

Leontief's Model

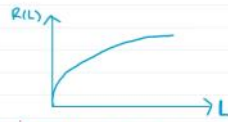
Θεωρούμε μια εταιρεία (παικτής II) και μια ένωση εργατών (παικτής I) από την οποία η εταιρεία προσλαμβάνει υπαλλήλους.

w : μισθός εργατή

L : # εργατών που προσλαμβάνει η εταιρεία

$R(L)$: έσοδα εταιρείας αν έχει L εργατές, $R(L) \uparrow$ και κοίτη ως προς L με:

$$R'(0) = \infty, \lim_{L \rightarrow \infty} R'(L) = 0$$



Πρώτα η ένωση επιλέγει μισθό w .

Επείτα η εταιρεία επιλέγει τον αριθμό εργατών L γινωσκοντας το w .

Αν ο μισθός είναι w και το πλήθος εργατών είναι L η ένωση κερδίζει $u_1(w, L) \uparrow w \uparrow L$ και η εταιρεία κερδίζει $u_2(w, L) = R(L) - wL$

Λύση:

Θα ξεκινήσουμε από το στάδιο 2: Βρίσκουμε την απάντηση του 2 συν w του 1, $R_2(w)$

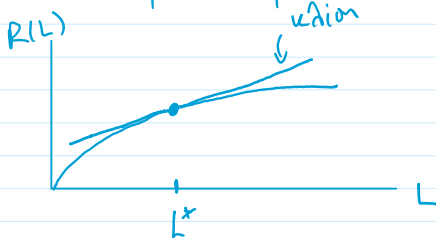
$$\max_{L \geq 0} u_2(w, L) = \max_{L \geq 0} R(L) - wL$$

$$\frac{\partial u_2(w, L)}{\partial L} = R'(L) - w$$

$$\frac{\partial^2 u_2(w, L)}{\partial L^2} = R''(L) < 0$$

Κριτήριο Πρώτης Παραγωγής: $\frac{\partial u_2(w, L^*)}{\partial L} = 0 \Rightarrow R'(L^*) - w = 0 \Rightarrow R'(L^*) = w$
 $R_2(w) = \{L^* : R'(L^*) = w\}$

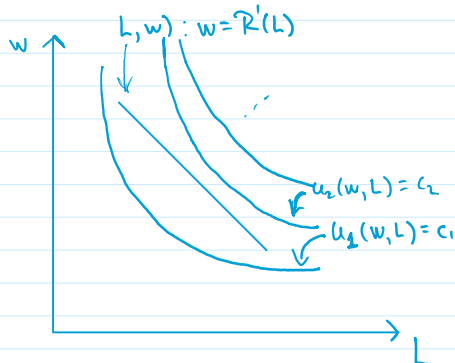
Αν το δούφι σκληραίνει:



όσο αγγίζεται η κλίση $\Rightarrow L^* \downarrow$ ως προς w .
 το L^* πηγαίνει αριστερά

Πάμε στο στάδιο 1: Βρίσκουμε βέλτιστη απάντηση w^* , της ένωσης:

$$\max_w u_1(w, R_2(w))$$



Θέλουμε $u_1(w, L) = c_1$
 $u_2(w, L) = c_2, c_2 > c_1$
 ... } ισοσταθμικές καμπύλες

Διαλέγουμε την καμπύλη που φαίνεται συν εθισία

2.2 Αναπαράσταση Παιχνιού σε Εκτεταμένη Μορφή

Μέχρι τώρα:

- στατικά παιχνίδια \longleftrightarrow κανονική μορφή
- δυναμικά παιχνίδια \longleftrightarrow εκτεταμένη μορφή

Αυτό είναι βολικό αλλά οποιοδήποτε παιχνίδι γίνεται να το αναπαραστήσουμε και με τις 2 μορφές

Η κανονική μορφή δίνει πληροφορίες:

- παίκτες
- στρατηγικές παικτών
- πληρωμές κάτω από οποιαδήποτε προφίλ στρατηγικών.

Η εκτεταμένη μορφή δίνει πληροφορίες:

- παίκτες
- σειρά με την οποία παίζουν οι παίκτες
- τι γνωρίζει ο κάθε παίκτης όταν έρθει η ώρα να αποφασίσει
- δυνατές αποφάσεις των παικτών.
- πληρωμές.

Δυναμικά Παιχνίδια Τέλειας Πληροφόρησης
Εκτεταμένη Μορφή \rightarrow Κανονική Μορφή

Παράδειγμα:

2 παίκτες 1, 2.

Ο παίκτης 1 επιλέγει heads (h) ή tails (t). Πρώτος επιλέγει ο 1. Ο παίκτης 2 παρατηρεί την απόφαση του παίκτη 1 και μετά κάνει την επιλογή του.

Αν επιλέξω και οι δυο h παίρνει $2 \in$ ο 1 και $0 \in$ ο 2.

Αν επιλέξω και οι δυο t παίρνει $0 \in$ ο 1 και $2 \in$ ο 2.

Αν επιλέξω διαφορετικά αυτός που είχε t κερδίζει $1 \in$ ενώ ο άλλος χάνει $1 \in$

α) Να γραφεί η εκτεταμένη μορφή του παιχνιδιού

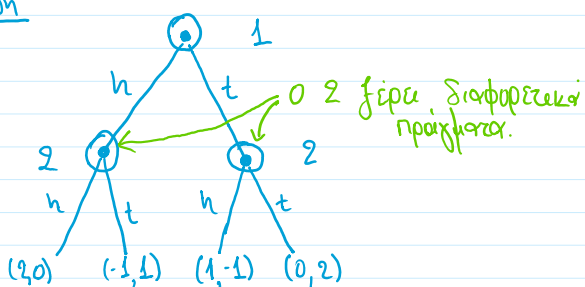
β) Να γραφεί η κανονική μορφή του παιχνιδιού.

γ) Να λυθεί αναδρομικά

δ) Να βρεθεί Σ.Σ.Ι.

Λύση

α)



Ορισμός: Σύνολο πληροφοριών είναι ένα σύνολο κόμβων

στους οποίους αποφασίζει ο ίδιος ο παίκτης και πριν αποφασίσει έχει ακριβώς την ίδια πληροφορία. Δηλαδή ο παίκτης δεν μπορεί να διακρίνει σε ποιον κόμβο ενός συνόλου πληροφοριών βρίσκεται.

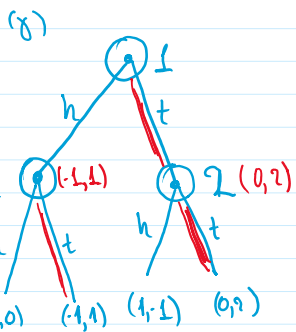
Παρατήρηση: Σε παιχνίδια τέλειας πληροφορίας κάθε σύνολο πληροφοριών είναι μονοσύνολο

Τα σύνολα πληροφορίας τα 'αριθμούμε' από πάνω προς τα κάτω και από αριστερά προς δεξιά.
 Η στρατηγική ενός παίκτη πρέπει να προσδιορίζει την απόφασή του σε κάθε σύνολο πληροφορίας.

β) $S_1 = \{(h), (t)\}$, $S_2 = \{(h, h), (h, t), (t, h), (t, t)\}$

	1 \ 2	(h, h)	(h, t)	(t, h)	(t, t)
(h)		(2, 0)	(2, 0)	(-1, 1)	(1, 1)
(t)		(1, -1)	(0, 2)	(1, -1)	(0, 2)

Κατά τη παράληλη των εκκεταμένων μορφών.



λύση: ο 1 παίζει t και μετά ο 2 παίζει t και κερδίζει (0, 2)

(5)

Για τον 2:
 Για τον 1:

	1 \ 2	(h, h)	(h, t)	(t, h)	(t, t)
(h)		(2, 0)	(2, 0)	(-1, 1)	(1, 1)
(t)		(1, -1)	(0, 2)	(1, -1)	(0, 2)

Προβλέπει ένα Σ.Σ.Ι: ((t), (t, t)) με πληρωμές (0, 2)

Α να αναφέρεται αναλυτικά (ισχυρά και ασθενώς) κυριαρχούμενων στρατηγικών:

Για τον 1: Δεν κυριαρχείται κάποια

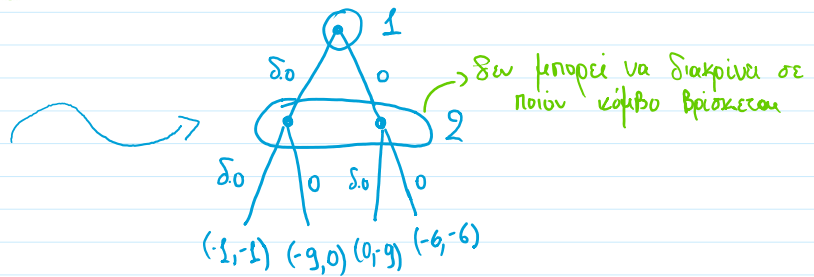
Για τον 2: κυριαρχούνται οι σιγές: (h, h), (t, h)

Στατικά Παιχνίδια
 Κανονική Μορφή → Εκκεταμένη Μορφή

Παράδειγμα: Δίλλημα φυλακισμένων:

Οι 2 παίκτες αποφασίζουν ταυτόχρονα

1\2	δ.ο	ο
δ.ο	(-1,-1)	(-9,0)
ο	(0,-9)	(-6,-6)



$$S_1 = \{(\delta.o), (o)\}$$

$$S_2 = \{(\delta.o), (o)\}$$

↓
1 σωστό παίγιο
⇒ στρατηγική με μία θέση

Σ.Σ.Ι τέλει ως προς τα υποπαιχνίδια

Παράδειγμα: Έχουμε 2 ανταγωνιστικές εταιρείες: 1 κ' 2, μια αγορά στην οποία η εταιρεία 2 είναι ήδη εδραιωμένη. Η εταιρεία 1 σκέφτεται να μπει στην αγορά.

Στο πρώτο στάδιο η εταιρεία 1 αποφασίζει αν θα μπει στην αγορά (Enter) ή αν θα μείνει εκτός (Stay Out)

Αν δε μπει στην αγορά, το κέρδιό το παίρνει η 2, το παιχνίδι τελειώνει με πληρωμές (0,5)

Αν μπει στην αγορά, οι 2 εταιρείες αποφασίζουν για τη διαφημιστική τους πολιτική:

- επιθετική (Tough)
- χαλαρή (Accomodate)

Αν επιλέξουν επιθετική πολιτική παίρνουν (-2,-1)

Αν η 2 επιλέξει T και η 1 επιλέξει A παίρνουν (-3,1)

Αν η 1 επιλέξει T και η 2 επιλέξει A παίρνουν (0,-3)

Αν επιλέξουν και οι δυο A παίρνουν (1,2).

Θεωρούμε 2 παραλλαγές:

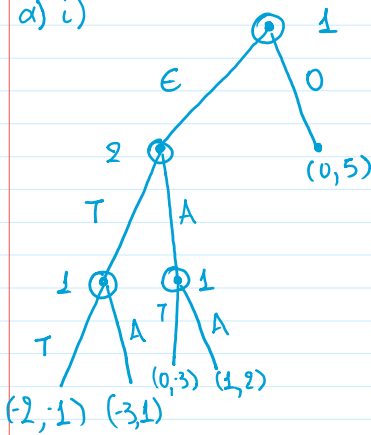
- i) Η 2 επιλέγει πρώτα διαφημιστική πολιτική και μετά επιλέγει η 1 αφού δει την επιλογή της 2
- ii) Επιλέγουν διαφημιστική πολιτική ταυτόχρονα

Να γραφούν:

- a) η έκτακτη μορφή
- b) η κανονική μορφή
- γ) να λυθεί αναδρομικά
- δ) Σ.Σ.Ι
- ε) με Ε.Α.Κ.Σ.

Λύση

α) i)

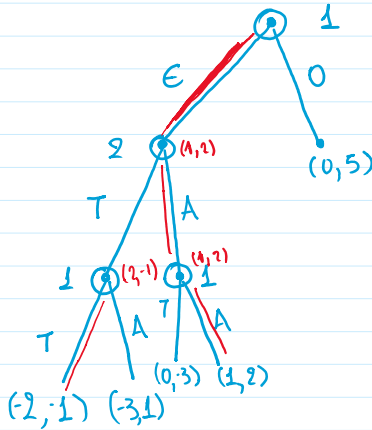


$$S_1 = \{(\epsilon, T, T), (\epsilon, A, T), (\epsilon, A, A), (\epsilon, T, A), (0, T, T), (0, T, A), (0, A, T), (0, A, A)\}$$

$$S_2 = \{(A), (T)\}$$

1/2	(T)	(A)
(ϵ, T, T)	(-2, -1)	(0, -3)
(ϵ, T, A)	(-2, -1)	(1, 2)
(ϵ, A, T)	(-3, 1)	(0, -3)
(ϵ, A, A)	(-3, 1)	(1, 2)
(0, T, T)	(0, 5)	(0, 5)
(0, T, A)	(0, 5)	(0, 5)
(0, A, T)	(0, 5)	(0, 5)
(0, A, A)	(0, 5)	(0, 5)

γ)



Κοιτάω από κάτω προς τα πάνω

Ο 1 θα παίξει Ε, ο 2 θα παίξει Α και ο 1 θα παίξει Α με πληρωμές (1, 2).

Λύση: ((Ε, Τ, Α), (Α)) με πληρ. (1, 2)

Η ((Ε, Α, Α), (Α)) δεν θεωρείται λύση με τον τρόπο της αναδρομής.

δ)

1/2	(T)	(A)
(ϵ, T, T)	(-2, -1)	(0, -3)
(ϵ, T, A)	(-2, -1)	(1, 2)
(ϵ, A, T)	(-3, 1)	(0, -3)
(ϵ, A, A)	(-3, 1)	(1, 2)
(0, T, T)	(0, 5)	(0, 5)
(0, T, A)	(0, 5)	(0, 5)
(0, A, T)	(0, 5)	(0, 5)
(0, A, A)	(0, 5)	(0, 5)

∃ έστ. Σ.Σ.Ι:

((Ε, Τ, Α), (Α)) με πληρ (1, 2) ~> συμφέρει με το πηγάρι

(Ε, Α, Α), (Α) με πληρ (1, 2) ~> δεν παίξει ποτέ ο 2 διαλέγει (Α)

((0, Τ, Τ), (Τ)) με πληρ (0, 5) ~> λόγω ορισμού Σ.Σ.Ι

((0, Τ, Α), (Τ)) με πληρ (0, 5)

((0, Α, Τ), (Τ)) με πληρ (0, 5)

((0, Α, Α), (Τ)) με πληρ (0, 5)

Κανένας παίκτης δεν έχει λόγο να φύγει από αυτό το σημείο αλλά γυρνάει και συγκεκριμένα στρατηγική του άλλου. Παρόλα αυτά κανένας παίκτης δεν έχει λόγο να παίξει αυτές τις στρατηγικές.

ε)

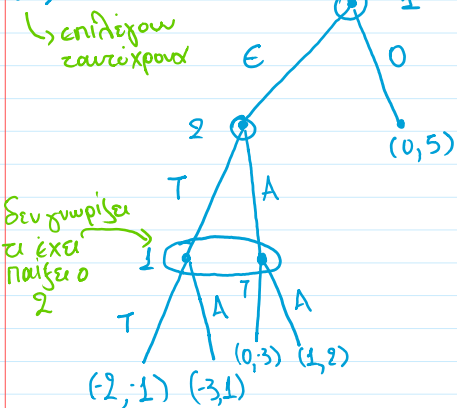
1\2	(T)	(A)
(E,T,T)	(-2,-1)	(0,-3)
(E,T,A)	(-2,-1)	(1,2)
(E,A,T)	(-3,1)	(0,-3)
(E,A,A)	(-3,1)	(1,2)
(O,T,T)	(0,5)	(0,5)
(O,T,A)	(0,5)	(0,5)
(O,A,T)	(0,5)	(0,5)
(O,A,A)	(0,5)	(0,5)

- Για τον 1: Η (0,T,A), (0,A,T), (0,AA) κυριαρχείται ασθενώς από τον (0,T,T)
 Η (E,A,T) κυριαρχείται ασθενώς από τον (E,T,A)
 Η (E,T,T) κυριαρχείται ασθενώς από τον (E,T,A)
 Η (E,A,A) κυριαρχείται από τον (E,T,A)
- Για τον 2: Η (T) κυριαρχείται από τον (A)
- Για τον 1: Η (0,T,T) κυριαρχείται από τον (E,T,A)

Επομένως προκύπτει λύση ((E,T,A), (A)) με πληρωμές (1,2) ταυτίζεται με την λύση από τον αναδρομικό τρόπο επίλυσης.

Στα παιχνίδια τέλει πληροφόρησης η λύση με αναδρομή και η λύση με Ε.Α.Κ.Σ. ταυτίζονται

ii) α)



Αυτό το παιχνίδι δεν είναι τέλει πληροφόρησης
 \Rightarrow Δεν μπορεί να λυθεί με αναδρομή

$$S_1 = \{(E,T), (E,A), (O,T), (O,A)\}$$

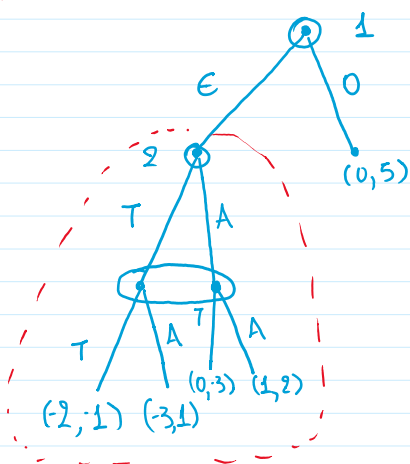
$$S_2 = \{(A), (T)\}$$

β)

1\2	(T)	(A)
(E,T)	(-2,-1)	(0,-3)
(E,A)	(-3,1)	(1,2)
(O,T)	(0,5)	(0,5)
(O,A)	(0,5)	(0,5)

Μπορούμε να βρούμε Σ.Σ.Ι ή να κάνουμε Ε.Α.Κ.Σ.

Πώς μπορούμε να κάνουμε αναδρομή?



- 1) Το χωρίζουμε σε υποπαιχνίδια
- 2) Λύνουμε το κάτω υποπαιχνίδι
- 3) Αντικαθιστούμε το υποπαιχνίδι με τη λύση
- 4) Λύνουμε με αναδρομή