

Επιχειρησιακή Έρευνα Ασκήσεις - Ενότητα 6

Άσκηση 1. Μία εταιρεία θέλει να προσδιορίσει τη βέλτιστη πολιτική αντικατάστασης-συντήρησης ενός μηχανήματος που τώρα είναι 2 ετών και σκοπεύει να το χρησιμοποιήσει τα επόμενα 5 έτη. Το κόστος αγοράς νέου μηχανήματος είναι 40.000 Ευρώ τώρα και αυξάνεται 10% κάθε χρόνο. Η τιμή μεταπώλησης μηχανήματος που έχει χρησιμοποιηθεί ένα έτος είναι 30.000 Ευρώ και μειώνεται 10% για κάθε χρόνο χρήσης. Το ετήσιο κόστος συντήρησης νέου μηχανήματος είναι 3.000 Ευρώ και αυξάνεται κατά 20% για κάθε χρόνο χρήσης. Το μηχάνημα πρέπει οπωσδήποτε να αντικατασταθεί μετά από 5 χρόνια χρήσης. Η εταιρεία αποφασίζει στην αρχή κάθε χρονιάς αν θα αντικαταστήσει το μηχάνημα ή θα το συντηρήσει. Να βρεθεί η πολιτική που ελαχιστοποιεί το κόστος.

(α) Να διατυπώσετε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού.

(β) Να βρείτε όλες τις βέλτιστες πολιτικές συντήρησης-αντικατάστασης λύνοντας το πρόβλημα. (Για την επίλυση μπορείτε να χρησιμοποιήσετε είτε διάγραμμα είτε πίνακα.)

Άσκηση 2. Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα βέλτιστης παραγωγής και διαχείρισης αποθεμάτων 4 περιόδων. Στην αρχή της περιόδου t , παράγεται ένας αριθμός προϊόντων είτε για να ικανοποιήσει τη ζήτηση της αντίστοιχης περιόδου, είτε για να χρησιμοποιηθεί σαν απόθεμα για τις ζητήσεις επόμενων περιόδων. Θεωρούμε ότι η παραγωγή προϊόντων γίνεται στην αρχή κάθε περιόδου και αμέσως μετά ικανοποιείται η ζήτηση. Το απόθεμα παραμένει στην αποθήκη. Η μέγιστη επιτρεπόμενη ποσότητα παραγωγής την περίοδο t (m_t) και η ζήτηση την περίοδο t (d_t) δίνονται από τον παρακάτω πίνακα

t (περίοδος)	1	2	3	4
m_t (δυναμικότητα παραγωγής)	3	2	1	2
d_t (ζήτηση)	2	2	1	3

Αν κάποια περίοδο γίνει παραγωγή, υπάρχει αρχικό κόστος 20 Ευρώ και κόστος 40 Ευρώ ανά μονάδα προϊόντος που θα παραχθεί. Αν κάποια περίοδο γίνει αποθήκευση, υπάρχει αρχικό κόστος 10 Ευρώ και κόστος 12 Ευρώ ανά μονάδα προϊόντος που θα αποθηκευθεί. Η χωρητικότητα της αποθήκης είναι 4. Στην αρχή της περιόδου 1 υπάρχουν 3 μονάδες προϊόντος στην αποθήκη και στο τέλος του χρονικού ορίζοντα πρέπει να μείνουν 2 μονάδες προϊόντος στην αποθήκη. Ο στόχος του προβλήματος είναι να βρεθεί η πολιτική παραγωγής που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος.

(α) Να διατυπώσετε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού.

(β) Να βρείτε όλες τις βέλτιστες πολιτικές παραγωγής λύνοντας το πρόβλημα. (Για την επίλυση μπορείτε να χρησιμοποιήσετε είτε διάγραμμα είτε πίνακα.)

Άσκηση 3. Μία φοιτήτρια έχει 7 ημέρες για να προετοιμαστεί για τις εξετάσεις. Την ημέρα των εξετάσεων δίνει 4 μαθήματα και θέλει να κατανείμει τον χρόνο της (τις 7 ημέρες) στο διάβασμα των 4 μαθημάτων με τον πιο αποτελεσματικό τρόπο. Χρειάζεται τουλάχιστον μία ημέρα για κάθε μάθημα και θέλει να ασχολείται με ένα μόνο μάθημα κάθε μέρα (δε μπορεί να ασχοληθεί με 2 ή περισσότερα μαθήματα σε 1 ημέρα). Ο βαθμός, $r(t, a)$, που θα πάρει στο μάθημα t αν αφιερώσει σε αυτό a ημέρες διαβάσματος δίνεται από τον παρακάτω πίνακα.

Βαθμός $r(t, a)$

μάθημα (t)	αριθμός ημερών (a)			
	1	2	3	4
1	4	5	7	8
2	5	5	6	9
3	2	4	7	8
4	6	7	8	9

Η φοιτήτρια θέλει να βρει πόσες ημέρες θα αφιερώσει στο διάβασμα κάθε μαθήματος ώστε να μεγιστοποιήσει το άθροισμα των βαθμών στα 4 μαθήματα.

(α) Να διατυπώσετε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού.

(β) Να βρείτε όλες τις βέλτιστες λύσεις του προβλήματος. (Για την επίλυση μπορείτε να χρησιμοποιήσετε είτε διάγραμμα είτε πίνακα.)