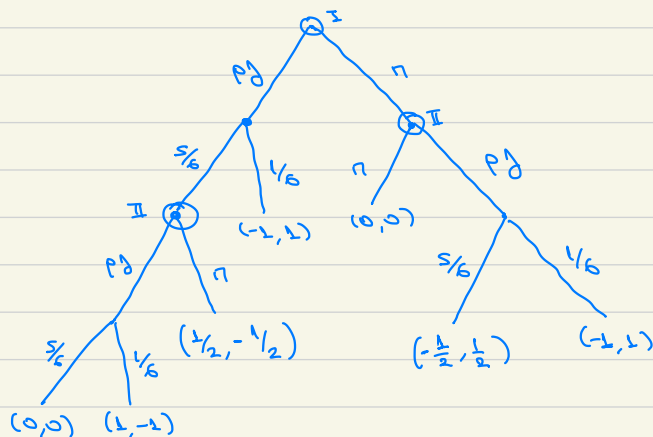


Ερώτηση 5

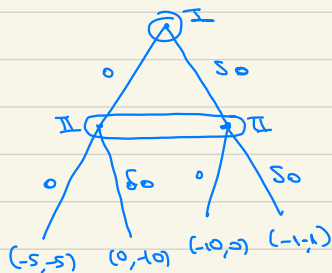
Παιχνία σε ευτεταμένη μορφή - Επίλυση
κεφάλαιο 11-13 & 15-16

Παράδειγμα: Ρωσική Ρούлет



Είναι παιχνίδι ηθίκους πληροφόρησης. Όλα τα βήματα πληροφόρησης είναι μονοβήματα. Δηλαδή, κάθε παίκτης όταν παίζει γνωρίζει τι έχει γίνει πριν.

Παράδειγμα: Διζήμια φιλανθρωπίας



Είναι παιχνίδι μη-ηθίκους πληροφόρησης.

Παράδειγμα

2 ανταγωνιστικές εταιρείες : I (Coca Cola) II (Pepsi).

Μια αγορά όπου η εταιρεία II είναι εδραιωμένη.

Η εταιρεία I θέλει να μπει στην αγορά.

Η I έχει 2 στρατηγίες : $\rightarrow$ μπειν (Enter)

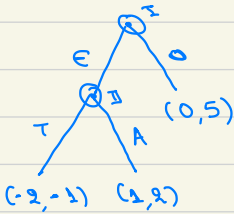
$\hookrightarrow$ δε μπειν (Stay Out)

Η II έχει 2 στρατηγίες : $\rightarrow$ επιθεμαί (Tough)

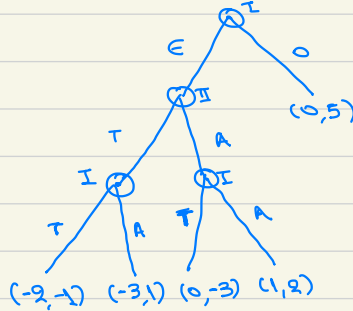
$\hookrightarrow$ χαλαρή (Accomodate)

Θεωρούμε τις παρακάτω παρατηρήσεις:

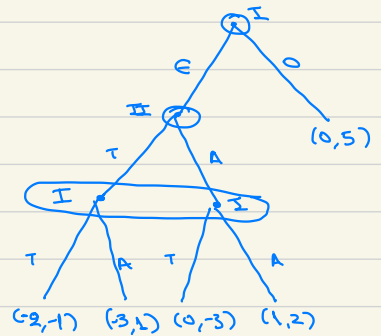
Παρατήρηση 1



Παρατήρηση 2



Παρατήρηση 3



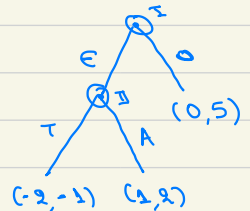
Παρατήρηση 4

ΣΙΙ I σε καθαρές

$$S_I = \{ (E), (O) \}$$

$$S_{II} = \{ (T), (A) \}$$

I \ II	(T)	(A)
(E)	$(-2, -1)$	$(1, 2)$
(O)	$(0, 5)$	$(0, 5)$



Υπάρχουν 2 ΣΙΙ σε καθαρές στρατηγίες :

$$\begin{aligned} (E), (A) & \text{ με πιθανότητες } (1, 2) \\ (O), (T) & \text{ } \gg \gg \gg (0, 5) \end{aligned}$$

Παιχν με ΕΑΚΣ

I \ II	(T)	(A)
(E)	(-2, 1)	(1, 2)
(O)	(0, 5)	(0, 5)

Για τον I: —

Για τον II: Η (A) κυριαρχεί της (T)

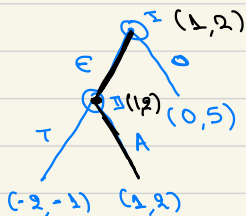
Για τον I: Η (E) κυριαρχεί της (O)

Παιχν με ΕΑΚΣ: ((E), (A)) με πληρωμές (1, 2).

Παιχν με backward induction - Προς τα πίσω επαγωγή

Ξεκινάμε από τους κόμβους που οι παίκτες τους είναι Τελειωμένοι κερδίζεις και ανθελίζω

Σε κάθε κόμβο ο παίκτης που παίζει διαλέγει την απόφαση που μεγιστοποιεί την πληρωμή του.



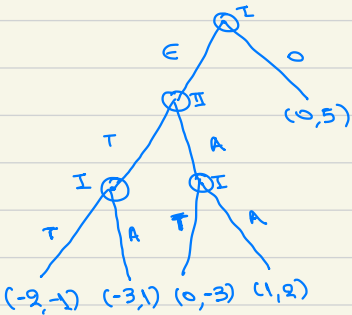
Παιχν με backward induction είναι

((E), (A)) με πληρωμή (1, 2)

Θεώρημα Kuhn

Κάθε παίχτης παίρνει πληροφορίες με συνεπές ένα πλήθος κινήσεων έχει παιχν με προς τα πίσω επαγωγή. Η λύση είναι μοναδική εκτός αν υπάρχουν ισοπαλίες.

Aufgabe 2

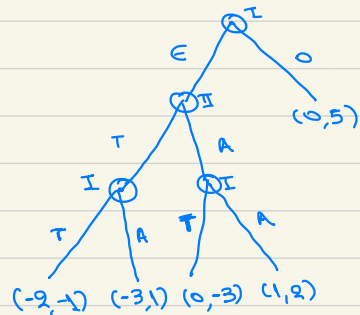


$\Sigma \Sigma \Sigma$ 62 strategies

$$S_I = \{(E, T, T), (E, T, A), (E, A, T), (E, A, A), (O, T, T), (O, T, A), (O, A, T), (O, A, A)\}$$

$$S_{II} = \{(T), (A)\}$$

I \ II	(T)	(A)
(E, T, T)	$(-2, -1)$	$(0, -3)$
(E, T, A)	$(-2, -1)$	$(1, 2)$
(E, A, T)	$(-3, 1)$	$(0, -3)$
(E, A, A)	$(-3, 1)$	$(1, 2)$
(O, T, T)	$(0, 5)$	$(0, 5)$
(O, T, A)	$(0, 5)$	$(0, 5)$
(O, A, T)	$(0, 5)$	$(0, 5)$
(O, A, A)	$(0, 5)$	$(0, 5)$



$$6 \Sigma \Sigma \Sigma : ((E, T, A), (A)), ((E, A, A), (A)) \\ ((O, T, T), (T)), ((O, T, A), (T)) \\ ((O, A, T), (T)), ((O, A, A), (T))$$

Επιλογές με ΕΑΚΣ

I \ II	(T)	(A)
(E,T,T)	(-2,-1)	(0,-3)
(E,T,A)	(-2,1)	(1,2)
(E,A,T)	(-3,1)	(0,-3)
(E,A,A)	(-3,1)	(1,2)
(O,T,T)	(0,5)	(0,5)
(O,T,A)	(0,5)	(0,5)
(O,A,T)	(0,5)	(0,5)
(O,A,A)	(0,5)	(0,5)

Για τον I:

H (E,T,T) υπερβιβάζεται από την (E,T,A)

H (E,A,T) υπερβιβάζεται από την (E,T,A)

H (E,A,A) υπερβιβάζεται από την (E,T,A)

Για τον II:

H (T) υπερβιβάζεται από την (A)

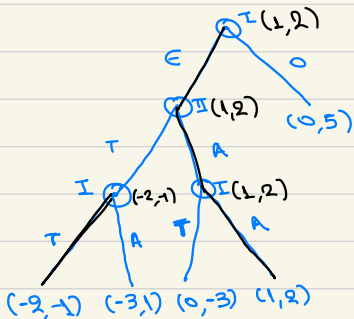
Για τον I:

H (E,T,A) υπερβιβάζει στις

(O,T,T), (O,T,A), (O,A,T) και (O,A,A).

H λίστα με ΕΑΚΣ είναι ((E,T,A),(A)) με αναγωγές (1,2).

Λίστα με backward induction



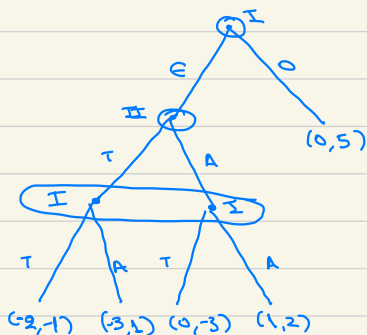
Λίστα με backward induction

((E,T,A),(A)) με αναγωγές (1,2)

Πίστη με backward induction και πίστη με ΕΑΚΣ

Η απόφαση πίστη εναντίον αλλαγής της πίστης με ΕΑΚΣ σε παγκόσμια παύση παύσεων.

Παράδειγμα 3



! Είναι μη-παύση
παύσεων

ΣΣΙ σε παύσεις

$$S_I = \{(E, T), (E, A), (O, T), (O, A)\}$$

$$S_{II} = \{(T), (A)\}$$

$I \backslash II$	(T)	(A)
(E, T)	$(-2, -1)$	$(0, -3)$
(E, A)	$(-3, 1)$	$(1, 2)$
(O, T)	$(0, -3)$	$(0, 5)$
(O, A)	$(0, 5)$	$(0, 5)$

3 ΣΣΙ :

$((E, A), (A)), ((O, T), (T)),$
 $((O, A), (T)).$

Επιλογή με ΕΑΧΣ

I \ II	(T)	(A)
(E, T)	(-2, 1)	(0, 3)
(E, A)	(-3, 1)	(1, 2)
(O, T)	(0, 5)	(0, 3)
(O, A)	(0, 5)	(0, 5)

Για τον I:

H (E, T) υπερσχεύεται
από την (O, T)

Για τον II:

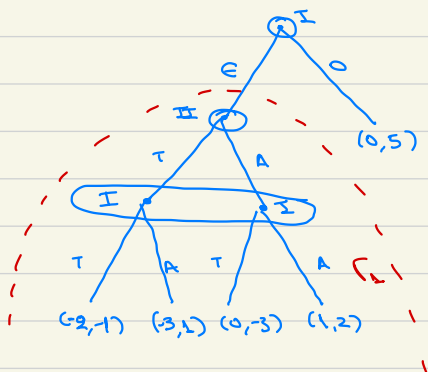
H (T) υπερσχεύεται από
την (A)

Για τον I:

H (E, A) υπερσχεύεται από
(O, T) και (O, A)

Νόη με ΕΑΧΣ ((E, A), (A)). με πρόσχημο (1, 2).

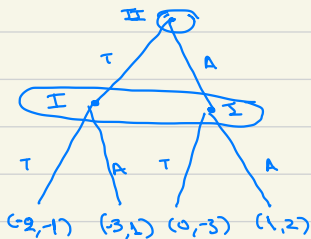
Επιλογή με backward induction



Δε μπορούμε να λύσουμε
με backward induction
γιατί δεν είναι πλήρως
πληροφόρητος.

Τι μπορούμε να κάνουμε;
Θεωρούμε το υποπαιχνίδι Γ₁,
το λύνουμε με άλλο τρόπο
και μετά συνεχίζουμε με
backward induction.

Επιλογή του Γ_1 : με $\Sigma\Sigma I$



$$S_I = \{(T), (A)\}$$

$$S_{II} = \{(T), (A)\}$$

$I \backslash II$	(T)	(A)
(T)	(-2, -1)	(0, -3)
(A)	(-3, 1)	(1, 2)

Υπάρχουν 2 $\Sigma\Sigma I$:

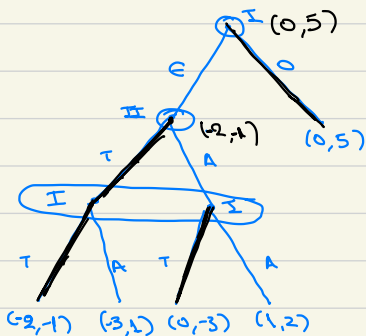
$((T), (T))$ με πληρωμές $(-2, -1)$

$((A), (A))$ με πληρωμές $(1, 2)$

Συνεχίζουμε στο επόμενο βήμα με backward induction.

Περαιτέρω I : $\Sigma\Sigma I$ του Γ_1

$((T), (T))$ με πληρωμές $(-2, -1)$

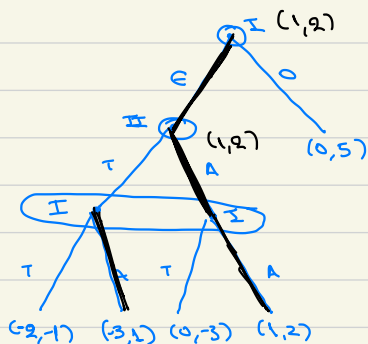


Άρα

$((0, T), (T))$ με πληρωμές $(0, 5)$

Περίπτωση 2:

$\Sigma \Sigma I$ του Γ , $((A), (A))$ με πληρωμές $(1, 2)$



Λύση: $((E, A), (A))$ με πληρωμές $(1, 2)$.

Ορισμός (Υποπαίγριο)

Ένα υποπαίγριο είναι ένα υποσύνολο της διεκπεμπής μορφής, τέτοιο ώστε:

- 1] Ξεκινάει από μοναδικό κόμβο απόφασης (αρχική κορυφή)
- 2] Περιλαμβάνει όλους τους επόμενους κόμβους των μονογεντιών που ξεκινούν από την αρχική κορυφή και καταλήγουν σε τερματική κορυφή.
- 3] Δεν μπορεί να περιλαμβάνει ένα μέρος από ένα σύνολο πληρωμάτων, θα πρέπει να περιλαμβάνει όλους τους κόμβους του.

Συμβολισμός

Αν Σ είναι επεκτατική του παίγριου Γ , τότε $\Sigma(\Gamma)$ είναι επεκτατική του παίγριου Γ υποπαίγριο $\Gamma(\Gamma)$.

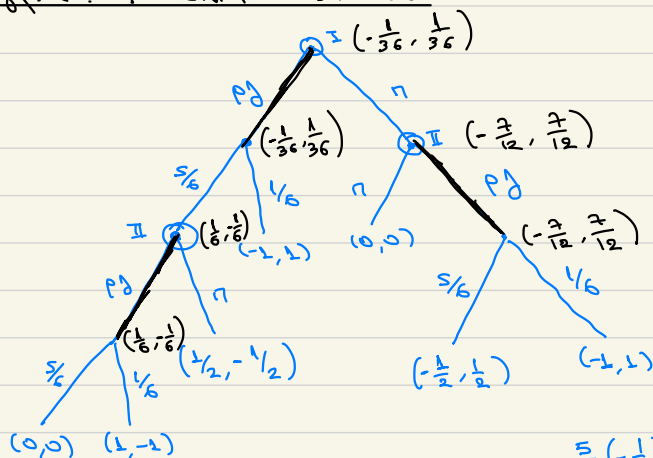
Ορισμός (Subgame Perfect Equilibrium - SPE)

Έστω η επεξεργασία παίγριος 2 παίκτων σε εναλλακτική μορφή να (s_1, s_2) παροχή στρατηγικών. Το (s_1, s_2) είναι SPE αν τα παροχή στρατηγικών $(s_1(g), s_2(g))$ είναι ΣΣΙ σε κάθε υποπαιγίο (g) .

Πρόταση

Σε παίγριο παίγριος αναγκασμένα το SPE είναι αυτό που προκύπτει με backward induction.

Παράδειγμα: Πίσην Ροδάτο



$$\frac{5}{6} \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{6} \cdot (-1) = -\frac{5}{12} - \frac{2}{12} = -\frac{7}{12}$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot (-1) = \frac{5}{36} - \frac{6}{36} = -\frac{1}{36}$$

Η λύση με backward induction είναι $((N), (PD, PD))$ με παροχή $(-\frac{1}{36}, \frac{1}{36})$