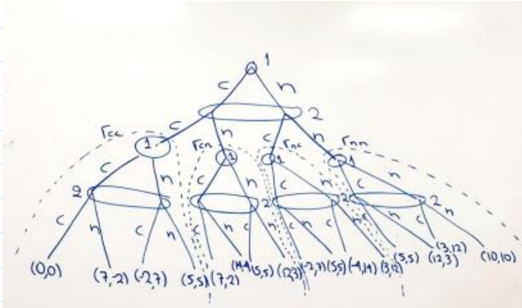
Διάλεξη 09

Παρασκευή, 20 Μαρτίου 2026 6:18 μμ

Συνέχεια από προηγούμενο:

1º Στάδιο:

1\2	(c)	(n)
(c)	(0,0)	(7,-2)
(n)	(-2,7)	(5,5)



Γ_{cc} :

1\2	(c)	(n)
(c)	(0,0) **	(7,-2) *
(n)	(-2,7) *	(5,5)

(το ίδιο υποπαίγνιο με πρώτο στάδιο)

Σ.Σ.Ι στο Γ_{cc} ((c), (c)) με πληρωμές (0,0)

Πάμε στο 2º υποπαίγνιο

Γ_{cn} :

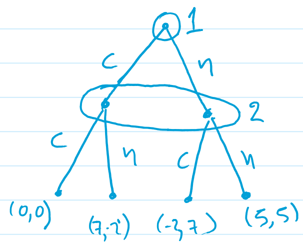
1\2	(c)	(n)
(c)	(1,2) **	(14,-4) *
(n)	(5,5) *	(12, 3)

Σ.Σ.Ι στο Γ_{cn} το ((c), (c)) με πληρωμές (7,-2)

Παρατηρούμε ότι έχουμε και στα δυο το ίδιο Σ.Σ.Ι. Γιατί?

Αυτό εξηγείται γιατί οι πληρωμές στην κανονική μορφή είναι οι πληρωμές του ενός σταδίου αυξημένες κατά το ίδιο διάνυσμα. Οπότε σε όλα τα υποπαίγνια έχουμε το ίδιο Σ.Σ.Ι ((c),(c)).

Μπορούμε να πάμε στο πρώτο στάδιο:



1\2	(c)	(n)
(c)	$(\overset{*}{0},\overset{*}{0})$	$(\overset{*}{7},-2)$
(n)	$(-7,\overset{*}{7})$	$(5,5)$

Σ.Σ.Ι: $((c),(c))$ με πληρωμές $(0,0)$

Η στρατηγική που είναι SPE: $((c,c,c,c,c),(c,c,c,c,c))$ με πληρωμές $(0,0)$

Ορισμός: Ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο (Γ, T) ορίζεται από ένα παίγνιο Γ που επαναλαμβάνεται T φορές.
Αν $T<\infty$, έχουμε επαναλαμβανόμενο παίγνιο πεπερασμένων επαναλήψεων.
Αν $T=\infty$, έχουμε επαναλαμβανόμενο παίγνιο άπειρων επαναλήψεων.

Πρόταση: Έστω ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο πεπερασμένων επαναλήψεων (Γ, T) με μοναδικό Σ.Σ.Ι $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_N^*)$ για το παίγνιο Γ. Τότε το μοναδικό SPE είναι κάθε παίκτης να παίξει σύμφωνα με την: $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_N^*)$ σε κάθε στάδιο.

2.5 Δυναμικά Παίγνια με κίνηση της Φύσης

Παράδειγμα: (Ρώσικη Ρουλέτα).

Υπάρχουν 2 παίκτες 1 κ' 2. Ο καθένας αρχικά βάζει 1€ στο κοινό ταμείο. Ο παίκτης 1 έχει 2 επιλογές

1η επιλογή: Βάζει ακόμη 1 € και περνάει στην επόμενη φάση (safe)

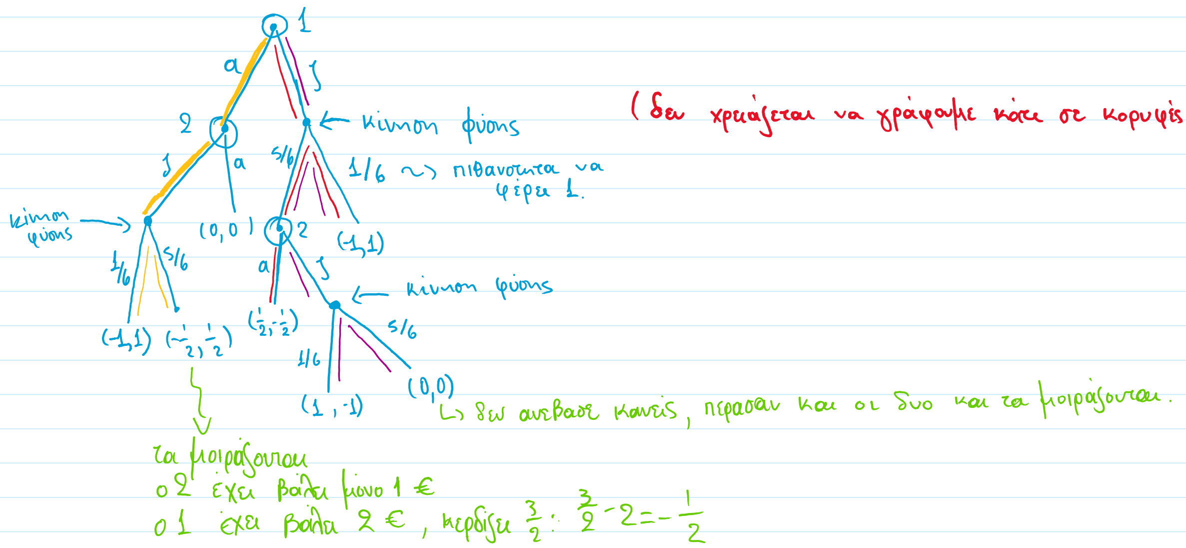
2η επιλογή: Ρίχνει ένα ζάρι: Αν φέρει 1, ο 1 χάνει και ο 2 παίρνει όλα τα χρήματα στο ταμείο
Αν φέρει 2-6, ο 1 περνάει στην επόμενη φάση

Αν ο 1 περάσει, ο 2 παίζει με τον ίδιο τρόπο. Αν περάσουν και οι δυο το παιχνίδι τελειώνει και μοιράζονται τα χρήματα.

Να διατυπώσουμε το παίγνιο
α) σε εκτεταμένη μορφή
β) σε κανονική μορφή

Λύση

α)



(δεν χρειάζεται να γράφουμε κάτι σε κορυφές φύσης)

1 \ 2	(S, S)	(S, a)	(a, S)	(a, a)
(a)	$(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$			
(S)		$(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$	$(-\frac{1}{36}, \frac{1}{36})$	

Πληρωμές:

(a) vs (S, S) : $\frac{1}{6}\cdot(-1, 1) + \frac{5}{6}(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = (-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

(S) vs (S, a) : $\frac{5}{6}\cdot(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) + \frac{1}{6}(-1, 1) = (\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$

(S) vs (a, S) : $\frac{1}{6}(-1, 1) + \frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}(1, -1) + \frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}(0, 0) = (-\frac{1}{36}, \frac{1}{36})$

(Συνεχίζουμε με την ίδια λογική)

$\boxed{\text{Ενότητα 3: Στατικά Παίγνια Ελλιπούς Πληροφόρησης.}}$ (= Στατικά Μπεϋζιανά Παίγνια).

Στατικά ≠ δυναμικά — οι παίκτες αποφασίζουν ταυτόχρονα

Ελλιπούς ≠ πλήρους — ένας παίκτης δεν γνωρίζει τις πληρωμές των υπολοίπων.

3.1) Μοντέλο Cournot με ασύμμετρη πληροφορία.

Δυο εταιρείες παράγουν το ίδιο προϊόν.

q_i ποσότητα του προϊόντος που θα φτιάξει η εταιρεία i, $i = 1, 2$

$Q = q_1 + q_2$

$P(Q)$: τιμή του προϊόντος αν η συνολική ποσότητα είναι Q.

$P(Q) = a - Q = a - q_1 - q_2$

$C_1(q_1)$: κόστος παραγωγής ποσότητας q_1 από την εταιρεία 1. (γνωστό)

$C_2(q_2)$: κόστος παραγωγής ποσότητας q_2 από την εταιρεία 2: $= \begin{cases} C_H \cdot q_2, & \text{με πιθ. } \theta \\ C_L \cdot q_2, & \text{με πιθ } 1-\theta \end{cases}$

Δηλαδή: η εταιρεία 2 είναι τύπου H με πιθανότητα θ ή τύπου L με πιθ 1-θ.

Η εταιρεία 2 ξέρει τον τύπο της.

Η εταιρεία 1 δε γνωρίζει τον τύπο της 2 αλλά γνωρίζει ότι είναι H με πιθ. θ και L με πιθ. 1-θ.

Οι εταιρείες αποφασίζουν ταυτόχρονα τις ποσότητες που θα φτιάξουν. Η κάθε μια θέλει να μεγιστοποιήσει το κέρδος της.

Λύση

Παίκτες 1, 2

Στρατηγικές: q_1 ποσότητα προϊόντος από εταιρεία 1 (απόφαση του 1)

$q_2(t)$ ποσότητα προϊόντος από εταιρεία 2. (απόφαση του 2)
αν είναι τύπου t

↑ η στρατηγική του 2, όπως έχει 2 τύπους είναι συνάρτηση του $q_2(H), q_2(L)$

Πληρωμές: $V(q_1, q_2, \underset{\substack{\uparrow \\ \text{δω έχει τύπο}}}{-}) = \theta[(\underbrace{a-q_1-q_2(H)}_{a-Q})q_1 - c_1 q_1] + (1-\theta)[(a-q_1-q_2(L))q_1 - c q_1] = \sum_{t=H,L} P_1(t)\, u_1(q_1, q_2(t); t)$

$$u_2(q_1, q_2(H); H) = P(Q)q_2(H) - c_H q_2(H) = (a - c_H - q_1 - q_2(H))q_2(H)$$

$$u_2(q_1, q_2(L); L) = (a - c_L - q_1 - q_2(L))q_2(L)$$

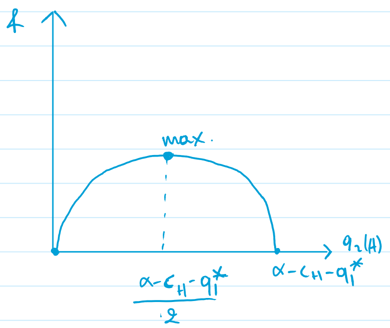
Η στρατηγική Σ.Σ.Ι θα έχει την μορφή $(q_1^*, (q_2^*(H), q_2^*(L)))$

Το $(q_1^*, (q_2^*(H), q_2^*(L)))$ Σ.Σ.Ι $\Leftrightarrow$ $\left\{\begin{array}{l} q_1^* \in BR_1(q_2^*(H), q_2^*(L)) \\ q_2^*(H) \in BR_2(q_1^*, H) \\ q_2^*(L) \in BR_1(q_1^*, L) \end{array}\right\}$ Μπεϋζιανό Σ.Σ.Ι.

Κάθε κομμάτι της στρατηγικής του είναι βέλτ. απάντηση στη στρατηγική του άλλου δεδομένου του τύπου του

Πρώτα βρίσκω $BR_2(q_1^*, H)$:

- $q_2^*(H) \in BR_2(q_1^*, H)$ αν $q_2^*(H)$ λύνει το $\max\limits_{q_2(H)} u_2(q_1^*, q_2(H), H)$
$= \max\limits_{q_2(H)} \underbrace{(a - c_H - q_1^* - q_2(H))}_{f(q_2(H))}$



Άρα $q_2^*(H) = \dfrac{a - c_H - q_1^*}{2}$

- $q_2^*(L) \in BR_2(q_1^*, H)$ αν $q_2^*(L)$ λύνει το $\max\limits_{q_2(L)} u_2(q_1^*, q_2(L), L)$
$= \max(a - c_L - q_1^* - q_2(L))$

$\Longrightarrow q_2^*(L) = \dfrac{a - c - q_1^*}{2}$

- $q_1^* \in BR_1(q_2^*(H), q_2^*(L))$ αν q_1^* είναι λύση του $\max\limits_{q_1} V_1(q_1, q_2^*(H), q_2^*(L))$

$$\max_{q_1} \theta[(a - q_1 - q_2^*(H) - c)q_1] + (1-\theta)[(a - q_1 - q_2^*(L) - c)q_1]$$

$$= \max_{q_1} (a - c - q_1 - \theta q_2^*(H) - (1-\theta)q_2^*(L))q_1$$

$$q_1^* = \frac{a - c - \theta q_2^*(H) - (1-\theta)q_2^*(L)}{2}$$