Ενότητα 3: Εφαρμογές

3.1: Δυοπώλιο του Cournot

(Κεφάλαιο 6)

Δυοπώλιο του Cournot

- Υπάρχουν 2 εταιρείες στην αγορά.
- Οι εταιρείες παράγουν το ίδιο προϊόν.
- Q_i = ποσότητα παραγωγής της εταιρείας i, $i=1,2$.
- Q = συνολική ποσότητα παραγωγής $= Q_1 + Q_2$.
- Αν οι 2 εταιρείες φτιάξουν ποσότητα Q, η τιμή του προϊόντος θα είναι

  $$P = a - b \cdot Q \qquad \left(Q \le \frac{a}{b}\right)$$

- Το κόστος παραγωγής για την εταιρεία i, αν φτιάξει ποσότητα Q_i είναι $C_i(Q_i) = c \cdot Q_i$, $a > c$
- Κάθε εταιρεία θέλει να αποφασίσει την ποσότητα προϊόντος που θα φτιάξει με σκοπό να μεγιστοποιήσει το κέρδος της.

Να βρεθούν οι βέλτιστες ποσότητες παραγωγής

(i) Αν κάθε εταιρεία αποφασίζει μόνη της.

(ii) Αν συνεργάζονται.

Λύση

(i) Έχουμε παίγνιο μεταξύ των εταιρειών.

Περιγραφή παιγνίου

- Παίκτες: I, II
- Στρατηγικές: $S_I = [0, \infty) = \{Q_1 : Q_1 \in [0, \infty)\}$

  $S_{II} = [0, \infty) = \{Q_2 : Q_2 \in [0, \infty)\}$

· Πληρωμές :

$$\Pi_I(Q_1,Q_2) = Q_1\left[a - b(Q_1+Q_2)\right] - c\cdot Q_1$$

$$\Pi_{II}(Q_1,Q_2) = Q_2\left[a - b(Q_1+Q_2)\right] - cQ_2$$

Επίλυση

Πρώτα θα βρούμε βέλτιστες αποκρίσεις

- Βέλτιστη απάντηση του I απέναντι στη στρατηγική Q_2 του II $(BR_I(Q_2))$

Θέλω να βρω για ποιο Q_1 μεγιστοποιείται η $\Pi_I(Q_1,Q_2)$.

$$\Pi_I(Q_1,Q_2) = Q_1\left[a - b(Q_1+Q_2)\right] - cQ_1$$

$$\frac{\partial \Pi_I(Q_1,Q_2)}{\partial Q_1} = 1\left[a - b(Q_1+Q_2)\right] + Q_1(-b) - c \Rightarrow$$

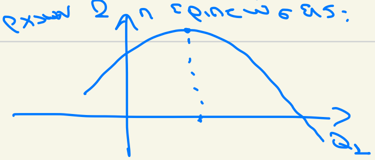
$$\frac{\partial \Pi_I(Q_1,Q_2)}{\partial Q_1} = a - 2bQ_1 - bQ_2 - c$$

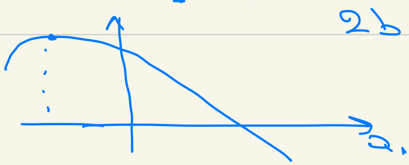
$$\frac{\partial^2 \Pi_I(Q_1,Q_2)}{\partial Q_1^2} = -2b < 0 \Rightarrow \text{Η } \Pi_I(Q_1,Q_2)$$ κοίλη ως προς Q_1

$$\frac{\partial \Pi_I(Q_1,Q_2)}{\partial Q_1} = 0 \Leftrightarrow a - 2bQ_1 - bQ_2 - c = 0 \Leftrightarrow$$

$$Q_1 = \frac{a - c - bQ_2}{2b}$$

Υπάρχουν 2 περιπτώσεις:





Εξετάζω πότε $\frac{a-c-bQ_2}{2b} \geq 0 \iff Q_2 \leq \frac{a-c}{b}$

Άρα $BR_I(Q_2) = \begin{cases} \frac{a-c-bQ_2}{2b}, & \text{αν } Q_2 \leq \frac{a-c}{b} \\ 0, & \text{αν } Q_2 > \frac{a-c}{b} \end{cases}$

■ Βέλτιστη απάντηση του II απέναντι στη στρατηγική Q_1 της I ($BR_{II}(Q_1)$):

Επειδή έχουμε συμμετρία,

$$BR_{II}(Q_1) = \begin{cases} \frac{a-c-bQ_1}{2b}, & \text{αν } Q_1 \leq \frac{a-c}{b} \\ 0, & \text{αν } Q_1 > \frac{a-c}{b} \end{cases}$$

(Q_1, Q_2) ΣΣΙ $\iff \left\{ \begin{array}{l} Q_1 \in BR_I(Q_2) \\ Q_2 \in BR_{II}(Q_1) \end{array} \right\} \iff$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = \frac{a-c-bQ_2}{2b} \\ Q_2 = \frac{a-c-bQ_1}{2b} \end{array} \right\} \iff$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = \frac{a-c-bQ_2}{2b} \\ Q_2 = \frac{a-c-\cancel{b}\frac{a-c-bQ_2}{2\cancel{b}}}{2b} \end{array} \right\} \iff \left\{ \begin{array}{l} Q_1 = \frac{a-c-bQ_2}{2b} \\ 2bQ_2 = \frac{a-c+bQ_2}{2} \end{array} \right\} \iff$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = \frac{a-c}{3b} \\ Q_2 = \frac{a-c}{3b} \end{array} \right\}$$