

# Προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού

- Πρόβλημα (γραμ.) ακέραιου προγραμματισμού (π.α.π.)  
= π.γ.π. + Περιορισμός κάποιων μεταβλητών στους  
ακεραίους.
- Παράδειγμα π.α.π. :

max  $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$  ↑ γραμμική α.β.

υπό  $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$   
 $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$   
 $\vdots$   
 $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$

η περιορισμοί μεταβλητών →  $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0.$

$x_i$  ακέραιος,  $i \in I.$  →  $x_1 \in \mathbb{Z}$   
 $x_2 \in \{0, 1\}$

↓ γραμμικοί περιορισμοί

# Τεχνικές μοντελοποίησης

- Μοντελοποίηση δυαδικών αποφάσεων.
- Μοντελοποίηση εξαρτώμενων αποφάσεων.
- Μοντελοποίηση μεταβλητών με πεπερ. πλήθος τιμών.
- Μοντελοποίηση γραμμικών συναρτήσεων με άλματα.

# Μοντελοποίηση δυαδικών αποφάσεων

- Για την μοντελοποίηση δυαδικών αποφάσεων  
(να κάνω το  $A$  ή να μην το κάνω)

# Μοντελοποίηση δυαδικών αποφάσεων

- Για την μοντελοποίηση δυαδικών αποφάσεων (να κάνω το  $A$  ή να μην το κάνω) εισάγουμε δυαδικές μεταβλητές:

$$x_A = \begin{cases} 1, & \text{αν ληφθεί η απόφαση } A \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

# Παράδειγμα - Δυαδικές αποφάσεις

- Επέκταση κατασκευαστικής εταιρείας.
- Κτίσιμο νέων εργοστασίων, αποθηκών σε Αθήνα/Θεσ.
- Αποφάσεις - Απαιτούμενα κεφάλαια - Αποδόσεις:

| α/α | Απόφαση       | Απαιτ. κεφάλαιο | Απόδοση |
|-----|---------------|-----------------|---------|
| 1   | Εργοστ. Αθήνα | 6 εκατ.         | 9 εκατ. |
| 2   | Εργοστ. Θεσ.  | 3 εκατ.         | 5 εκατ. |
| 3   | Αποθ. Αθήνα   | 5 εκατ.         | 6 εκατ. |
| 4   | Αποθ. Θεσ.    | 2 εκατ.         | 4 εκατ. |

- Διαθέσιμο κεφάλαιο: 10 εκατ.
- Σκοπός: Μεγιστοποίηση απόδοσης.

Μεταβλητές απόφασης

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{αν πάρω την απόφαση } i \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}, i=1,2,3,4$$

$$\max \quad 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4$$

$$\text{υπό} \quad 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10$$

$$x_i \in \{0,1\}, \quad i=1,2,3,4.$$

# Παράδειγμα - Δυαδικές αποφάσεις

- Δεδομένα: Διαθέσιμο κεφάλαιο 10 εκατ.  
Αποφάσεις - Απαιτούμενα κεφάλαια - Αποδόσεις:

| α/α | Απόφαση       | Απαιτ. κεφάλαιο | Απόδοση |
|-----|---------------|-----------------|---------|
| 1   | Εργοστ. Αθήνα | 6 εκατ.         | 9 εκατ. |
| 2   | Εργοστ. Θεσ.  | 3 εκατ.         | 5 εκατ. |
| 3   | Αποθ. Αθήνα   | 5 εκατ.         | 6 εκατ. |
| 4   | Αποθ. Θεσ.    | 2 εκατ.         | 4 εκατ. |

- Μεταβλητές αποφάσεων:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{αν ληφθεί η απόφαση } j \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad j = 1, 2, 3, 4$$

# Παράδειγμα - Δυαδικές αποφάσεις

- Δεδομένα: Διαθέσιμο κεφάλαιο 10 εκατ.  
Αποφάσεις - Απαιτούμενα κεφάλαια - Αποδόσεις:

| α/α | Απόφαση       | Απαιτ. κεφάλαιο | Απόδοση |
|-----|---------------|-----------------|---------|
| 1   | Εργοστ. Αθήνα | 6 εκατ.         | 9 εκατ. |
| 2   | Εργοστ. Θεσ.  | 3 εκατ.         | 5 εκατ. |
| 3   | Αποθ. Αθήνα   | 5 εκατ.         | 6 εκατ. |
| 4   | Αποθ. Θεσ.    | 2 εκατ.         | 4 εκατ. |

- Π.α.π.:

$$\begin{aligned} \max \quad & 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 \\ \text{υπό} \quad & 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10 \\ & x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

# Μοντελοποίηση εξαρτώμενων αποφάσεων I

- Για τη μοντελοποίηση δυο δυαδικών αποφάσεων έχουν εισαχθεί οι μεταβλητές  $x_A$  και  $x_B$ .
- Αν η απόφαση  $A$  επιτρέπεται να ληφθεί μόνο αν ληφθεί η απόφαση  $B$

# Μοντελοποίηση εξαρτώμενων αποφάσεων I

- Για τη μοντελοποίηση δυο δυαδικών αποφάσεων έχουν εισαχθεί οι μεταβλητές  $x_A$  και  $x_B$ .
- Αν η απόφαση  $A$  επιτρέπεται να ληφθεί μόνο αν ληφθεί η απόφαση  $B$  τότε εισάγουμε τον περιορισμό

$$x_A \leq x_B.$$

→ Αν  $x_B = 0$ , ο περιορισμός γίνεται  $x_A \leq 0$  καθώς  $x_A = 0$ .

Αν δεν πάρω την απόφαση  $B$ , υποχρεωτικά δε θα πάρω ούτε την  $A$ .

Αν  $x_B = 1$ , ο περιορισμός γίνεται  $x_A \leq 1$   
'Αρα, επιτρέπεται να πάρω ή να μην πάρω την απόφαση  $A$ .

# Παράδειγμα - Εξαρτώμενες αποφάσεις I

- Πρόβλημα επέκτασης κατασκευαστικής εταιρείας με τα ίδια δεδομένα.
- Επιπλέον περιορισμός: Η κατασκευή αποθήκης σε μια πόλη είναι δυνατή μόνο αν κατασκευαστεί σε αυτήν εργοστάσιο.
- Μεταβλητές απόφασης:
  - $x_1$ : Κατασκευή εργοστασίου στην Αθήνα.
  - $x_2$ : Κατασκευή εργοστασίου στη Θεσσαλονίκη.
  - $x_3$ : Κατασκευή αποθήκης στην Αθήνα.
  - $x_4$ : Κατασκευή αποθήκης στη Θεσσαλονίκη.

$$x_3 \leq x_1$$

$$x_4 \leq x_2$$

# Παράδειγμα - Εξαρτώμενες αποφάσεις I

- Πρόβλημα επέκτασης κατασκευαστικής εταιρείας με τα ίδια δεδομένα.
- Επιπλέον περιορισμός: Η κατασκευή αποθήκης σε μια πόλη είναι δυνατή μόνο αν κατασκευαστεί σε αυτήν εργοστάσιο.
- Μεταβλητές απόφασης:
  - $x_1$ : Κατασκευή εργοστασίου στην Αθήνα.
  - $x_2$ : Κατασκευή εργοστασίου στη Θεσσαλονίκη.
  - $x_3$ : Κατασκευή αποθήκης στην Αθήνα.
  - $x_4$ : Κατασκευή αποθήκης στη Θεσσαλονίκη.
- Επιπλέον περιορισμοί:

$$x_3 \leq x_1$$

$$x_4 \leq x_2.$$

# Παράδειγμα - Εξαρτώμενες αποφάσεις I

- Νέο π.α.π. :

$$\begin{aligned} \max \quad & 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 \\ \text{υπό} \quad & 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10 \\ & x_3 \leq x_1 \\ & x_4 \leq x_2 \\ & x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

# Μοντελοποίηση εξαρτώμενων αποφάσεων II

- Για τη μοντελοποίηση δυο δυαδικών αποφάσεων έχουν εισαχθεί οι μεταβλητές  $x_A$  και  $x_B$ .
- Αν το πολύ μία από τις αποφάσεις  $A$ ,  $B$  επιτρέπεται να λήφθει

$$x_A + x_B \leq 1, \text{ που επιτρέπει να έχουμε } x_A = x_B = 1.$$

# Μοντελοποίηση εξαρτώμενων αποφάσεων II

- Για τη μοντελοποίηση δυο δυαδικών αποφάσεων έχουν εισαχθεί οι μεταβλητές  $x_A$  και  $x_B$ .
- Αν το πολύ μία από τις αποφάσεις  $A$ ,  $B$  επιτρέπεται να λήφθει τότε εισάγουμε τον περιορισμό

$$x_A + x_B \leq 1.$$

# Παράδειγμα - Εξαρτώμενες αποφάσεις II

- Πρόβλημα επέκτασης κατασκευαστικής εταιρείας με τα ίδια δεδομένα.
- Επιπλέον περιορισμός: Το πολύ μια αποθήκη μπορεί να κτιστεί.
- Μεταβλητές απόφασης:
  - $x_1$ : Κατασκευή εργοστασίου στην Αθήνα.
  - $x_2$ : Κατασκευή εργοστασίου στη Θεσσαλονίκη.
  - $x_3$ : Κατασκευή αποθήκης στην Αθήνα.
  - $x_4$ : Κατασκευή αποθήκης στη Θεσσαλονίκη.

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

# Παράδειγμα - Εξαρτώμενες αποφάσεις II

- Πρόβλημα επέκτασης κατασκευαστικής εταιρείας με τα ίδια δεδομένα.
- Επιπλέον περιορισμός: Το πολύ μια αποθήκη μπορεί να κτιστεί.
- Μεταβλητές απόφασης:
  - $x_1$ : Κατασκευή εργοστασίου στην Αθήνα.
  - $x_2$ : Κατασκευή εργοστασίου στη Θεσσαλονίκη.
  - $x_3$ : Κατασκευή αποθήκης στην Αθήνα.
  - $x_4$ : Κατασκευή αποθήκης στη Θεσσαλονίκη.
- Επιπλέον περιορισμός:

$$x_3 + x_4 \leq 1.$$

# Παράδειγμα - Εξαρτώμενες αποφάσεις II

- Νέο π.α.π. :

$$\begin{array}{ll}\max & 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4 \\ \text{υπό} & 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \leq 10 \\ & x_3 + x_4 \leq 1 \\ & x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, 3, 4.\end{array}$$

# Μοντελοποίηση μεταβλ. με πεπερ. πλήθος τιμών

$$x \in \{1, 3, 7\}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{αν η } x \text{ πάρει την } i\text{-οστή τιμή} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad i=1,2,3$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 1$$

$$x = 1y_1 + 3y_2 + 7y_3$$

- Έστω μεταβλητή  $x$  με πεπερασμένο πλήθος δυνητικών τιμών από το σύνολο  $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$

# Μοντελοποίηση μεταβλ. με πεπερ. πλήθος τιμών

- Έστω μεταβλητή  $x$  με πεπερασμένο πλήθος δυνητικών τιμών από το σύνολο  $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$
- Εισάγουμε μεταβλητές  $y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  και τους περιορισμούς

$$\begin{aligned}x &= \sum_{i=1}^m a_i y_i \\ \sum_{i=1}^m y_i &= 1 \\ y_i &\in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m.\end{aligned}$$

# Μοντελοποίηση γραμ. συναρτήσεων με άλματα

- Σε διαδ. παραγωγής συχνά υπάρχουν κόστη εκκίνησης.
- Σε προβλήματα μεταφοράς συχνά υπάρχουν πάγια κόστη.
- Αν  $x$  είναι η ποσότητα παραγωγής ή η ποσότητα προς μεταφορά, το αντίστοιχο κόστος είναι συχνά

$$c(x) = \begin{cases} 0 & \text{αν } x = 0 \\ K + cx & \text{αν } x > 0. \end{cases}$$

- Τέτοιες συναρτήσεις μοντελοποιούνται με χρήση δυαδικών μεταβλητών.

Έστω ότι θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος  $c(x)$  και η διαμετρική της παραγωγής είναι  $m$ .

Μεταβλητές απόφασης

$y = \begin{cases} 1, & \text{αν ενεργοποιηθεί η μηχανή} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

$x$  = ποσότητα προϊόντος που θα παραχθεί

$$\min Ky + cx$$

$$\text{υπό } \nabla_0 \quad x \leq m \cdot y$$

$$x \geq 0$$

$$y \in \{0, 1\}$$

→ Αν  $y=0$ , ο περιορισμός γίνεται  $x \leq m \cdot 0 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow x=0$ .

→ Αν  $y=1$ , ο περιορισμός γίνεται  $x \leq m \cdot 1 \Rightarrow x \leq m$

# Μοντελοποίηση γραμ. συναρτήσεων με άλματα

- Θέτουμε

$$\begin{array}{ll}\min & Ky + cx \\ \text{υπό} & x \leq My \\ & x \geq 0 \\ & y \in \{0, 1\},\end{array}$$

όπου  $M$  κάποιος μεγάλος αριθμός (πρακτικά κάποιο άνω φράγμα που γνωρίζουμε για το  $x$ ).

- Η ιδέα γενικεύεται αν έχουμε πολλές μεταβλητές και πολλά είδη κόστους εκκίνησης.

# Εφαρμογές τεχνικών μοντελοποίησης

- Το πρόβλημα του σακιδίου.
- Το πρόβλημα ανάθεσης.
- Το πρόβλημα επιλογής τοποθεσίας εγκαταστάσεων.

# Το πρόβλημα του σακιδίου

- $n$  αντικείμενα. *δείκνυς  $j=1,2,\dots,n$*
- $w_j$ : βάρος του αντικειμένου  $j$ .
- $c_j$ : χρησιμότητα (αξία) του αντικειμένου  $j$ .
- $k$ : μέγιστο επιτρεπόμενο βάρος.
- Στόχος: Επιλογή αντικειμένων ώστε να μεγιστοποιηθεί η χρησιμότητα.

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{αν φορτώσουμε το αντικείμενο } j \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$\max \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\text{υπό} \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq k$$

$$x_j \in \{0,1\}, j=1,2,\dots,n$$

# Το πρόβλημα του σακιδίου

- $n$  αντικείμενα.
- $w_j$ : βάρος του αντικειμένου  $j$ .
- $c_j$ : χρησιμότητα (αξία) του αντικειμένου  $j$ .
- $k$ : μέγιστο επιτρεπόμενο βάρος.
- Στόχος: Επιλογή αντικειμένων ώστε να μεγιστοποιηθεί η χρησιμότητα.
- Μεταβλητές αποφάσεων:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{αν το } j \text{ επιλεγεί,} \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- Π.α.π.:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{υπό} \quad & \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq k \\ & x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

# Το πρόβλημα της ανάθεσης

- $m$  άτομα:  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ,  $m$  εργασίες:  $B_1, B_2, \dots, B_m$ .  
δείκνυται  $i = 1, 2, \dots, m$       δείκνυται  $j = 1, 2, \dots, m$
- Ακριβώς ένα άτομο για κάθε εργασία.
- $r_{ij}$ : Απόδοση του ατόμου  $A_i$  στην εργασία  $B_j$ .
- Στόχος: Ανάθεση εργασιών για μέγιστη απόδοση.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν το άτομο } A_i \text{ αναλάβει την εργασία } B_j, \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Πρόβλημα

$$\max \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 r_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^3 x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad \text{κάθε εργασία να γίνει μόνο ένα άτομο}$$

$$\sum_{j=1}^3 x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \text{κάθε άτομο να αναλάβει μόνο μία εργασία}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

# Το πρόβλημα της ανάθεσης

- $m$  άτομα:  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ,  $m$  εργασίες:  $B_1, B_2, \dots, B_m$ .
- Ακριβώς ένα άτομο για κάθε εργασία.
- $r_{ij}$ : Απόδοση του ατόμου  $A_i$  στην εργασία  $B_j$ .
- Στόχος: Ανάθεση εργασιών για μέγιστη απόδοση.
- Μεταβλητές αποφάσεων:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν το άτομο } A_i \text{ ασχοληθεί με την } B_j \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

# Το πρόβλημα της ανάθεσης

- $m$  άτομα:  $A_1, A_2, \dots, A_m$ ,  $m$  εργασίες:  $B_1, B_2, \dots, B_m$ .
- Ακριβώς ένα άτομο για κάθε εργασία.
- $r_{ij}$ : Απόδοση του ατόμου  $A_i$  στην εργασία  $B_j$ .
- Στόχος: Ανάθεση εργασιών για μέγιστη απόδοση.
- Μεταβλητές αποφάσεων:

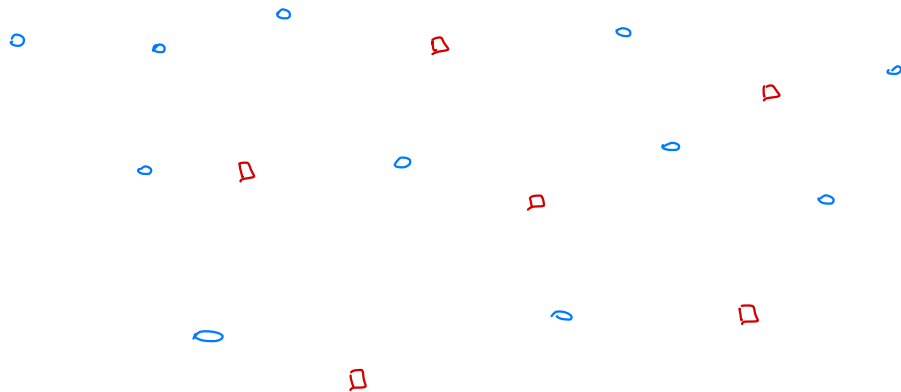
$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν το άτομο } A_i \text{ ασχοληθεί με την } B_j \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

- Π.α.π.:

$$\begin{aligned} & \max \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m r_{ij} x_{ij} \\ & \text{υπό} \quad \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \quad \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ & \quad \quad x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

# Το πρόβλημα επιλογής τοποθεσίας εγκαταστάσεων

- $n$  δυνατές τοποθεσίες παροχής υπηρεσιών. Σειρά  $j = 1, 2, \dots, n$
- $m$  πελάτες. Σειρά  $i = 1, 2, \dots, m$
- $c_j$ : Κόστος εγκατάστασης παρόχου υπηρεσιών στην τοποθεσία  $j$ .
- $d_{ij}$ : Κόστος ανάθεσης πελάτη  $i$  στον πάροχο  $j$ .
- Στόχος: Επιλογή τοποθεσιών για εγκατάσταση παρόχων υπηρεσιών και ανάθεση κάθε πελάτη σε έναν πάροχο, με ελάχιστο δυνατό κόστος.



Μεταβλητές απόφασης:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{αν κατασκευάσω νόρμικο στην τμήση } j, j=1, \dots, n \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν ο ηλίκιος } i \text{ πάει στο νόρμικο } j, i=1, 2, \dots, m \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad j=1, 2, \dots, n$$

Πρόβλημα

$$\min \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}$$

$$\text{υπό} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i=1, 2, \dots, m$$

κάθε ηλικίας σε  
ακριβώς έναν  
νόρμικο.

$$x_{ij} \leq x_j, \quad j=1, 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i=1, 2, \dots, m \quad j=1, 2, \dots, n$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j=1, 2, \dots, n$$

# Το πρόβλημα επιλογής τοποθεσίας εγκαταστάσεων

- $n$  δυνατές τοποθεσίες παροχής υπηρεσιών.
- $m$  πελάτες.
- $c_j$ : Κόστος εγκατάστασης παρόχου υπηρεσιών στην τοποθεσία  $j$ .
- $d_{ij}$ : Κόστος ανάθεσης πελάτη  $i$  στον πάροχο  $j$ .
- Στόχος: Επιλογή τοποθεσιών για εγκατάσταση παρόχων υπηρεσιών και ανάθεση κάθε πελάτη σε έναν πάροχο, με ελάχιστο δυνατό κόστος.
- Μεταβλητές αποφάσεων:

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{αν η } j \text{ τοποθεσία χρησιμοποιηθεί για πάροχο} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν ο πελάτης } i \text{ ανατεθεί στον πάροχο } j \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

# Το πρόβλημα επιλογής τοποθεσίας εγκαταστάσεων

- Η κλασική μοντελοποίηση Facility Location (FL) - Π.α.π.:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^n c_j y_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \\ \text{υπό} \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & x_{ij} \leq y_j, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & y_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

...

# Το πρόβλημα της επιλογής τοποθεσίας εγκαταστάσεων

- Η εναλλακτική μοντελοποίηση Aggregate Facility Location (AFL) - Π.α.π.:

$$\begin{array}{ll}\min & \sum_{j=1}^n c_j y_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \\ \text{υπό} & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq m y_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & y_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n.\end{array}$$

# Το πρόβλημα της επιλογής τοποθεσίας εγκαταστάσεων

- Η εναλλακτική μοντελοποίηση Aggregate Facility Location (AFL) - Π.α.π.:

$$\begin{array}{ll}\min & \sum_{j=1}^n c_j y_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \\ \text{υπό} & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq m y_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & y_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n.\end{array}$$