1) Απο περιγραφή παιγνίου ⟶ εκτεταμένη μορφή

εκτεταμένη μορφή → λύνω με προς τα πίσω επαγωγή

εκτεταμένη μορφή → κανονική μορφή

κανονική μορφή → ΕΑΚΣ

κανονική μορφή → ΣΣΙ

π.χ

Δυο παίκτες (Ι και ΙΙ) παίζουν το παρακάτω παίγνιο. Ο παίκτης Ι διαθέτει κουτιά Α και Β. Το κουτί Α περιέχει ένα πράσινο και ένα κόκκινο σφαιρίδιο. Το κουτί Β περιέχει ένα πράσινο και 2 κόκκινα σφαιρίδια. Αρχικά ο παίκτης Ι επιλέγει κουτί και το δίνει στον ΙΙ. Ο ΙΙ, αφού δει ποιο κουτί επιλέχθηκε, επιλέγει αν θα πάσει πάσο ή αν θα διαλέξει στην τύχη σφαιρίδιο.

- Αν πάσει πάσο δίνει στον Ι 5€
- Αν τραβήξει σφαιρίδια και είναι πράσινο, δίνει ο Ι στον ΙΙ 10€.
- Αν τραβήξει σφαιρίδιο και είναι κόκκινο, δίνει ο ΙΙ στον Ι 17€.

i) Να γράψετε σε εκτεταμένη μορφή και να λυθεί με προς τα πίσω επαγωγή

ii) Να γράψετε το παίγνιο σε κανονική μορφή

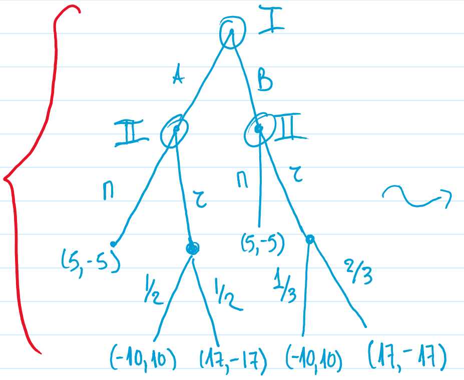
α) Να λυθεί με Ε.Α.Κ.Σ.

β) Να βρεθούν Σ.Σ.Ι. σε καθαρές στρατηγικές. Ποιά από αυτά είναι σ.σ.ι τέλειο ως προς τα υποπαίγνια

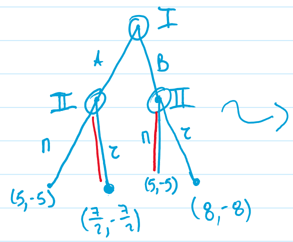
Λύση

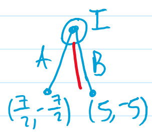
i)

Εκτεταμένη Μορφή



Παίγνιο τέλειας πληροφόρησης ⟹ λύνεται με προς τα πίσω επαγωγή.

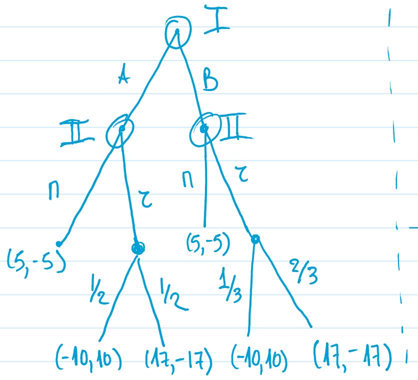




Άρα η λύση με προς τα πίσω επαγωγή είναι η ((Β),(τ,π)) με πληρωμές είναι (5,−5)

Σ.Σ.Ι (τέλειο ως προς τα υποπαίγνια)

ii)



Παίκτες: Ι και ΙΙ

$S_I = \{(A), (B)\}$, $S_{II} = \{(\pi,\pi), (\pi,\tau), (\tau,\pi), (\tau,\tau)\}$

Ι\ΙΙ	(π,π)	(π,τ)	(τ,π)	(τ,τ)
Α	(5,−5)	(5,−5)	$(\frac{7}{2},-\frac{7}{2})$	$(\frac{7}{2},-\frac{7}{2})$
Β	(5,−5)	(8,−8)	(5,−5)	(8,−8)

Κανονική Μορφή.

$\frac{1}{3}(-10)+\frac{2}{3}17=8$

Επίλυση με Ε.Α.Κ.Σ.

I\II	(π,π)	(π,τ)	(τ,π)	(τ,τ)
~~A~~	~~(5,-5)~~	~~(5,-5)~~	~~$(\frac{7}{2},-\frac{7}{2})$~~	~~$(\frac{7}{2},-\frac{7}{2})$~~
B	(5,-5)	~~(8,-8)~~	(5,-5)	~~(8,-8)~~

Για το I: Η (A) κυριαρχείται ασθενώς από την (B).

Για τον II: Η (π,τ) και η (τ,τ) κυριαρχούνται αυστηρά από την (τ,π)

Επιβιώνουν οι (π,π) και (τ,π) ⇒ ∄ λύση με Ε.Α.Κ.Σ.

β)

I\II	(π,π)	(π,τ)	(τ,π)	(τ,τ)
A	(5*,-5)	(5,-5)	$(\frac{7}{2},-\frac{7}{2}*)$	$(\frac{7}{2},-\frac{7}{2}*)$
B	(5*,-5*)	(8*,-8)	(5*,-5*)	(8*,-8)

Έχουμε 2 Σ.Σ.Ι σε καθαρές στρατηγικές

1) ((B),(π,π)) με πληρωμές (5,-5) ⇝ ίδιο ως προς τα υποπαιχν.
2) ((B),(τ,π)) με πληρωμές (5,-5)

Παρατήρηση: Κάναμε Ε.Α.Κ.Σ. αφαιρώντας ασθενώς κυριαρχούμενη στην αρχή. Αν ξεκινούσαμε με τον παίκτη II:

Για τον II: Η (τ,π) κυριαρχεί αυστηρά την (π,τ) και κυριαρχεί ασθενώς τις (π,π) και (τ,τ)
Για τον I: Η (A) κυριαρχείται αυστηρά από την (B).

Άρα υπάρχει λύση με Ε.Α.Κ.Σ. η ((B),(τ,π)) με πληρ. (5,-5).

Το πρόβλημα αυτό οφείλεται στο ότι αφαιρούμε ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές.

2 Σ.Σ.Ι σε μικτές στρατηγικές

Π.χ: Θεωρούμε το παρακάτω παίγνιο, σε κανονική μορφή:

I\II	t_1	t_2	t_3
s_1	(2,0)	(1,1)	(4,2)
s_2	(3,4)	(1,2)	(2,3)
s_3	(1,3)	(0,2)	(3,0)

i) Να γίνει απλοποίηση κυριαρχούμενων στρατηγικών
ii) Να βρεθούν Σ.Σ.Ι σε καθαρές.
iii) Να βρεθούν Σ.Σ.Ι σε μικτές.

Λύση

i) Για τον παίκτη I: Η s_1 κυριαρχεί αυστηρά την s_3
Για τον παίκτη II: Η t_3 κυριαρχεί αυστηρά την t_2

I\II	t_1	~~t_2~~	t_3
s_1	(2,0)	~~(1,1)~~	(4,2)
s_2	(3,4)	~~(1,2)~~	(2,3)
~~s_3~~	~~(1,3)~~	~~(0,2)~~	~~(3,0)~~

ii) Κοιτάω το απλοποιημένο παίγνιο:

I\II	t_1	t_3
s_1	(2,0)	(4*,2*)
s_2	(3*,4*)	(2,3)

Έχουμε 2 Σ.Σ.Ι σε καθαρές στρατηγικές:

• $((s_1),(t_3))$ με πληρ. $(4,2)$

• $((s_2),(t_3))$ με πληρ. $(3,4)$.

		q	$1-q$
	I \ II	t_1	t_3
p	s_1	$(2,0)$	$(4,2)$
$1-p$	s_2	$(3,4)$	$(2,3)$

iii) Κοιτάω ξανά το απλοποιημένο παίγνιο:

$V_I(s_1,q)=4-2q$ $\quad$ $V_{II}(p,t_1)=4-4p$

$V_I(s_2,q)=2-q$ $\quad$ $V_{II}(p,t_3)=3-p$

Βρίσκουμε την βέλτιστη απάντηση του I στην στρατηγική $q(q,1-q)$:

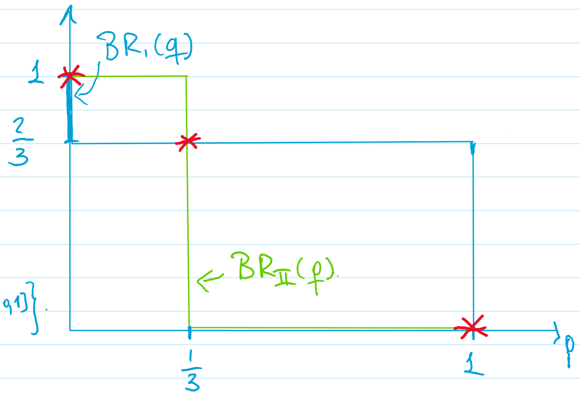
• Αν $V_I(s_1,q)>V_I(s_2,q) \Leftrightarrow q<\frac{2}{3}$ τότε $BR_I(q)=\{(1,0)\}$.

• Αν $V_I(s_1,q)=V_I(s_2,q) \Leftrightarrow q=\frac{2}{3}$ τότε $BR_I(q)=\{(p,1-p):p\in[0,1]\}$.

• Αν $V_I(s_1,q)<V_I(s_2,q) \Leftrightarrow q>\frac{2}{3}$ τότε $BR_I(q)=\{(0,1)\}$

Άρα $BR_I(q)=\begin{cases}\{(1,0)\} & αν\ q<\frac{2}{3}\\ \{(0,1)\} & αν\ q>\frac{2}{3}\\ \{(p,1-p):p\in[0,1]\}, & αν\ q=\frac{2}{3}\end{cases}$

Αντίστοιχα βρίσκουμε $BR_{II}(p)$:



• Αν $V_{II}(p,t_1)>V_{II}(p,t_3) \Leftrightarrow p<\frac{1}{3}$ τότε $BR_{II}(p)=\{(1,0)\}$

• Αν $V_{II}(p,t_3)>V_{II}(p,t_1) \Leftrightarrow p>\frac{1}{3}$ τότε $BR_{II}(p)=\{(0,1)\}$

• Αν $V_{II}(p,t_1)=V_{II}(p,t_3) \Leftrightarrow p=\frac{1}{3}$ τότε $BR_{II}(p)=\{(q,1-q):q\in[0,1]\}$.

Άρα $BR_{II}(p)=\begin{cases}\{(1,0)\}, & p<\frac{1}{3}\\ \{(0,1)\}, & p>\frac{1}{3}\\ \{(q,1-q):q\in[0,1]\}, & p=\frac{1}{3}\end{cases}$

		$\frac{2}{3}=q$	$\frac{1}{3}=1-q$
	I \ II	t_1	t_3
$\frac{1}{3}=p$	s_1	$(2,0)$	$(4,2)$
$\frac{2}{3}=1-p$	s_2	$(3,4)$	$(2,3)$

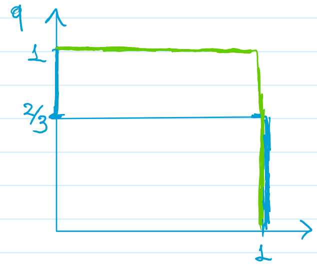
Έχουμε 3 σημεία Σ.Σ.Ι σε μεικτές:

1ο: $((0,1),(1,0))$ με πληρωμές: $(3,4)$

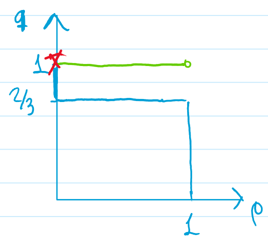
2ο: $((\frac{1}{3},\frac{2}{3}),(\frac{2}{3},\frac{1}{3}))$ με πληρωμές: $(\frac{2}{9}\cdot 2+\frac{4}{9}\cdot 3+\frac{1}{9}\cdot 4+\frac{2}{9}\cdot 2,\ \frac{4}{9}\cdot 4+\frac{1}{9}\cdot 2+\frac{2}{9}\cdot 3)=(\frac{8}{3},\frac{8}{3})$

3ο: $((1,0),(0,1))$ με πληρωμές: $(4,2)$

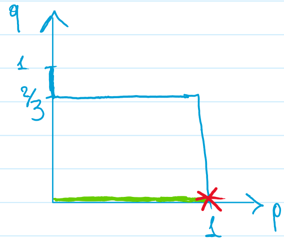
Αν είχαμε $BR_{II}(p)=\begin{cases}\{(1,0)\}, & p<1\\ \{(0,1)\}, & p>1\\ \{(q,1-q)\}\ldots\}, & p=1\end{cases}$ άπειρα Σ.Σ.Ι



$BR_{II}(p)=\begin{cases}\{(1,0)\}, & p<\frac{4}{3}\\ \{(0,1)\}, & p>\frac{4}{3}\\ \{(q,1-q)\}\ldots\}, & p=\frac{4}{3}\end{cases}$ 1 Σ.Σ.Ι



$$BR_{II}(p) = \begin{cases} \{(1,0)\}, & p < 1/3 \\ \{(0,1)\}, & p > -\frac{1}{3} \\ \{(q,1-q)\}\ldots\}, & p = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow 1\ \Sigma.\Sigma.I$$



3| Παίγνια με Συνεχή Σύνολα Στρατηγικών.

- $\underbrace{\text{Στατικά Παίγνια}}_{}$ πλήρους πληροφόρησης: Cournot, Πρόβλημα Δημοσίων Αγαθών, Bertrand

  1 στάδιο
  \+
  ταυτόχρονες αποφάσεις ⇒ (ατελούς πληροφόρησης)

- $\underbrace{\text{Δυναμικά Παίγνια}}_{\text{σε στάδια}}$ Πλήρους Πληροφόρησης:
  → τέλειας πληροφόρησης: Stackelberg, Leontief.
  → ατελούς πληροφόρησης: Ανταγωνισμός σε διεθνές εμπόριο.

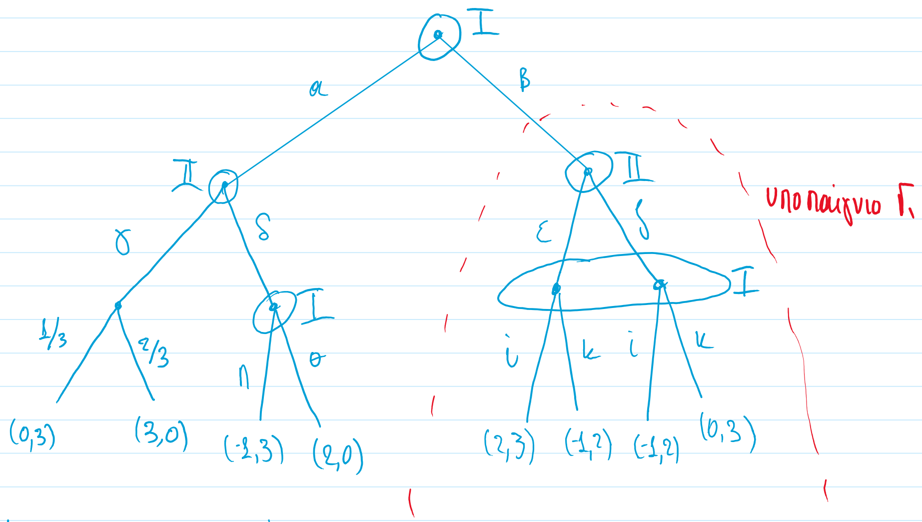
- Στατικά Παίγνια $\underbrace{\text{Ελλιπούς Πληροφόρησης}}_{}$: Cournot με ασύμμετρη πληροφόρηση, δημοπρασία, διπλή δημοπρασία.

  ένας παίκτης δεν ξέρει την πληρωμή του άλλου αλλά έχει πεποίθηση

  ↓ να ξέρω να περιγράφω το παίγνιο σε κανονική μορφή: σύνολα αποφάσεων, πεποιθήσεων, τύπους, πληρωμές στρατηγικές, συνθήκες Σ.Σ.Ι.

5| SPE

Αν έχουμε Παίγνιο Ατελούς Πληροφόρησης σε εκτεταμένη μορφή:



Λύνουμε το Γ_1 που παίζουν Ι, ΙΙ:

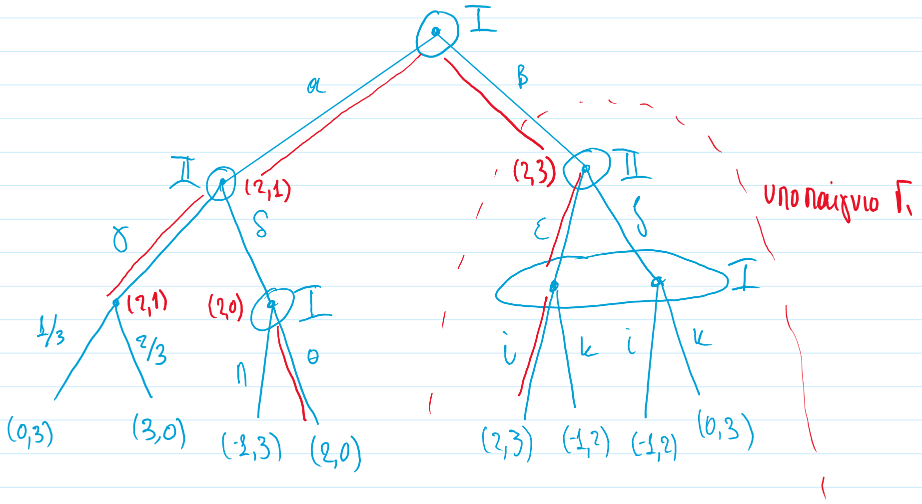
I\II	ε	δ
i	(2,3) **	(-1,2)
k	(-1,2)	(0,3) **

2 Σ.Σ.Ι: Για κάθε ένα από αυτά επιστρέφω πίσω.

1ο ((i),(ε)) με πληρωμές (2,3)

2ο ((k),(ζ)) με πληρωμές (0,3)

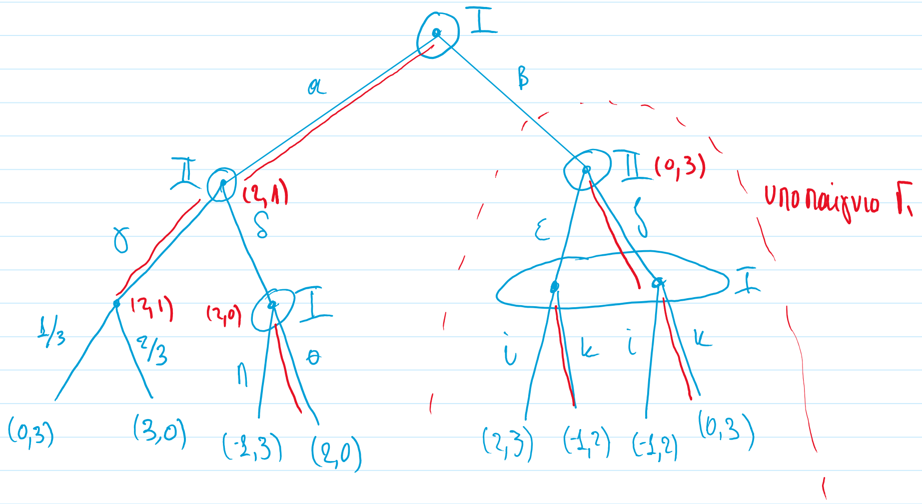
Για το πρώτο:



Η λύση όλου του παιχνίου: ((α,θ,i),(γ,ε)) με πληρωμές (2,1)

((β,θ,i),(γ,ε)) με πληρωμές (2,3)

Για το 2ο Σ.Σ.Ι.:



Η λύση για όλο το παίγνιο: ((α,θ,k),(γ,ζ)) με πληρωμές (2,1)