Άσκηση 1

Μια εταιρεία θέλει να προσδιορίσει τη βέλτιστη πολιτική αντικατάστασης - συντήρησης ενός μηχανήματος που τώρα είναι 2 ετών και σκοπεύει να το χρησιμοποιήσει για τα επόμενα 5 χρόνια. Το κόστος αγοράς νέου μηχανήματος είναι 40,000 € τώρα και αυξάνεται 10% κάθε χρόνο. Η τιμή μεταπώλησης ενός μηχανήματος που έχει χρησιμοποιηθεί ένα έτος είναι 30,000 € και μειώνεται κατά 10% για κάθε χρόνο χρήσης. Το ετήσιο κόστος συντήρησης και χρήσης νέου μηχανήματος είναι 3,000 € και αυξάνεται κατά 20% για κάθε χρόνο χρήσης. Το μηχάνημα πρέπει οπωσδήποτε να αντικατασταθεί μετά από 5 χρόνια χρήσης. Η εταιρεία αποφασίζει στην αρχή κάθε χρονιάς αν θα αντικαταστήσει το μηχάνημα ή θα το συντηρήσει. Να βρεθεί η πολιτική που ελαχιστοποιεί το κόστος.

Λύση

Δεδομένα

Έχουμε ένα πρόβλημα με 5 στάδια

$t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ← τερματικό στάδιο

$N = 5$

κόστος αγοράς νέου μηχανήματος

στάδιο t	1	2	3	4	5
κόστος I_t	40,000	44,000	48,400	53,240	58,564

τιμή μεταπώλησης μηχανήματος ηλικίας x

ηλικία x	1	2	3	4	5
τιμή μεταπώλησης $s(x)$	30,000	27,000	24,300	21,870	19,683

ετήσιο κόστος συντήρησης & χρήσης μηχανήματος

ηλικία x	0	1	2	3	4
κόστος $c(x)$	3,000	3,600	4,320	5,184	6,220.80

ανώτατο όριο ηλικίας : $H = 5$

Μοντελοποίηση σαν π.Δ.Π

- Στάδια : Στην αρχή κάθε έτους αποφασίζουμε αν θα συντηρήσουμε ή θα αντικαταστήσουμε το μηχάνημα
  $N = 5$
  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

- Καταστάσεις: x_t = ηλικία μηχανήματος στην αρχή του έτους t

- αποφάσεις :

$$a_t = \begin{cases} 1 & , \text{συντήρηση} \\ 2 & , \text{αντικατάσταση} \end{cases}$$

$$D_t(x_t) = \begin{cases} \{1,2\} & , \text{αν } x_t < 5 \\ \{2\} & , \text{αν } x_t = 5 \end{cases}$$

- Δυναμική συστήματος :

$$x_{t+1} = g_t(x_t, a_t) = \begin{cases} x_t + 1 & , a_t = 1 \\ 1 & , a_t = 2 \end{cases}$$

- Άμεσο κόστος :

$$C_t(x_t, a_t) = \begin{cases} c(x_t) & , a_t = 1 \\ I_t - s(x_t) + c(0) & , a_t = 2 \end{cases}$$

- Τελικό κόστος :

$$\hat{c}(x_6) = -s(x_6)$$

- Εξισώσεις βελτιστοποίησης

$v(t, x_t)$ = ελάχιστο κόστος αντικατάστασης - συντήρησης από το στάδιο t μέχρι το τέλος αν στην αρχή του σταδίου t η ηλικία είναι x_t.

$$v(t,x_t) = \min_{a_t \in D_t(x_t)} \{ C_t(x_t, a_t) + v(t+1, g_t(x_t, a_t)) \}$$

$$= \begin{cases} \min\{ \underbrace{c(x_t) + v(t+1, x_{t+1})}_{a_t=1}, \underbrace{I_t - s(x_t) + c(0) + v(t+1,1)}_{a_t=2} \} & , x_t < 5 \\ I_t - s(x_t) + c(0) + v(t+1,1) & , x_t = 5 \end{cases},$$

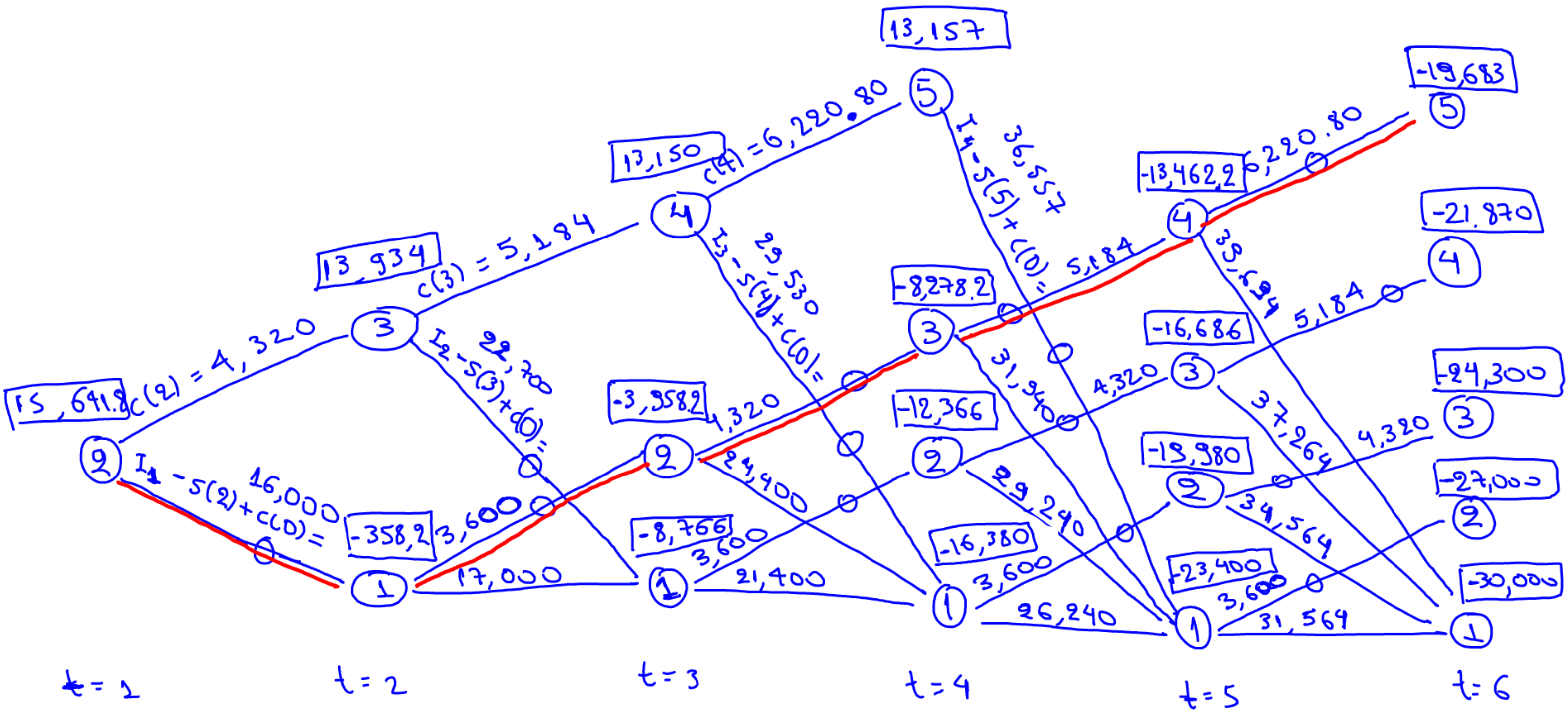
$t = 1, 2, \ldots, 5$

με τερματικές συνθήκες

$$v(6, x_6) = \hat{c}(x_6) = -s(x_6)$$

Πρέπει να υπολογίσω το
$v(1,2) = ;$

Επίλυση



$v(1,2) = 15,641.8$

$$\underset{t=1}{②} \xrightarrow{a_1^* = 2} \underset{t=2}{①} \xrightarrow{a_2^* = 1} \underset{t=3}{②} \xrightarrow{a_3^* = 1} \underset{t=4}{③} \xrightarrow{a_4^* = 1} \underset{t=5}{④} \xrightarrow{a_5^* = 1} \underset{t=6}{⑤}$$