

**Επιχειρησιακή Έρευνα**  
**Ενότητα 5**  
**Μη-γραμμικός προγραμματισμός**

**Άσκηση 1.** Θεωρούμε το πρόβλημα μη-γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \max \quad & -3x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1x_2 - 3x_1 + 4x_2 - 5 \\ \text{υπό} \quad & 3x_1 + 2x_2 - 5 \leq 0 \\ & x_1 - 2x_2 + 2 \leq 0. \end{aligned}$$

- (α) Να δείξετε ότι είναι πρόβλημα κυρτού προγραμματισμού.  
(β) Να βρείτε τη βέλτιστη λύση χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker.

**Άσκηση 2.** Θεωρούμε το πρόβλημα μη-γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \min \quad & 4x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_1x_2 + 7x_1 - 5x_2 \\ \text{υπό} \quad & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (α) Να δείξετε ότι είναι πρόβλημα κυρτού προγραμματισμού.  
(β) Να βρείτε τη βέλτιστη λύση χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker.

**Άσκηση 3.** Θεωρούμε το πρόβλημα μη-γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \max \quad & 5x_1 - 4x_2 + 7 \\ \text{υπό} \quad & -4x_1^2 - x_2^2 \geq -9 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (α) Να δείξετε ότι είναι πρόβλημα κυρτού προγραμματισμού.  
(β) Να βρείτε τη βέλτιστη λύση χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker.

**Άσκηση 4.** Να λυθεί το πρόβλημα της άσκησης 1 χωρίς περιορισμούς. Δηλαδή, να λυθεί το

$$\begin{aligned} \max \quad & -3x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1x_2 - 3x_1 + 4x_2 - 5 \\ \text{υπό} \quad & x_1, x_2 \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$