

Στρατηγικές και Παίγνια Διάλεξη 3

Αθανασία Μάνου

Διαπανεπιστημιακό Διατμηματικό
Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών
Μαθηματικά της Αγοράς και της Παραγωγής (ΜΑΠ)

2.2 Επαναλαμβανόμενη αφαίρεση κυριαρχούμενων στρατηγικών- Iterated elimination of dominated strategies (IEDS)

(Κεφάλαιο 4)

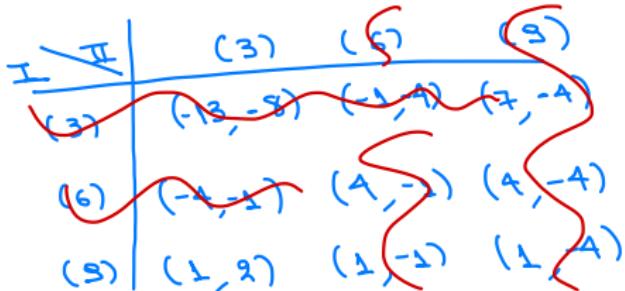
Συνέχεια...

Παράδειγμα: The odd couple

- Υπάρχουν 2 συγκάτοιχοι. Η Felix και ο Oscar.
- Κάθε ένας μπορεί να αφιερώσει στην καθαριότητα του σπιτιού 3, 6, ή 9 ώρες.
- Αν αφιερώσουν συνολικά τουλάχιστον 12 ώρες, το σπίτι θα χαρακτηρίζεται ως καθαρό.
9 ώρες, το σπίτι θα χαρακτηρίζεται ως υποφερτό.
το πολύ 6 ώρες, το σπίτι θα χαρακτηρίζεται ως βρόμικο.
- Οι μονάδες ωφέλειας που λαμβάνει η Felix ανάλογα με την κατάσταση του σπιτιού είναι
10, αν το σπίτι είναι καθαρό.
2, αν το σπίτι είναι υποφερτό.
-10, αν το σπίτι είναι βρόμικο.
- Οι μονάδες ωφέλειας που λαμβάνει ο Oscar ανάλογα με την κατάσταση του σπιτιού είναι
5, αν το σπίτι είναι καθαρό.
2, αν το σπίτι είναι υποφερτό.
-5, αν το σπίτι είναι βρόμικο.
- Η πληρωμή ενός παίκτη ισούται με τις μονάδες ωφέλειας που λαμβάνει από την κατάσταση του σπιτιού μείον τις ώρες που αφιέρωσε στην καθαριότητα.

Θέλουμε να διατυπώσουμε το παιχνίδι σε κανονική μορφή και να το λύσουμε.

To neixisi, σε κανονική μορφή είναι



Υπέρχη αλλα και ΕΑΚΣ;

Για ω. I : —

Για ω. II : H (9) υπέρχεισι από την (6).

Για ω. I : H (3) υπέρχεισι από την (6).

Για ω. II : H (6) υπέρχεισι από την (3)

Για ω. I : H (6) υπέρχεισι από την (8)

Υπέρχη αλλα και ΕΑΚΣ , η ((2),(3)), και αγνωστής (1,2)

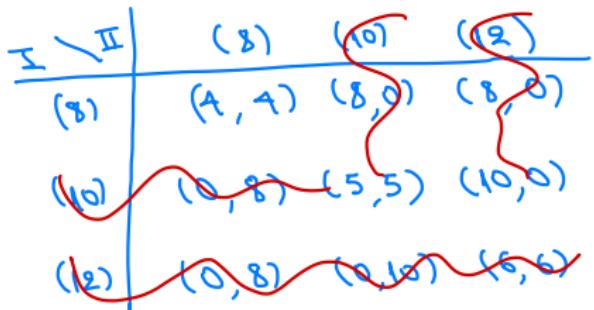
- Δεν υπάρχει πάντα λύση σε κάθε ΕΑΚΣ.
- Ημείς και ΕΑΚΣ $\not\Rightarrow$ ήταν σε κάθε ΕΑΚΣ.

Παράδειγμα: Bertrand price competition

- Θεωρούμε ένα δυοπώλιο.
- Κάθε εταιρεία επιλέγει τιμή για το προϊόν της: 12, 10 ή 8 Ευρώ.
- Η αγορά αποτελείται από 1000 πελάτες.
- Αν οι εταιρείες επιλέξουν διαφορετικές τιμές, όλοι οι πελάτες θα αγοράσουν από την εταιρεία με τη χαμηλότερη τιμή.
- Αν οι εταιρείες επιλέξουν διαφορετικές τιμές, οι πελάτες θα μοιραστούν.
- Η πληρωμή κάθε εταιρείας είναι τα έσοδα από την πώληση του προϊόντος.

Θέλουμε να διατυπώσουμε το παιχνίδι σε κανονική μορφή και να το λύσουμε.

		ε Έ χ.ρ. €		
		(8)	(10)	(12)
I \ II	(8)	(4, 4)	(8, 0)	(8, 0)
	(10)	(10, 8)	(5, 5)	(10, 0)
	(12)	(0, 8)	(0, 10)	(6, 6)



Τυλέρχαν γιαν δε μεριερχώνται.

- ο Ι δεν έχει μεριερχή.
- ο ΙΙ δεν έχει μεριερχή.

Δεν υπάρχει γιαν δε μεριερχές.

Τυλέρχαν γιαν με ελεύση,

Γιαν στη Ι: Η (12) μεριερχίζεται από την (10).

Γιαν στη ΙΙ: Η (10) \Rightarrow \Rightarrow (8)
 Η (12) \Rightarrow \Rightarrow (8)
 \Rightarrow (8)

Γιαν στη Ι: Η (10) \Rightarrow

Η γιαν με ελεύση είναι στα ((8), (8)) και πληρωμής (4, 4).

Παράδειγμα

I\II	(a)	(b)
(a)	(0,0)	(0,1)
(b)	(1,0)	(0,0)

Υπόρκεια γίνεται σε υποίσχεις,
 Για την I και (b) είναι υποίσχη.
 Για την II και (b) είναι υποίσχη.
 Νίση σε υποίσχεις: ((b),(b))
 ή σε πληρωμές (0,0).

Νίση ή σε ΕΑΚΣ

Ξενώνης ή σε την Σ:

Για την I: Η (a) υποίσχη είναι από την (b)

Για την II: —

Δεν υπόρκεια γίνεται ή σε ΕΑΚΣ

Ξενώνης ή σε II:

Για την II: Η (a) υποίσχη είναι από την (b)

Για την I: —

Δεν υπόρκεια γίνεται ή σε ΕΑΚΣ.

I\II	(a)	(b)
(a)	(0,0)	(0,1)
(b)	(1,0)	(0,0)

I\II	(a)	(b)
(a)	(0,0)	(0,1)
(b)	(1,0)	(0,0)

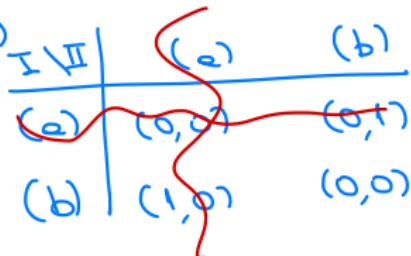
Παράδειγμα

Αν αποτελούν ταυτόχρονα:

Παιχνίδι I: Η (a) προσέχεται από την (b)

Παιχνίδι II: >> >> >>

Υπάρχει ημίεργη με ΕΑΚΣ.



Μειονεκτήματα λύσης με IEDS

- Υποθέτουμε ότι ένας παίκτης δε θα παίζει μια στρατηγική που δεν ήταν κυριαρχούμενη αρχικά, αλλά έγινε κυριαρχούμενη μετά από πλήθος απαλοιφών. Μπορεί όμως ένας παίκτης να μην είναι τόσο ορθολογικός.
- Η σειρά που γίνεται η απαλοιφή παίζει ρόλο (προηγούμενο παράδειγμα).
- Υπάρχουν παιγνίδια που δεν έχουν λύση με IEDS.

2.3 Σημείο στρατηγικής ισορροπίας- **Nash equilibrium** (Κεφάλαιο 5)

Βέλτιστη απάντηση

- Μία στρατηγική s_i^* του παίκτη i είναι **βέλτιστη απάντηση** στη στρατηγική \underline{s}_{-i}^* των άλλων παικτών αν $\pi_i(s_i^*, \underline{s}_{-i}^*) \geq \pi_i(s_i, \underline{s}_{-i}^*)$, για κάθε $s_i \in S_i$.
Δηλαδή, η στρατηγική s_i^* του παίκτη i είναι βέλτιστη απάντηση στη στρατηγική \underline{s}_{-i}^* των άλλων παικτών, όταν, δεδομένου ότι οι άλλοι ακολουθούν τη στρατηγική \underline{s}_{-i}^* , η πληρωμή του i μεγιστοποιείται όταν ακολουθεί την s_i^* .
- Το **σύνολο των βέλτιστων απαντήσεων** του i στη στρατηγική \underline{s}_{-i}^* των άλλων παικτών είναι το $BR_i(\underline{s}_{-i}^*) = \{s_i \in S_i : s_i = argmax_{s_i} \{\pi_i(s_i, \underline{s}_{-i}^*)\}\}$.

Παράδειγμα: Ο πόλεμος των φύλων

- Ένα ζευγάρι θέλει να αποφασίσει που θα πάει το βράδυ.
- Η σύζυγος (παίκτης I) θέλει να πάει στο θέατρο και ο σύζυγος (παίκτης II) θέλει να πάει σε εστιατόριο.
- Αποφασίζουν ταυτόχρονα πού θα πάνε και χωρίς ο ένας να γνωρίζει τι αποφάσισε ο άλλος.
- Ο καθένας παίρνει

0 μονάδες ωφέλειας, αν πάει κάπου μόνος του.

1 μονάδα ωφέλειας, αν πάει εκεί που δεν θέλει αλλά είμαι μαζί με τον/την σύζυγό της/του.

3 μονάδες ωφέλειας, αν πάει εκεί που θέλει μαζί με τον/την σύζυγό της/του.

Θέλουμε να διατυπώσουμε το παιχνίδι σε κανονική μορφή και να βρούμε τις βέλτιστες απαντήσεις.

$\Sigma \setminus \Sigma$	(θ)	(ε)
(θ)	$(\overset{*}{3}, \overset{*}{1})$	(0, 0)
(ε)	(0, 0)	$(\overset{*}{1}, \overset{*}{3})$

$\xrightarrow{\text{στρατηγική } \Sigma \text{ II}}$

$$\begin{aligned} BR_{\Sigma}((\theta)) &= \{(\theta)\} \\ BR_{\Sigma}((\varepsilon)) &= \{(\varepsilon)\} \\ \hline \xrightarrow{\text{στρατηγική } \Sigma \text{ I}} \quad BR_{\Sigma}((\theta)) &= \{(\theta)\} \\ BR_{\Sigma}((\varepsilon)) &= \{(\varepsilon)\} \end{aligned}$$

Τηλερχείν ο $\Sigma\Sigma\Sigma$:

- $((\theta), (\theta)) \in \text{στρατηγική } (3, 1)$
- $((\varepsilon), (\varepsilon)) \Rightarrow \Rightarrow (1, 3)$

Σημείο στρατηγικής ισορροπίας - Nash equilibrium

- Μία στρατηγική κατάσταση $\underline{s}^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_N^*)$ είναι **σημείο στρατηγικής ισορροπίας (ΣΣΙ) - Nash equilibrium**, αν για κάθε παίκτη i η s_i^* είναι βέλτιστη απάντηση στη στρατηγική \underline{s}_{-i}^* των άλλων παικτών.
- Διαισθητικά, μία στρατηγική κατάσταση \underline{s}^* είναι σημείο στρατηγικής ισορροπίας, αν κάποιος προτείνει σε όλους του παίκτες να ακολουθήσουν την \underline{s}^* και ο καθένας πιστεύει ότι οι υπόλοιποι δε θα μετακινηθούν από αυτή, τότε ούτε αυτός θα μετακινηθεί από αυτή.

Παράδειγμα: The odd couple

I \ II	(3)	(6)	(9)
(3)	(-3, -8)	(-1, -9)	(7, -4)
(6)	(-4, -1)	(9, -1)	(4, -4)
(9)	(1, 2)	(1, -1)	(1, -1)

Σ Σ Σ Σ Σ :

- $((3), (9)) \rightsquigarrow$ αποτελεί $(7, -4)$
- $((6), (6)) \Rightarrow (4, -1)$
- $((9), (3)) \Rightarrow (1, 2)$

$$BR_I((3)) = \{(9)\}$$

$$BR_I((6)) = \{(6)\}$$

$$BR_I((9)) = \{(3)\}$$

$$BR_{II}((3)) = \{(6), (9)\}$$

$$BR_{II}((6)) = \{(3), (6)\}$$

$$BR_{II}((9)) = \{(3)\}$$

Σ Σ Σ $\not\Rightarrow$ αποτελείς
 Σ Σ Σ $\not\Rightarrow$ \Rightarrow με εΑΚΣ

Παράδειγμα: Bertrand price competition

	(8)	(10)	(12)
(8)	(4, 4) *	(8, 0) *	(8, 0)
(10)	(10, 8) *	(5, 5) *	(10, 0)
(12)	(0, 8)	(0, 10) *	(6, 6)

Εχουμε συνολικό ΣΣ Ι:

((8), (8)) είναι απορριφέας (4, 4).

Παράδειγμα: Το δίλημμα του φυλακισμένου

	(0)	(50)
(0)	(-5, -5)	(0, -10)
(50)	(-10, 0)	(-1, -1)

ΣΣΣ : $((0, 0)) \in \text{πηγώματος}$
 $(-5, -5)$