



## Τελική εξέταση, Τετάρτη 29 Ιανουαρίου

Βάρος κάθε υποερωτήματος: 0.5 μονάδες. Σύνολο μονάδων: 10

1. Η θερμοκρασία στις 30 Μαΐου 1980 μετρήθηκε σε 16 τυχαίες τοποθεσίες της Ελλάδας με τα εξής αποτελέσματα:

Αρ. τοποθεσίας	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Θερμοκρασία (°C)	19	18	21	22	17	31	16	24	25	23	15	32	21	26	22	21

όπου η μέση τιμή είναι  $22.1^{\circ}\text{C}$  και η τυπική απόκλιση  $4.8^{\circ}\text{C}$ .

- Δώστε το *boxplot* της κατανομής των δεδομένων θερμοκρασίας.
- Εκτιμήστε τη μέση θερμοκρασία σε όλη την Ελλάδα που επικρατούσε στις 30 Μαΐου 1980 δίνοντας ένα 90% διάστημα εμπιστοσύνης.
- Μετά από 30 χρόνια, στις 30 Μαΐου 2010 μετρήθηκε πάλι η θερμοκρασία στις ίδιες 16 τοποθεσίες με τα εξής αποτελέσματα:

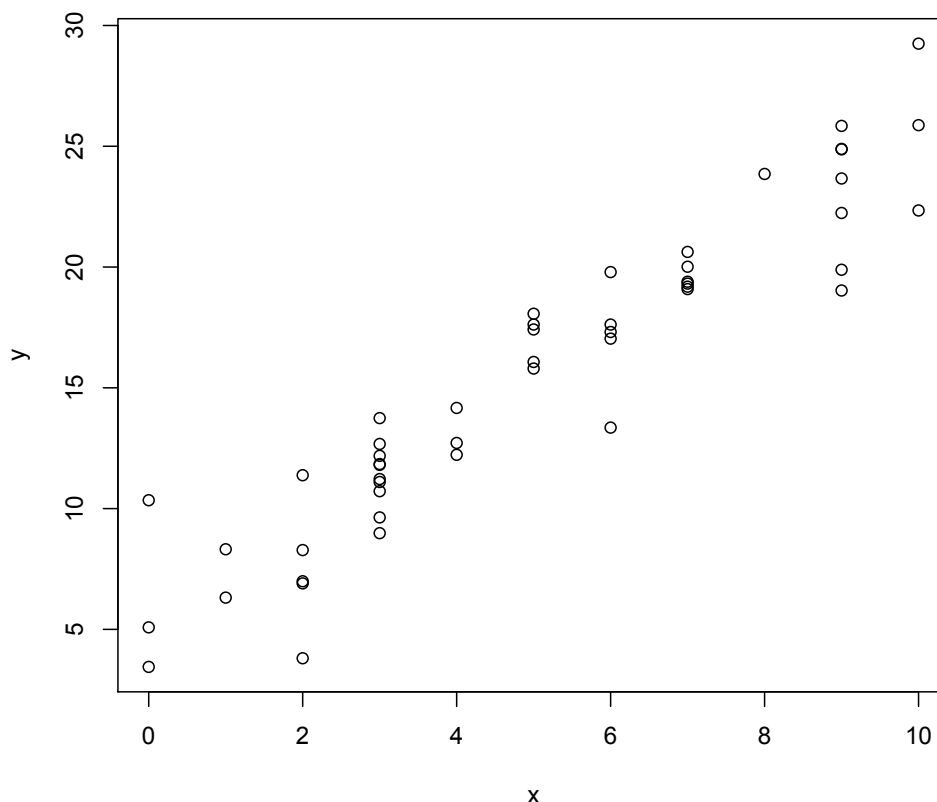
Αρ. τοποθεσίας	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Θερμοκρασία (°C)	19	18	23	24	19	31	17	25	26	25	15	34	23	27	23	23

όπου η μέση τιμή είναι  $23.25^{\circ}\text{C}$  και η τυπική απόκλιση  $5^{\circ}\text{C}$ . Η δειγματική τυπική απόκλιση της διαφοράς θερμοκρασίας στην ίδια τοποθεσία μετά από 30 χρόνια είναι  $0.83^{\circ}\text{C}$ .

- Εκτιμήστε τη μέση αλλαγή στη θερμοκρασία στην Ελλάδα από το 1980 στο 2010 δίνοντας ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης.
  - Πιστεύετε ότι η μέση θερμοκρασία αυξήθηκε στα 30 αυτά χρόνια; Δικαιολογήστε την απάντησή σας χρησιμοποιώντας στατιστική συμπεραματολογία.
2. Μια τάξη δημοτικού αποτελείται από 20 μαθητές: 10 αγόρια και 10 κορίτσια.
- Απαντήστε εάν η δασκάλα της τάξης απευθύνει ερωτήσεις στους μαθητές της ανεξάρτητα από το φύλο τους εάν μετά από 1024 ερωτήσεις οι 564 απευθύνθηκαν σε κορίτσια.
  - Με βάση τα δεδομένα του προηγούμενου υποερωτήματος, δώστε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το ποσοστό των ερωτήσεων που η δασκάλα αυτή έχει την τάση να απευθύνει σε κορίτσια (εάν την παρατηρούσαμε για αρκετά χρόνια).
  - Πόσες ερωτήσεις της δασκάλας θα πρέπει να παρατηρήσουμε εάν θέλουμε το περιθώριο λάθους του διαστήματος εμπιστοσύνης του υποερωτήματος (b) να είναι  $\pm 1\%$ .
  - Ο δάσκαλος πληροφορικής της ίδιας τάξης, στις 322 ερωτήσεις απευθύνει τις 160 σε κορίτσια. Οι δύο δάσκαλοι απευθύνονται στα δύο φύλα με τα ίδια ποσοστά;
  - Τα θρανία της τάξης έχουν στοιχηθεί σε τρεις στήλες: την αριστερή, τη μεσαία και τη δεξιά. Από τις 1024 ερωτήσεις της δασκάλας οι 410 απευθύνθηκαν σε μαθητές που κάθονταν στην αριστερή στήλη, οι 332

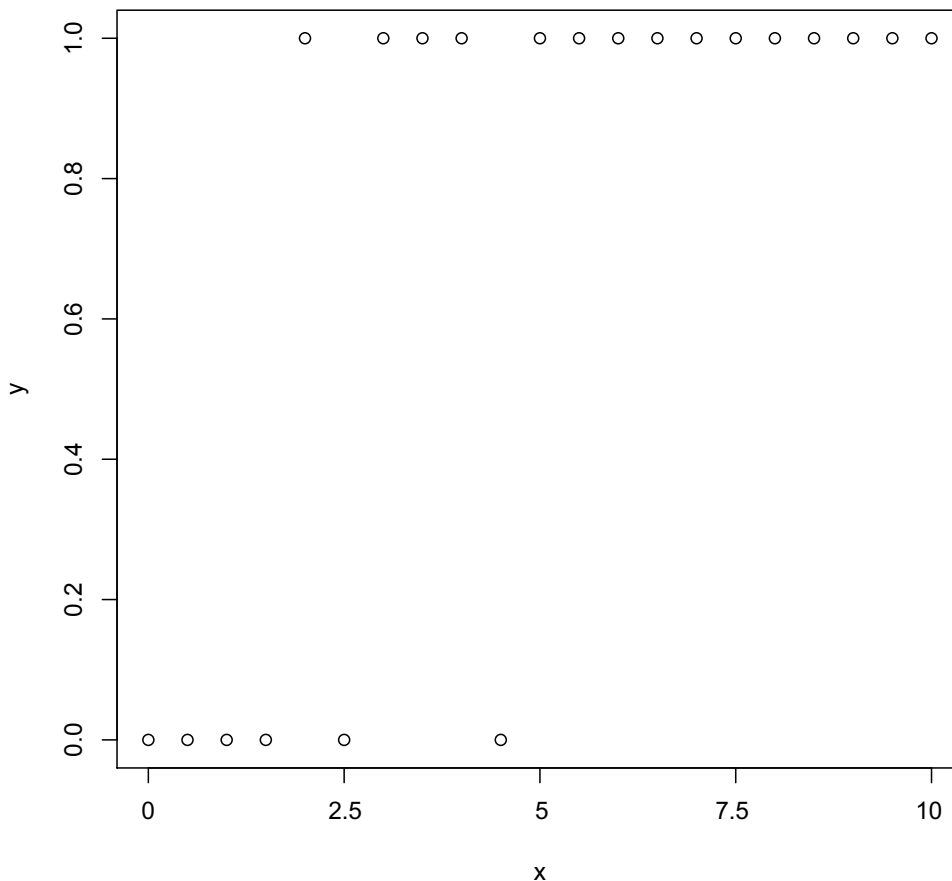
σε μαθητές της μεσαίας στήλης και οι 282 σε μαθητές της δεξιάς. Υπάρχει σχέση μεταξύ της απεύθυνσης ερώτησης και της θέσης ενός θρανίου στην τάξη; (Δεν χρειάζεται να υπολογίσετε το  $p$  value ενός ελέγχου, αρκεί να περιγράψετε τον τρόπο υπολογισμού του για τα παραπάνω δεδομένα.)

3. Δίνεται το παρακάτω scatterplot το οποίο αναπαριστά τη σχέση μεταξύ των μεταβλητών  $x$  (στον οριζόντιο άξονα) και  $y$  (στον κάθετο άξονα), όπου η τυπική απόκλιση  $s_x$  της  $x$  και η τυπική απόκλιση  $s_y$  της  $y$  ικανοποιούν  $s_x = 2.9$ ,  $s_y = 6.3$ . Επίσης οι μέσες τιμές τους είναι  $\bar{x} = 5$ ,  $\bar{y} = 15$ .

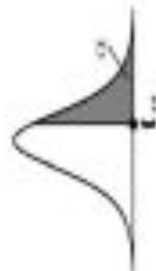


- Σχεδιάστε το σημείο  $(\bar{x}, \bar{y})$  και δώστε το ενδεικτικό σχήμα της ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης ελαχίστων τετραγώνων πάνω στο scatterplot.
- Δώστε τη συνάρτηση της ευθείας στο (a).
- Δώστε τη συνάρτηση της ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης μεταξύ των μεταβλητών  $x$  και  $2y$ . (Δικαιολογήστε την απάντησή σας.)
- Βάσει των τιμών που έχετε βρει παραπάνω, δώστε την τιμή του συντελεστή συσχέτισης  $R_{x,y}$  μεταξύ των μεταβλητών  $x, y$  και την τιμή του συντελεστή συσχέτισης  $R_{x,2y}$  μεταξύ των μεταβλητών  $x, 2y$ .
- Δώστε την τιμή του συντελεστή συσχέτισης  $R_{y,2y}$  μεταξύ των μεταβλητών  $y, 2y$ .

4. Η σχέση μεταξύ του βαθμού στην πρόοδο σε ένα μάθημα με την τελική επιτυχία στο μάθημα για τους εγγεγραμμένους φοιτητές στο ίδιο ακαδ. έτος απεικονίζεται στο scatterplot που ακολουθεί. Η μεταβλητή  $x$  στον οριζόντιο άξονα είναι ο βαθμός προόδου και στον κάθετο άξονα απεικονίζονται οι τιμές της μεταβλητής  $y$  όπου η τιμή 1 ή 0 αντιστοιχεί σε επιτυχία ή αποτυχία ενός/μιας φοιτητή/τριας.



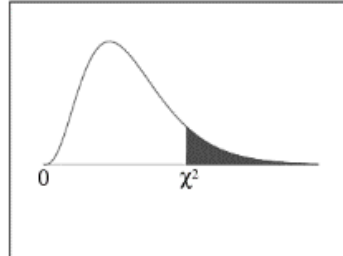
- Σχεδιάστε ενδεικτικά το αποτέλεσμα της λογιστικής παλινδρόμησης, πάνω στο scatterplot.
- Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω δεδομένα, εκτιμήστε το ποσοστό επιτυχίας στο μάθημα για τους φοιτητές οι οποίοι θα πάρουν 5 στην πρόοδο στο επόμενο ακαδ. έτος. Κάντε το ίδιο για τους φοιτητές που θα πάρουν 8 στην πρόοδο.
- Δώστε τη συναρτησιακή μορφή της λογιστικής παλινδρόμησης (δηλ., τον τύπο της) για το συγκεκριμένο δείγμα.
- Κάθε επιπλέον βαθμός στην πρόοδο πόσο εκτιμάτε ότι αυξάνει την πιθανότητα επιτυχίας;
- Εάν ένας φοιτητής πάρει 4 στην πρόοδο προβλέπετε ότι θα περάσει το μάθημα ή όχι;



Percentage Points of the  $t$  Distribution;  $t_{v, \alpha}$   
 $P(T > t_{v, \alpha}) = \alpha$

$v$	$\alpha$															
	0.40	0.30	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.02	0.015	0.01	0.0075	0.005	0.0025	0.0005		
1	0.325	0.727	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	15.895	21.205	31.821	42.434	63.657	127.322	636.590		
2	0.289	0.617	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	5.643	6.965	8.073	9.925	14.089	31.598		
3	0.277	0.584	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	3.896	4.541	5.047	5.841	7.453	12.924		
4	0.271	0.569	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.298	3.747	4.088	4.604	5.598	8.610		
5	0.267	0.559	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.003	3.365	3.634	4.032	4.773	6.869		
6	0.265	0.553	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	2.829	3.143	3.372	3.707	4.317	5.959		
7	0.263	0.549	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.715	2.998	3.203	3.499	4.029	5.408		
8	0.262	0.546	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.634	2.896	3.085	3.355	3.833	5.041		
9	0.261	0.543	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.574	2.821	2.998	3.250	3.690	4.781		
10	0.260	0.542	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.527	2.764	2.932	3.169	3.581	4.587		
11	0.260	0.540	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.491	2.718	2.879	3.106	3.497	4.437		
12	0.259	0.539	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.461	2.681	2.836	3.055	3.428	4.318		
13	0.259	0.538	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.436	2.650	2.801	3.012	3.372	4.221		
14	0.258	0.537	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.415	2.624	2.771	2.977	3.326	4.140		
15	0.258	0.536	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.397	2.602	2.746	2.947	3.286	4.073		
16	0.258	0.535	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.382	2.583	2.724	2.921	3.252	4.015		
17	0.257	0.534	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.368	2.567	2.706	2.898	3.222	3.965		
18	0.257	0.534	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.356	2.552	2.689	2.878	3.197	3.922		
19	0.257	0.533	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.346	2.539	2.674	2.861	3.174	3.883		
20	0.257	0.533	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.336	2.528	2.661	2.845	3.153	3.850		
21	0.257	0.532	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.328	2.518	2.649	2.831	3.135	3.819		
22	0.256	0.532	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.320	2.508	2.639	2.819	3.119	3.792		
23	0.256	0.532	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.313	2.500	2.629	2.807	3.104	3.768		
24	0.256	0.531	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.307	2.492	2.620	2.797	3.091	3.745		
25	0.256	0.531	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.301	2.485	2.612	2.787	3.078	3.725		
26	0.256	0.531	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.296	2.479	2.605	2.779	3.067	3.707		
27	0.256	0.531	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.291	2.473	2.598	2.771	3.057	3.690		
28	0.256	0.530	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.286	2.467	2.592	2.763	3.047	3.674		
29	0.256	0.530	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.282	2.462	2.586	2.756	3.038	3.659		
30	0.256	0.530	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.278	2.457	2.581	2.750	3.030	3.646		
40	0.255	0.529	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.250	2.423	2.542	2.704	2.971	3.551		
60	0.254	0.527	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.223	2.390	2.504	2.660	2.915	3.460		
120	0.254	0.526	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.076	2.196	2.358	2.468	2.617	2.860	3.373		
$\infty$	0.253	0.524	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.170	2.326	2.432	2.576	2.807	3.291		

## Chi-Square Distribution Table



The shaded area is equal to  $\alpha$  for  $\chi^2 = \chi^2_\alpha$ .

<i>df</i>	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.950}$	$\chi^2_{.900}$	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169