times (0.\text{Κλάσμα}) \times 2^{\text{Εκθέτης}}$$

Άρα η αναπαράσταση (bit) S **E1 ... EK** S1 S2 S3 ... SL

Όπου (K,L) =(8,23) ή (11,52) είναι ο αριθμός:

$$z = (-1)^S \times 0.S1 S2... SL \times 2^{E1 E2 ..EK}$$

# Κινητή υποδιαστολή Παράδειγμα

- Υποθέστε αναπαραστάσεις των **8 bits**, με **3 bits για τον εκθέτη** και **4 bits για τη mantissa** (σημαινόμενο μέρος)
- Ποια είναι η αποκωδικοποίηση του σχήματος **00111000**;
- Εκθέτης: -1, mantissa: 1000
- Αποκωδικοποίηση  $(-1)^0 \times (0.1000) \times 2^{-1} = 0.01 (=1/4)$
- Ποια είναι η αποκωδικοποίηση του σχήματος **01000100**;
- Εκθέτης: 0, mantissa: 0100
- Αποκωδικοποίηση  $(-1)^0 \times (0.0100) \times 2^0 = 0.01 (=1/4)$
- Πρόβλημα: πολλαπλές αναπαραστάσεις της ίδιας τιμής
- Λύση: αναπαράσταση σε **κανονικοποιημένη μορφή**



# Κινητή υποδιαστολή (floating point)

- **Επιστημονική σημειογραφία** (scientific notation): ένα ψηφίο αριστερά της υποδιαστολής
- **Κανονικοποιημένη μορφή** : Αν είναι σε επιστημονική σημειογραφία, το ψηφίο αριστερά της υποδιαστολής είναι 0 και το ψηφίο δεξιά της υποδιαστολής είναι 1.
  - $-0.110 \times 2^5$  ← κανονικοποιημένη
  - $+0.001 \times 2^4$  ← μη κανονικοποιημένη
- **IEEE 754**: αναπαράσταση σε επιστημονική σημειογραφία με το ψηφίο αριστερά της υποδιαστολής να είναι 1 (παραλείπεται).
  - Π.χ.  $+1.001 \times 2^4$
- Δύο αναπαραστάσεις κινητής υποδιαστολής (floating point)
  - Απλή ακρίβεια – single precision (32 bit)
  - Διπλή ακρίβεια – double precision (64 bit)
  - Τύποι `float` και `double` της C

# Εύρος αναπαράστασης απλής ακρίβειας (single-precision): 8 bits για τον εκθέτη

- Εύρος αναπαράστασης IEEE 754 : εξαρτάται από τον εκθέτη
- Οι εκθέτες 00000000 και 11111111 δεσμεύονται
  - Το 00..00 για την αναπαράσταση του “0”
  - Το 11...111 για σήμανση ότι ο αριθμός είναι εκτός εύρους αναπαράστασης
- Μικρότερη τιμή αριθμού (κατά απόλυτη τιμή) που μπορεί να αναπαρασταθεί:
  - Μικρότερος Εκθέτης: 00000001
    - ⇒ αντιστοιχεί σε πραγματική τιμή εκθέτη:  $-2^{8-1} + 1 = -128 + 1 = -127$  (λόγω της υπέρβασης κατά 128)
  - Μικρότερο Κλασματικό μέρος: 000...00 ⇒ Σημαντικό μέρος = 1.0
  - $\pm 1.0 \times 2^{-127} \approx \pm 10^{-38}$
- Μεγαλύτερη (κατά απόλυτη) τιμή που μπορεί να αναπαρασταθεί:
  - Μεγαλύτερος Εκθέτης: 11111110
    - ⇒ αντιστοιχεί σε πραγματική τιμή εκθέτη =  $2^{8-1} - 1 - 1 = 128 - 2 = +126$
  - Μεγαλύτερο Κλασματικό μέρος: 111...11 ⇒ Σημαντικό μέρος  $\approx 2.0$
  - $\pm 2.0 \times 2^{+126} \approx \pm 10^{+38}$

# Εύρος αναπαράστασης διπλής ακρίβειας (double-precision): 11 bits για τον εκθέτη

- Εύρος αναπαράστασης IEEE 754 : εξαρτάται από τον εκθέτη
- Οι εκθέτες 0000...00 και 1111...11 δεσμεύονται
  - Το 00...00 για την αναπαράσταση του “0”
  - Το 11...111 για σήμανση ότι ο αριθμός είναι εκτός εύρους αναπαράστασης
- Μικρότερη (κατά απόλυτη) τιμή που μπορεί να αναπαρασταθεί:
  - Μικρότερος Εκθέτης: 0000000001
    - ⇒ πραγματικός μικρότερος εκθέτης =  $-2^{11-1} + 1 = -1024 + 1 = -1023$
  - Μικρότερο Κλασματικό μέρος: 000...00 ⇒ Σημαντικό μέρος = 1.0
  - $\pm 1.0 \times 2^{-1023} \approx \pm 10^{-308}$
- Μεγαλύτερη (κατά απόλυτη) τιμή που μπορεί να αναπαρασταθεί:
  - Μεγαλύτερος Εκθέτης: 1111111110
    - ⇒ πραγματικός μεγαλύτερος εκθέτης =  $2^{11-1} - 1 - 1 = 1024 - 2 = +1022$
  - Μεγαλύτερο Κλασματικό μέρος: 111...11 ⇒ Σημαντικό μέρος  $\approx 2.0$
  - $\pm 2.0 \times 2^{+1022} \approx \pm 10^{+308}$

# Ακρίβεια αναπαράστασης στην κινητή υποδιαστολή

- Ακρίβεια αναπαράστασης: εξαρτάται από τον αριθμό bits στην mantissa
- Single-Precision Floating Point: αναπαράσταση με 32 bits
  - 1, 8, 23 bits για πρόσημο, εκθέτη, mantissa αντίστοιχα
  - **Ερώτηση**: πόσα δεκαδικά ψηφία ακρίβεια δίνει η παραπάνω αναπαράσταση;
  - **Hint**: Δείτε τον αριθμό bits για mantissa
  - Ο μικρότερος αριθμός που μπορεί να αναπαρασταθεί με 23 ψηφία mantissa είναι ο  $2^{-23}$  (αυτή είναι η μικρότερη δυνατή διαφορά μεταξύ δύο αριθμών)
  - Με πόσα δεκαδικά ψηφία αντιστοιχεί αυτός στο δεκαδικό σύστημα;
  - Ο αριθμός των δεκαδικών ψηφίων ενός αριθμού  $x$  είναι  $-\log_{10}x$
  - Π.χ. Το  $10^{-5} = 0.00001$  έχει 5 δεκαδικά ψηφία
  - Το  $2^{-23}$  είναι ισοδύναμο με  $23 \times \log_{10}2 \approx 23 \times 0.3 \approx 6.9$ : **6** δεκαδικά ψηφία ακρίβειας

# Ακρίβεια αναπαράστασης στην κινητή υποδιαστολή

- Ακρίβεια αναπαράστασης: εξαρτάται από τον αριθμό bits στην mantissa
- Double-Precision Floating Point: αναπαράσταση με 64 bits
  - 1, 11, 52 bits για πρόσημο, εκθέτη, mantissa αντίστοιχα
  - **Ερώτηση**: πόσα δεκαδικά ψηφία ακρίβεια δίνει η παραπάνω αναπαράσταση;
  - Το  $2^{-52}$  είναι ισοδύναμο με  $52 \times \log_{10}2 \approx 52 \times 0.3 \approx 15.6$ : **15** δεκαδικά ψηφία ακρίβειας

# Προβλήματα αριθμητικών πράξεων

- Αδυναμία αναπαράστασης ενός αριθμού με το υπάρχον σύστημα αναπαράστασης
- Υπερχείλιση: ο αριθμός είναι εκτός του εύρους τιμών που μπορούν να αναπαρασταθούν
  - Πολύ μεγάλος ή πολύ μικρός
- Σφάλμα στρογγυλοποίησης: η ακρίβεια του συστήματος δεν αρκεί για να αναπαραστήσει έναν αριθμό
  - Ο αριθμός χρειάζεται περισσότερα ψηφία μετά την υποδιαστολή από όσα έχει η αναπαράσταση

# Υπερχείλιση

- Μπορεί να προκύψει κατά την πρόσθεση 2 θετικών ή 2 αρνητικών αριθμών
  - Συμβαίνει όταν ένας αριθμός δεν μπορεί να παρασταθεί με το υπάρχον σύστημα αναπαράστασης γιατί είναι πολύ μεγάλος
  - Π.χ. για ένα σύστημα συμπληρώματος ως προς 2 με 4 bits, μπορούμε να παραστήσουμε τις ακέραιες τιμές  $\{-8, -7, \dots, 0, 1, \dots, 7\}$  (όπως είδαμε νωρίτερα)
    - Αν κατά την πρόσθεση 2 θετικών αριθμών, προκύψει αριθμός με πρώτο ψηφίο **1** (δηλ. αρνητικός), έχουμε υπερχείλιση
    - Π.χ. δείτε τι γίνεται στην πρόσθεση:  $4+4$  ( $0100+0100$ )
  - Ομοίως για πρόσθεση 2 αρνητικών αριθμών π.χ.  $(-5) + (-4)$  ( $1011+1100$ )
- Οι Η/Υ χρησιμοποιούν **32** bits για θετικούς/αρνητικούς ακεραίους → μπορούν να αναπαραστήσουν ακέραιους ως  $2,147,483,647$
- Υπενθύμιση:
  - N bits: μπορούν να αναπαραστήσουν αριθμούς  $\{-2^{N-1}, \dots, 2^{N-1}-1\}$
  - Αν έχω να αναπαραστήσω μόνο θετικούς:  $\{0, \dots, 2^N-1\}$

# Παράδειγμα υπερχείλισης

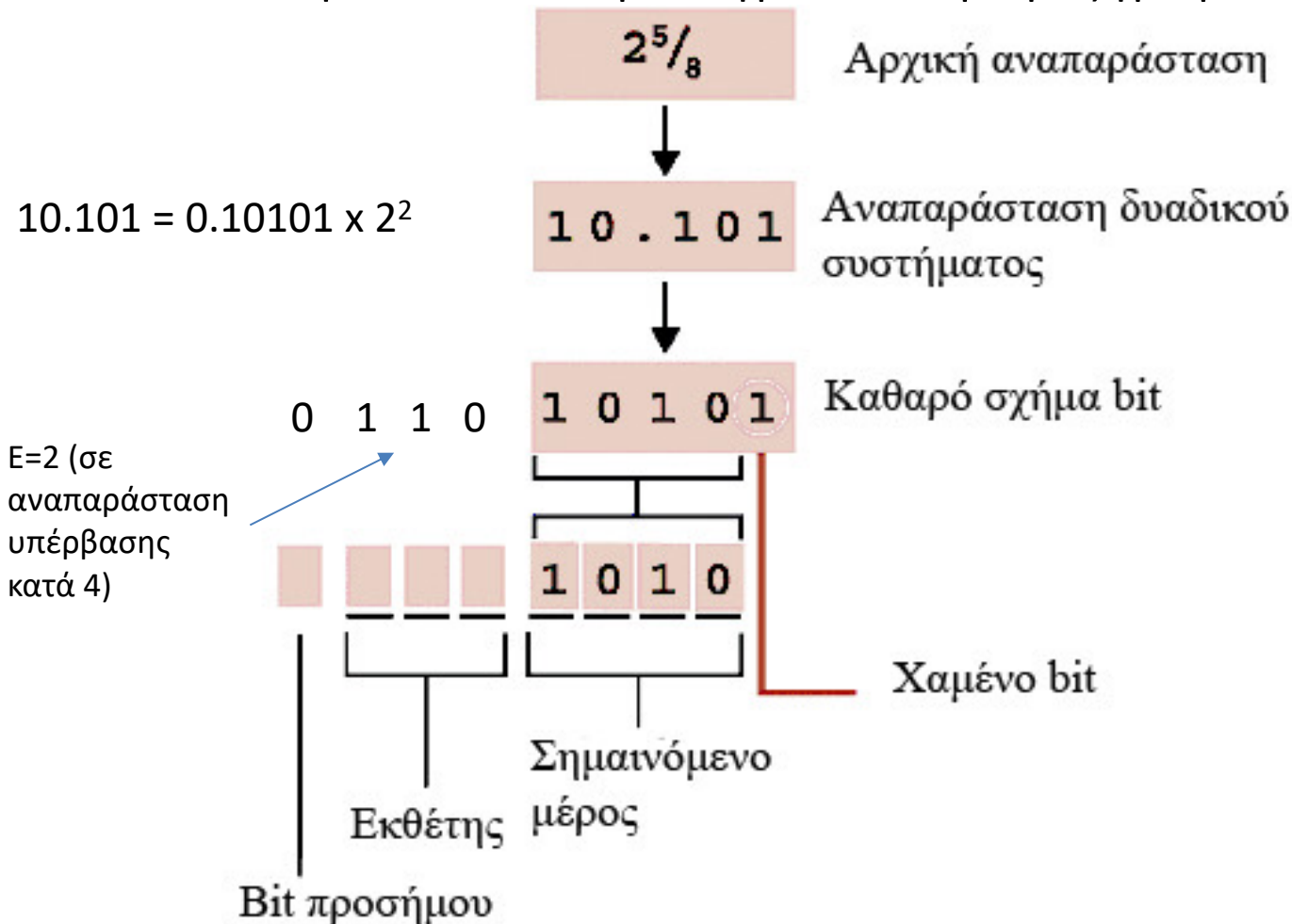
- Έστω 4 bit διαθέσιμα + 1 bit προσήμου (5 bit συνολικά)
- Συμπλήρωμα ως προς 2: αναπαριστά αριθμούς στο [-16, 15]
- Πρόσθεση 12 (01100)  
+ 5 (00101)  
-----  
**10001**
- Αποτέλεσμα (10001) < 0
- Σαν τιμή του bit προσήμου τίθεται όχι το πρόσημο, αλλά το bit που προκύπτει από την υπερχείλιση!
- **Συμπέρασμα:** Η υπερχείλιση μπορεί να ανιχνευτεί από το bit προσήμου!

Operation	Operand A	Operand B	Result indicating overflow
$A + B$	$\geq 0$	$\geq 0$	$< 0$
$A + B$	$< 0$	$< 0$	$\geq 0$
$A - B$	$\geq 0$	$< 0$	$< 0$
$A - B$	$< 0$	$\geq 0$	$\geq 0$



# Σφάλμα Στρογγυλοποίησης

- **Περικοπή (στρογγυλοποίηση):** όταν ένας αριθμός βρίσκεται μεταξύ δύο διαδοχικών αναπαριστώμενων αριθμών
- **Η mantissa δεν είναι αρκετά μεγάλη** για να αναπαραστήσει τον αριθμό  
Υποθέστε για αυτό το παράδειγμα ότι ο αριθμός γράφεται  $0.xxxx \cdot 2^E$



# Σφάλμα Στρογγυλοποίησης (2)

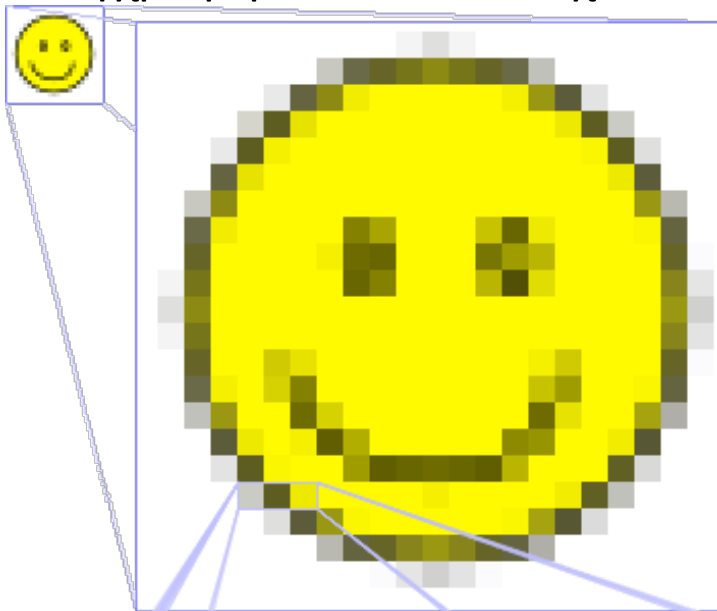
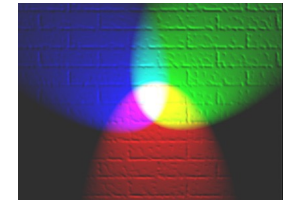
- Μπορεί ακόμα και η σειρά της πρόσθεσης να παίζει ρόλο!!
  - Πρόσθεση: πρέπει να είναι με τον ίδιο εκθέτη
  - Αν ένας πολύ «μεγάλος» αριθμός προστεθεί σε έναν πολύ «μικρό»...
- Δοκιμάστε την πρόσθεση  $2 \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$  (με mantissa 4 bits)
  - $2 \frac{1}{2} = 10.1$ ,  $\frac{1}{8} = 0.001$
  - $2 \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 10.101 = 0.10101 \times 2^2$  Χάνεται το '1'
- Δοκιμάστε τώρα την πρόσθεση  $(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}) + 2 \frac{1}{2}$ 
  - $\frac{1}{8} = 0.001 = 0.1 \times 2^{-2}$
  - $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} = 0.1 \times 2^{-1} = 0.01$
  - $\frac{1}{4} + 2 \frac{1}{2} = 10.11 = 0.1011 \times 2^2$
- Επίσης σφάλματα λόγω ατέρμονου αριθμού ψηφίων π.χ.  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{10}$

# Αναλογικά και Ψηφιακά Συστήματα

- Αναλογικά: παριστάνουν την **ακριβή** τιμή του μεγέθους (π.χ. την ένταση του ήχου)
- Ψηφιακά: αναπαριστούν την τιμή με bits {0,1}
  - <https://learn.sparkfun.com/tutorials/analog-vs-digital>
- Παράδειγμα βιβλίου: θέλω να αναπαραστήσω την πληροφορία: υπάρχει 1 κουβάς με νερό, γεμάτος κατά τα  $\frac{3}{4}$ .
  - Αναλογική Αναπαράσταση: ένας κουβάς γεμάτος κατά τα  $\frac{3}{4}$
  - Δυαδική (ψηφιακή) αναπαράσταση: 0.11
    - 1 γεμάτος κουβάς για το  $\frac{1}{2}$  (1 bit) και 1 γεμάτος κουβάς για το  $\frac{1}{4}$  ( 1 bit)
  - Συγκρίνετέ τα προς την ανθεκτικότητα στα σφάλματα κάνοντας ένα ταρακούνημα στους κουβάδες - και προσπαθώντας να καταλάβετε ποια είναι η ακριβής τιμή ( $\frac{3}{4}$ )
- Συμπέρασμα: Τα ψηφιακά συστήματα είναι **πολύ πιο ανθεκτικά** σε σφάλματα (λόγω εξωγενών παραγόντων) από τα αναλογικά

# Ψηφιακή Αναπαράσταση εικόνων

- Εικονοστοιχεία (pixels – [picture elements])
- Pixel = σημείο με χρωματική πληροφορία = (%R,%G,%B)
- Εικόνα (bit map): ορθογώνιο πλέγμα από pixels
- Μαυρόασπρη εικόνα: 1b/pixel, 1Byte/pixel
- Έγχρωμη εικόνα: τουλάχιστον 3B/pixel (RGB χρωμ. μοντέλο)

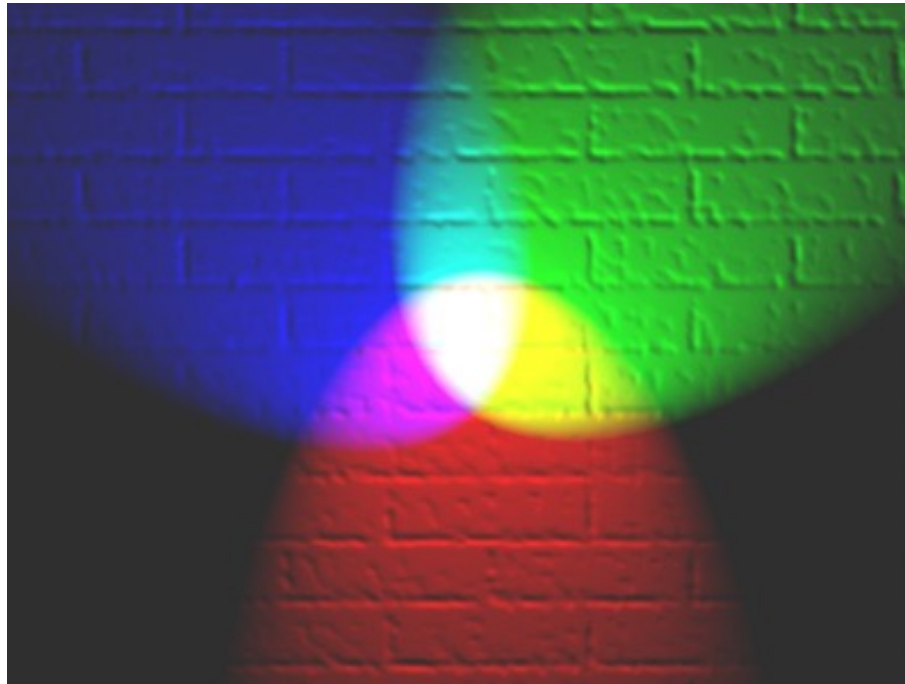


RED 80%	RED 36%	RED 93%
GREEN 80%	GREEN 36%	GREEN 91%
BLUE 77%	BLUE 13%	BLUE 0%

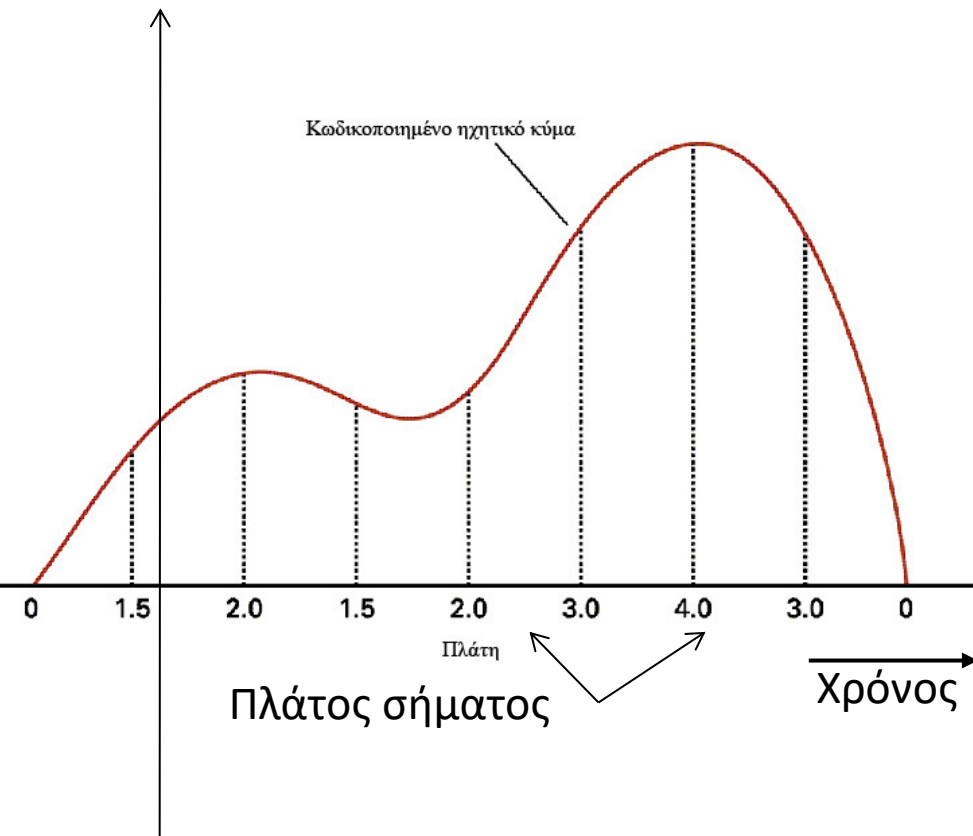


# Κωδικοποίηση Pixel (RGB)

- Μαυρόασπρη εικόνα: 1 bit/pixel, 1 Byte/pixel
- Έγχρωμη εικόνα: τουλάχιστον 3Byte/pixel
  - Τρία συστατικά στοιχεία χρώματος: κόκκινο, πράσινο, μπλέ



# Ψηφιακή αναπαράσταση ήχου: δειγματοληψία



- 1. **Δειγματοληψία\*** (sampling) ηχητικού σήματος ανά τακτά χρονικά διαστήματα (milliseconds)
- 2. **Καταγραφή πλάτους** (έντασης) ηχητικού σήματος σε κάθε χρονική στιγμή
- 3. **Απεικόνιση τιμής πλάτους με bits**
- 4. **Απεικόνιση σήματος ως ακολουθία τιμών**, καθεμιά από τις οποίες απεικονίζεται με έναν αριθμό bits
- Ψηφιακή επεξεργασία ήχου:
  - Κάθε δείγμα αναπαρίσταται με 16 bit (ή 32 bits για στέρεο)
  - Ενδεικτικοί ρυθμοί δειγματοληψίας:
    - Τηλέφωνο: 8.000 δείγματα / δευτερόλεπτο
    - CD: 44.100 δείγματα / sec

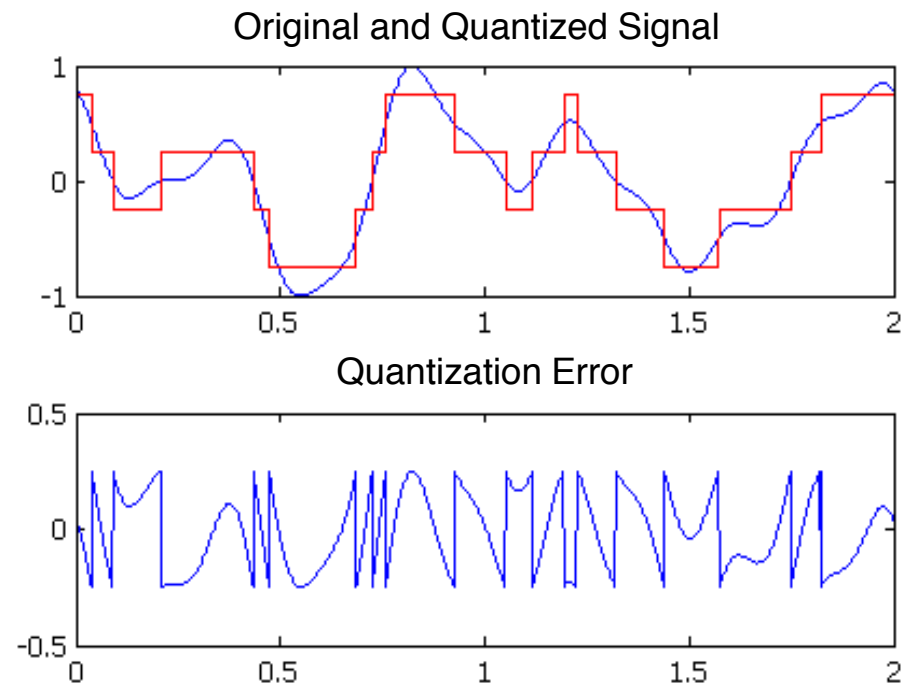
- Η δειγματοληψία πρέπει να γίνεται **αρκετά συχνά** ώστε να μπορεί να γίνει ανακατασκευή του αρχικού σήματος (που είναι συνεχές)
- **Θεώρημα Nyquist: Τουλάχιστον 2 φορές** πιο συχνά από τη μεγαλύτερη συχνότητα του σήματος

# Ερώτηση

- Πόσα bits χρειάζονται για να αναπαραστήσουν ένα μουσικό κομμάτι διάρκειας 4 λεπτών σε ένα CD;
- $4 \text{ min} \times 60 \text{ sec/min} \times 44,100 \text{ samples/sec} \times 16 \text{ bit/sample} = 169,344,000 \sim 169 \text{ Mbits} \sim 21 \text{ Mbytes}$

# Συμπίεση δεδομένων (Κωδικοποίηση πηγής)

- Αντικείμενο της Θεωρίας Πληροφορίας
- **Στόχος: Μείωση όγκου δεδομένων προς μετάδοση**
- Συμπίεση ή **κωδικοποίηση πηγής (source coding)**
- **Με απώλειες (lossy) ή χωρίς απώλειες (lossless)**
- Συμπίεση με απώλειες: **Κβαντοποίηση (quantization)**
  - στρογγυλοποίηση



[MIT video lecture by Bob Gallager](https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-450-principles-of-digital-communications-i-fall-2006/video-lectures/lecture-6-quantization/)

<https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-450-principles-of-digital-communications-i-fall-2006/video-lectures/lecture-6-quantization/>

[Πολύ καλό tutorial](#)

<https://courses.engr.illinois.edu/ece110/fa2017/content/courseNotes/files/?samplingAndQuantization>



# Συμπίεση δεδομένων χωρίς απώλειες

1. **Κωδικοποίηση τρέχοντος μήκους (run-length coding):** π.χ. ακολουθία από 253 1's, 118 0's και 87 1's
  - Πώς κωδικοποιείται αυτή η ακολουθία με «λίγα» bits ;
2. **Κωδικοποίηση με βάση την συχνότητα:** π.χ. **Κώδικας Huffman**
  - Κάθε σύμβολο κωδικοποιείται ως μια ακολουθία από bits
  - Το μήκος της ακολουθίας bit που αναπαριστά ένα σύμβολο είναι αντιστρόφως ανάλογο με την συχνότητα εμφάνισης του συμβόλου
    - Τα **συχνότερα** εμφανιζόμενα σύμβολα αναπαρίστανται με **μικρότερου** μήκους ακολουθίες bits
    - Τα σπανιότερα εμφανιζόμενα σύμβολα αναπαρίστανται με **μεγαλύτερου** μήκους ακολουθίες bits
    - Ίδια λογική με τον κώδικα Morse
  - Ανήκει στην ομάδα κωδικών μεταβλητού μήκους (variable-length codes)

# Κώδικας Huffman (1)

Τα **συχνότερα** εμφανιζόμενα σύμβολα αναπαρίστανται με **μικρότερου** μήκους ακολουθίες bits.

## Παράδειγμα 1

- Υποθέστε ότι έχετε 4 «σύμβολα/γράμματα» A, B, C, D και το προς συμπίεση κείμενο είναι:

BAAACDCCABACABBDAACBAADACABCCAACAACDCACA

- Το A εμφανίζεται 18 φορές, το B 6 φορές, το C 12 φορές, και το D 4 φορές.
- Προσέγγιση με **ίσο μήκος bits** για κωδικοποίηση.
  - Π.χ.  $A \rightarrow 00$ ,  $B \rightarrow 01$ ,  $C \rightarrow 10$ ,  $D \rightarrow 11$
  - Χρειάζονται  $40 \times 2 = 80$  bits για την κωδικοποίηση του κειμένου
- Κώδικας Huffman**: μεταβλητό μήκος bits για κωδικοποίηση,
  - $A \rightarrow 0$ ,  $B \rightarrow 101$ ,  $C \rightarrow 11$ ,  $D \rightarrow 100$
  - Χρειάζονται  $18 \times 1 + 12 \times 2 + 10 \times 3 = 72$  bits για την κωδικοποίηση του κειμένου
- Ερώτηση: Γιατί δεν είναι καλή η κωδικοποίηση  $A \rightarrow 0$ ,  $B \rightarrow 10$ ,  $C \rightarrow 1$ ,  $D \rightarrow 01$  ;

# Κώδικας Huffman (2)

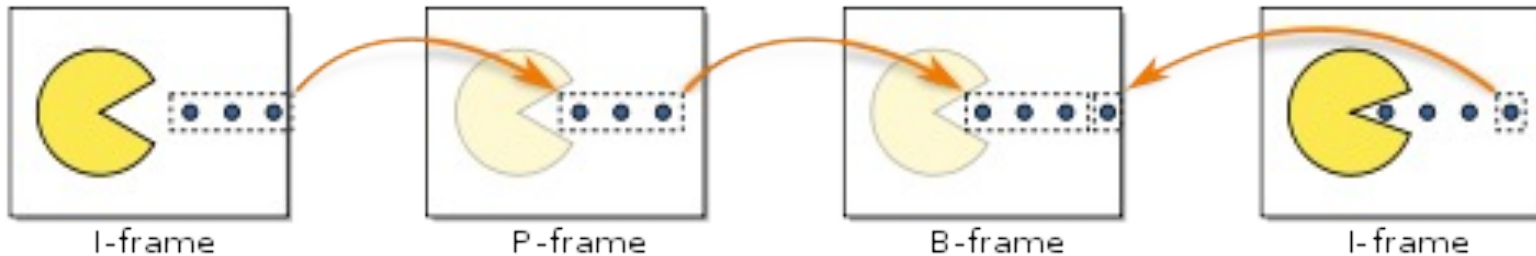
Τα **συχνότερα** εμφανιζόμενα σύμβολα αναπαρίστανται με **μικρότερου** μήκους ακολουθίες bits.

## Παράδειγμα 2

- Γενικότερα υποθέστε ότι έχετε 2 «σύμβολα/γράμματα» A, B, προς συμπίεση
- Το A εμφανίζεται 90% των φορών και το B 10%
- Υποθέστε ότι έχετε 2 επιλογές: κωδικοποίηση με ακολουθία bit με μήκος 10 bits ή με ακολουθία bit με μήκος 20 bits
  - Αν:  $A \rightarrow 10$  bits,  $B \rightarrow 20$  bits, ο μέσος όρος του αριθμού bits = **11**  
( $= 10 \times 0.9 + 20 \times 0.1$ )
  - Αλλά αν κάναμε την αντιστοιχία  $A \rightarrow 20$  bits,  $B \rightarrow 10$  bits, ο μέσος όρος του αριθμού bits = **19** ( $= 20 \times 0.9 + 10 \times 0.1$ )

# Συμπίεση δεδομένων

- 3. Διαφορική (ή σχετική) κωδικοποίηση (differential or relative encoding):
  - Κωδικοποιείται η διαφορά σε σχέση π.χ. με την προηγούμενη εικόνα



# Συμπίεση δεδομένων

- 4. Κωδικοποίηση προσαρμοζόμενου λεξικού (adaptive dictionary encoding)
  - Κωδικοποίηση κατά Lempel-Ziv-Welsh (LZW)
  - Υπάρχει ένα λεξικό από ζεύγη (μπλοκ χαρακτήρων + αναπαράσταση)
  - Αρχίζουμε με αναπαράσταση απλών δομικών μπλοκ
  - Καθώς βρίσκονται μεγαλύτερα μπλοκ, κωδικοποιούνται και **προστίθεται στο λεξικό**

xyx xyx xyx xyx

Κωδικοποίηση:  
1 2 1 3 4 3 4 3 4

Λεξικό: x = 1

y = 2

“(κενό)” = 3

Εύρεση λέξης: xyx = 4

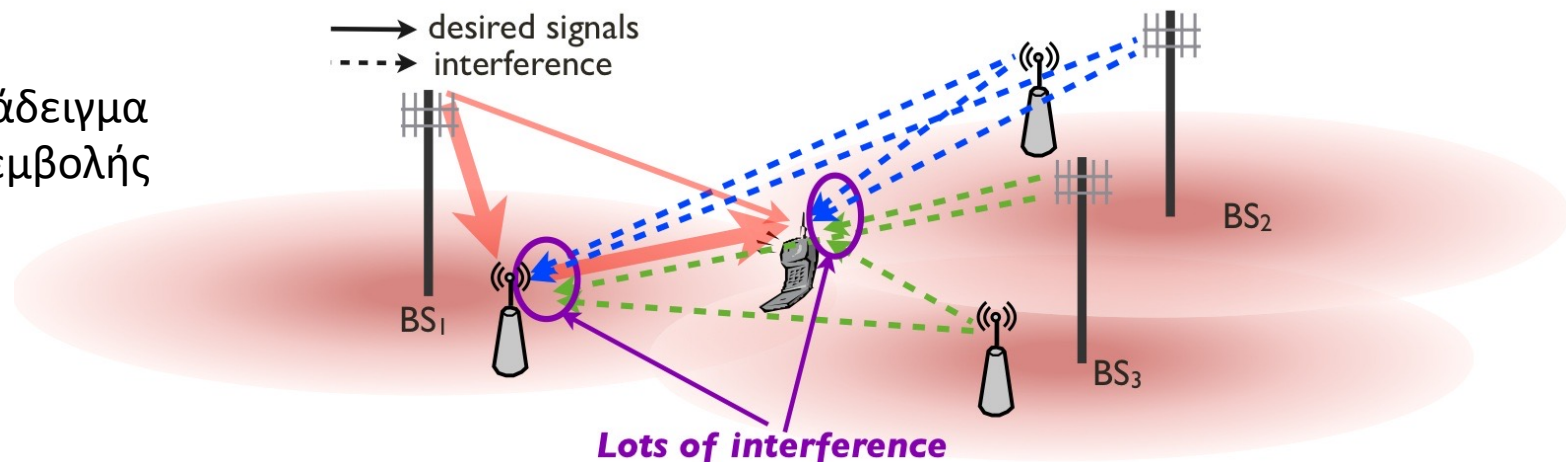
Από δω και στο εξής, για το xyx χρησιμοποιείται **ένα σύμβολο και όχι τρία**

# Σφάλματα bit κατά την μεταφορά από σημείο A σε σημείο B

Προκαλούνται κατά την μετάδοση πληροφορίας στο κανάλι ή στα ηλεκτρονικά κυκλώματα του δέκτη B

- Μέσο διάδοσης (κανάλι): αέρας στις ασύρματες επικοινωνίες, οπτική ίνα ή σύρμα στις ενσύρματες
  - **Παρεμβολή** (στις ασύρματες επικοινωνίες) λόγω γειτονικών μεταδόσεων
  - **Εξασθένιση** σήματος με την απόσταση
- Σφάλμα στα ηλεκτρονικά κυκλώματα του δέκτη
  - **Θερμικός θόρυβος** (thermal noise): Λόγω παλινδρομικής κίνησης των ηλεκτρονίων στο εναλλασσόμενο ρεύμα

Παράδειγμα παρεμβολής

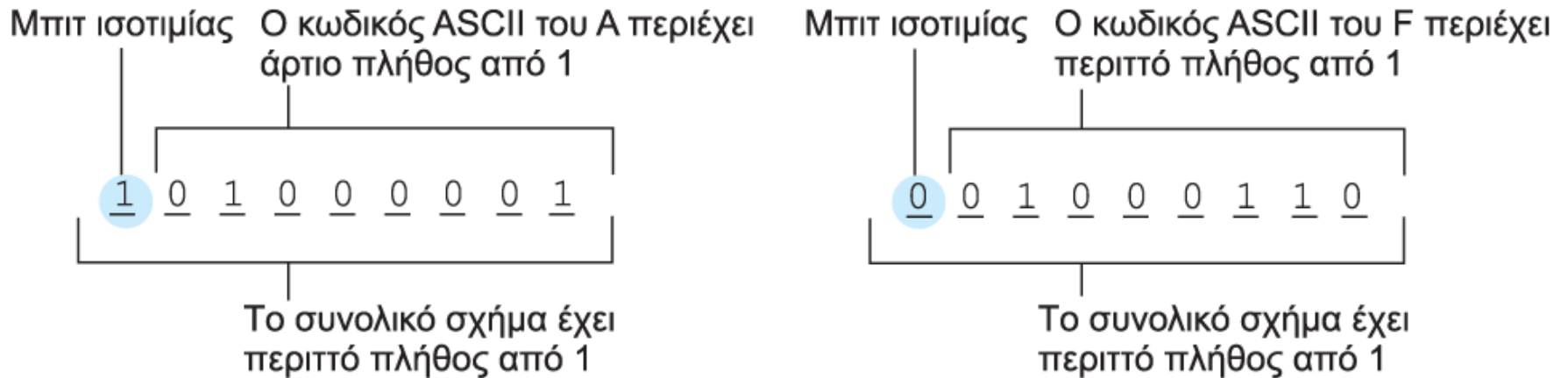


# Σφάλματα bit κατά την μεταφορά από σημείο A σε σημείο B

- Κατά τη διάρκεια της μεταφοράς του από το A στο B ένα bit 0 μπορεί να αλλάξει σε 1 ή από 1 σε 0
  - Ο δέκτης θα το λάβει λάθος!
- Ο δέκτης πρέπει να κάνει:
  - Ανίχνευση σφάλματος
  - Διόρθωση σφάλματος
- Για να γίνει αυτό, πρέπει το σήμα πληροφορίας (bits) να ΠΡΟΣΤΑΤΕΥΤΕΙ εκ των προτέρων πριν την μετάδοσή του από τον πομπό

# Κωδικοποίηση Καναλιού για ανίχνευση σφαλμάτων: Κώδικας ισοτιμίας (parity code)

Ρύθμιση εκ των προτέρων σε περιττή ισοτιμία



Ο κώδικας είναι το επιπλέον ψηφίο που εισάγεται στην αρχή (στον πομπό)

Αν στον δέκτη βρεθεί άρτιος αριθμός από 1's, τότε έχει συμβεί σφάλμα!!

Η χρήση των μπιτ ισοτιμίας χρησιμοποιείται και στην αποθήκευση δεδομένων



# Κώδικας Ισοτιμίας

- Μετάδοση του F : 0 0 1 0 0 0 1 1 0
- Έστω στο δέκτη : 0 0 1 0 **1** 0 1 1 0 (ένα σφάλμα)
- Επειδή ο αριθμός των 1 είναι ζυγός, ο δέκτης καταλαβαίνει ότι έχει συμβεί σφάλμα

**Ερώτηση:** Τι είδους σφάλματα ανιχνεύονται με τον παραπάνω κώδικα;

**Απάντηση:** Περισσότερο πλήθος σφαλμάτων

**Ερώτηση:** Τι είδους σφάλματα ΔΕΝ ανιχνεύονται;

**Απάντηση:** Άρτιο πλήθος σφαλμάτων

**Εναλλακτικά:** Χρήση πολλών μπιτ ισοτιμίας (checksum)

**Ερώτηση:** Πώς γνωρίζουμε που έγινε το σφάλμα για να το διορθώσουμε;

# Κώδικες Διόρθωσης Σφαλμάτων

- Αφού ανιχνευτεί ένα σφάλμα, πρέπει να διορθωθεί
- Κώδικες Διόρθωσης Σφαλμάτων: Error Correcting Code (ECC) ή Forward Error Correcting Code (FEC)
- Μπλοκ κώδικες διόρθωσης σφαλμάτων:
  - Κώδικας Hamming
  - Κώδικας Reed-Solomon
  - Κώδικες Turbo και κώδικες LDPC (Low-Density Parity Check)

# Ένας απλός Κώδικας διόρθωσης σφαλμάτων: Κώδικας Hamming

Σύμβολο	Κώδικας
A	000000
B	001111
C	010011
D	011100
E	100110
F	101001
G	110101
H	111010

- Χρήσιμος ορισμός:  
Απόσταση **Hamming** (**Hamming Distance**) μεταξύ δυο ακολουθιών bits = αριθμός των bits που διαφέρουν
- Στο παράδειγμα, η απόσταση Hamming κάθε ζευγαριού είναι τουλάχιστον 3.

# Κώδικας Hamming: Πως αποφασίζει ο δέκτης ποιο μήνυμα στάλθηκε;

Αποκωδικοποίηση με βάση την μικρότερη απόσταση (minimum-distance decoding)

Χαρακτήρας	Κώδικας	Σχήμα που λαμβάνεται	Απόσταση μεταξύ σχήματος και κωδικού
A	0 0 0 0 0 0	0 <b>1</b> 0 <b>1</b> 0 0	2
B	0 0 1 1 1 1	0 <b>1</b> <b>0</b> 1 <b>0</b> <b>0</b>	4
C	0 1 0 0 1 1	0 1 0 <b>1</b> <b>0</b> <b>0</b>	3
D	0 1 1 1 0 0	0 1 <b>0</b> 1 0 0	<b>1</b>
E	1 0 0 1 1 0	<b>0</b> <b>1</b> 0 1 <b>0</b> 0	3
F	1 0 1 0 0 1	<b>0</b> <b>1</b> <b>0</b> <b>1</b> <b>0</b> 0	5
G	1 1 0 1 0 1	<b>0</b> 1 0 1 0 <b>0</b>	2
H	1 1 1 0 1 0	<b>0</b> 1 <b>0</b> <b>1</b> <b>0</b> 0	4

Μικρότερη απόσταση

- Ο κλάδος των Ψηφιακών Επικοινωνιών μελετά σχετικά θέματα
- [Error Detection and Correction](https://en.wikipedia.org/wiki/Error_detection_and_correction)

# Τέλος Κεφαλαίου 1

- Είδαμε πώς αποθηκεύονται τα δεδομένα, τρόπους κωδικοποίησης-συμπίεσης και αντιμετώπιση σφαλμάτων
- Στο επόμενο κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με τον τρόπο που η μηχανή χειρίζεται το δεδομένα και τις πληροφορίες που είναι αποθηκευμένες.